第 3 部

所得分配と格差

全体像

- 第１部：完全競争市場（第２～４講）
- 第２部：摩擦的労働市場（第５～１０講）
- 第３部：所得分配と格差（第１１～１３講）
  - 労働分配率
  - 賃金格差
  - オートメーションと二極化

第１１講

労働分配率

本講の「めあて」

- 今回から格差をテーマにします。
- 最初は労働所得全体の推移を理解することを目標にします。
- 具体的なテーマ：
  - 労働分配率の決まり方についての数理モデル
  - 労働分配率の時系列データを自作する方法
  - 労働分配率に関連する近年の重要な研究成果

労働分配率の理論

- コブ＝ダグラス型生産関数を仮定する：
$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$
- 完全競争的な要素市場を想定する。
- 資本レンタル率＝r
- 実質賃金＝w
- 利潤最大化問題：
$$\max_{K,L} AK^{\alpha}L^{1-\alpha} - rK - wL$$

労働分配率の理論

- 利潤最大化の一階条件は

$$MPK = \alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha} = r$$
$$MPL = (1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha} = w$$

- **労働分配率**の定義：

$$\frac{wL}{Y}$$

- 一階条件を代入すると

$$\frac{wL}{Y} = \frac{(1-\alpha)AK^{\alpha}L^{1-\alpha}}{AK^{\alpha}L^{1-\alpha}} = 1-\alpha$$

- この結果は労働供給の決まり方と無関係！

労働分配率の理論

- 同様に、**資本分配率**の定義は

$$\frac{rK}{Y}$$

- 一階条件を代入すると

$$\frac{rK}{Y} = \frac{\alpha A K^{\alpha} L^{1-\alpha}}{A K^{\alpha} L^{1-\alpha}} = \alpha$$

- 結論：完全競争モデルとコブダグラス型生産関数を使った結果、労働分配率は定数になる。
  - 実はこの関数、「労働分配率が一定になるような生産関数を探し求めた結果発見されたもの」である。

労働分配率の計測

- では実際に労働分配率を計測してみよう。
- GDP統計（内閣府）
  https://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/menu.html
- そのページの「国民経済計算年次推計」に「統計表一覧」をクリック
- 「フロー編」の下「統合勘定」内の「国内総生産勘定」のエクセルファイルをダウンロード
- 「暦年」のシートは**２枚目**なので注意！

労働分配率の計測

（単位：１０億円）

	項　　目	平成6暦年 1994
1.1	雇用者報酬(2.4)	261,592.9
1.2	営業余剰・混合所得(2.6)	103,376.6
1.3	固定資本減耗(3.2)	114,771.1
1.4	生産・輸入品に課される税(2.8)	32,817.8
1.5	（控除）補助金(2.9)	3,851.4
1.6	統計上の不突合(3.7)	2,209.2
	国内総生産	510,916.1
1.7	民間最終消費支出(2.1)	269,405.2
1.8	政府最終消費支出(2.2)	75,351.5
	(再掲)	
	家計現実最終消費	310,180.1
	政府現実最終消費	34,576.5
1.9	総固定資本形成(3.1)	156,449.2
1.10	在庫変動(3.3)	159.4
1.11	財貨・サービスの輸出(5.1)	45,164.1
1.12	（控除）財貨・サービスの輸入(5.6)	35,613.3
	国内総生産	510,916.1

労働分配率の計測

- 原理的には「雇用者報酬」÷「GDP」を行えば良い。その場合は

$$\frac{\text{雇用者報酬}}{\text{GDP}} = \frac{261592.9}{510916.1} = 0.51$$

- この計算では

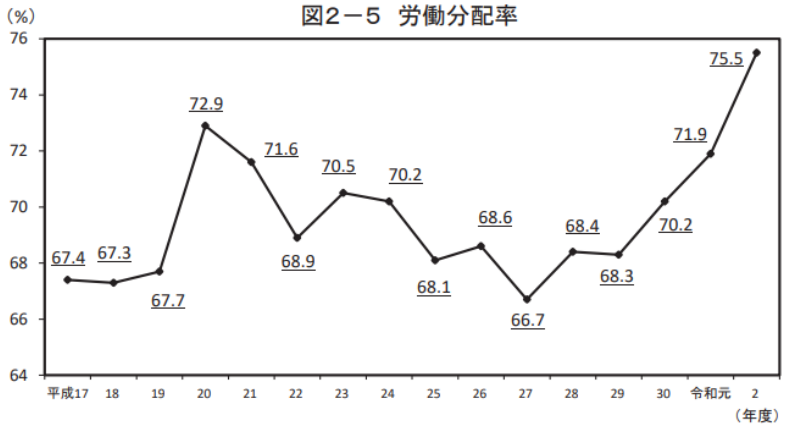
$$\text{GDP} = \text{雇用者報酬} + \text{資本所得}$$

を暗黙に仮定しているが、実際の統計にはもう少し複雑。

  - 分母が過大評価の可能性大。
  - データを処理して経済学の概念整理に合わせたい。

労働分配率の計測

- GDP統計を作成する内閣府発表の資料では驚くほど高水準の「労働分配率」が報告されている。
- 全ては分母の評価次第。
  - この資料では分母が過小評価されていると考えられる。



労働分配率の計測

（単位：１０億円）

	項　　目	平成6暦年 1994
1.1	雇用者報酬(2.4)	261,592.9
1.2	営業余剰・混合所得(2.6)	103,376.6
1.3	固定資本減耗(3.2)	114,771.1
1.4	生産・輸入品に課される税(2.8)	32,817.8
1.5	（控除）補助金(2.9)	3,851.4
1.6	統計上の不突合(3.7)	2,209.2
	国内総生産	510,916.1
1.7	民間最終消費支出(2.1)	269,405.2
1.8	政府最終消費支出(2.2)	75,351.5
	(再掲)	
	家計現実最終消費	310,180.1
	政府現実最終消費	34,576.5
1.9	総固定資本形成(3.1)	156,449.2
1.10	在庫変動(3.3)	159.4
1.11	財貨・サービスの輸出(5.1)	45,164.1
1.12	（控除）財貨・サービスの輸入(5.6)	35,613.3
	国内総生産	510,916.1

労働分配率の計測

- 今度は「営業余剰・混合所得」の内訳を見てみよう。
- 「フロー編」の下「制度部門別所得支出勘定」内の「所得の発生勘定」のエクセルファイルをダウンロード。
- 「暦年」のシートは２枚目！

労働分配率の計測

（単位：１０億円）

項　　目	平成6暦年 1994
0.1　雇用者報酬（支払）	261,592.9
（１）賃金・俸給	231,421.0
（２）雇主の社会負担	30,171.8
ａ．雇主の現実社会負担	30,364.8
ｂ．雇主の帰属社会負担	-192.9
0.2　生産・輸入品に課される税（支払）(1.5)	32,817.8
（１）生産物に課される税	18,684.1
ａ．付加価値型税（ＶＡＴ）	6,829.5
ｂ．輸入関税	989.6
ｃ．その他	10,865.0
（２）生産に課されるその他の税	14,133.6
0.3　（控除）補助金（受取）(1.6)	3,851.4
0.4　営業余剰・混合所得（純）(1.3)	103,376.6
（１）営業余剰（純）	70,938.3
（２）混合所得（純）	32,438.3

労働分配率の計測

- 「混合所得」とは生産活動に伴って個人事業主が得る所得分である。
- 自営業で得た所得は「労働所得」とも言えそうだ。

労働分配率の計測

（単位：１０億円）

	項　　目	平成6暦年 1994
1.1	雇用者報酬(2.4)	261,592.9
1.2	営業余剰・混合所得(2.6)	103,376.6
1.3	固定資本減耗(3.2)	114,771.1
1.4	生産・輸入品に課される税(2.8)	32,817.8
1.5	（控除）補助金(2.9)	3,851.4
1.6	統計上の不突合(3.7)	2,209.2
	国内総生産	510,916.1
1.7	民間最終消費支出(2.1)	269,405.2
1.8	政府最終消費支出(2.2)	75,351.5
	(再掲)	
	家計現実最終消費	310,180.1
	政府現実最終消費	34,576.5
1.9	総固定資本形成(3.1)	156,449.2
1.10	在庫変動(3.3)	159.4
1.11	財貨・サービスの輸出(5.1)	45,164.1
1.12	（控除）財貨・サービスの輸入(5.6)	35,613.3
	国内総生産	510,916.1

労働分配率の計測

- 固定資本減耗の原資は「資本所得」のはず。したがって、全額を資本所得に割り当ててOK?
- 念のため内訳を見てみよう。
- 「フロー編　V.付表」内の「（１６）民間・公的別の固定資本減耗」のエクセルファイルをダウンロード。
- 「暦年」のシートは２枚目！

労働分配率の計測

（単位：１０億円）

項　　目	平成6暦年 1994
１．民間	94,164.6
（１）法人企業	65,445.0
ａ．住宅	2,063.2
ｂ．企業設備	63,381.8
（２）家計（個人企業）・対家計民間非営利団体	28,719.6
ａ．住宅	19,248.9
ｂ．企業設備	9,470.8
２．公的	20,606.5
（１）公的企業	6,616.1
ａ．住宅	926.8
ｂ．企業設備	5,689.3
（２）一般政府	13,990.4
合　　計	114,771.1

労働分配率の計測

- 固定資本減耗には公的部門によるものと住宅の資本減耗によるものが混在していた。
- 全てを「資本所得」と認定するには無理がある。

労働分配率の計測

- GDP（所得面）＝雇用者報酬＋営業余剰・混合所得＋固定資本減耗＋純間接税
  - 雇用者報酬＝262兆円
  - 営業余剰・混合所得＝103兆円
    - 営業余剰＝75兆円
    - 混合所得＝31兆円
  - 固定資本減耗＝115兆円
    - （民間）住宅＝21兆円
    - （民間）企業設備＝73兆円
    - 公的資本減耗＝21兆円
  - 間接税＝33兆円
  - （控除）補助金＝4兆円

労働分配率の計測

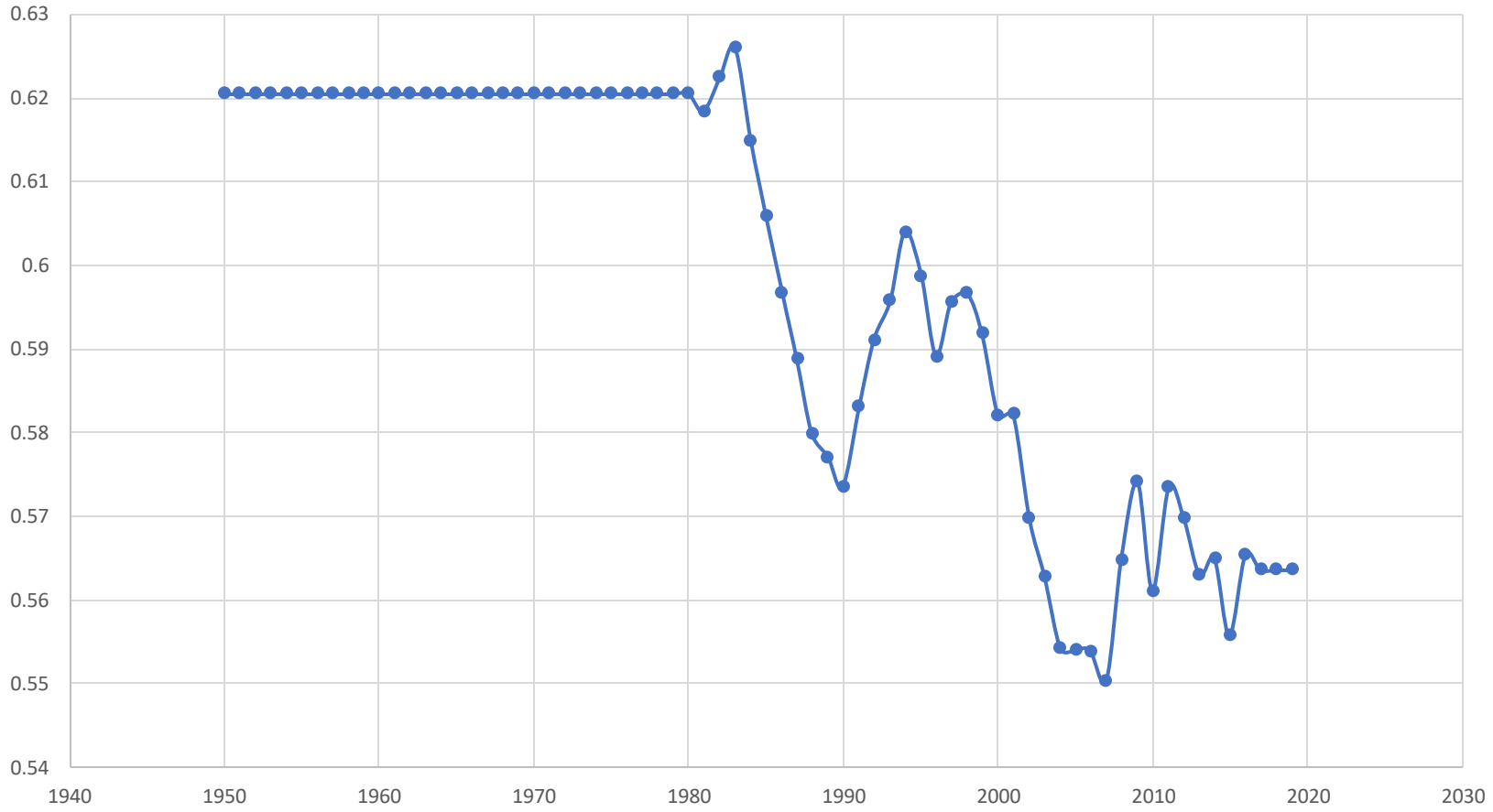
- 労働所得＝「雇用者報酬」＝262兆円
- 資本所得＝「営業余剰」＋「企業設備資本減耗」＝75兆円＋73兆円＝148兆円
- 労働分配率＝$\frac{262}{262+148}=\frac{262}{410}=0.64\approx\frac{2}{3}$
- 考え方：GDP統計のすべての項目は使わない。
  - １９９４年のGDP＝511兆円＞410兆円
  - 実際のGDPである511兆円を資本と労働に割り当てることも可能（かなりの恣意性が発生）
  - ただし、この方法にも恣意性は残る。

労働分配率の推移（平均0.62）

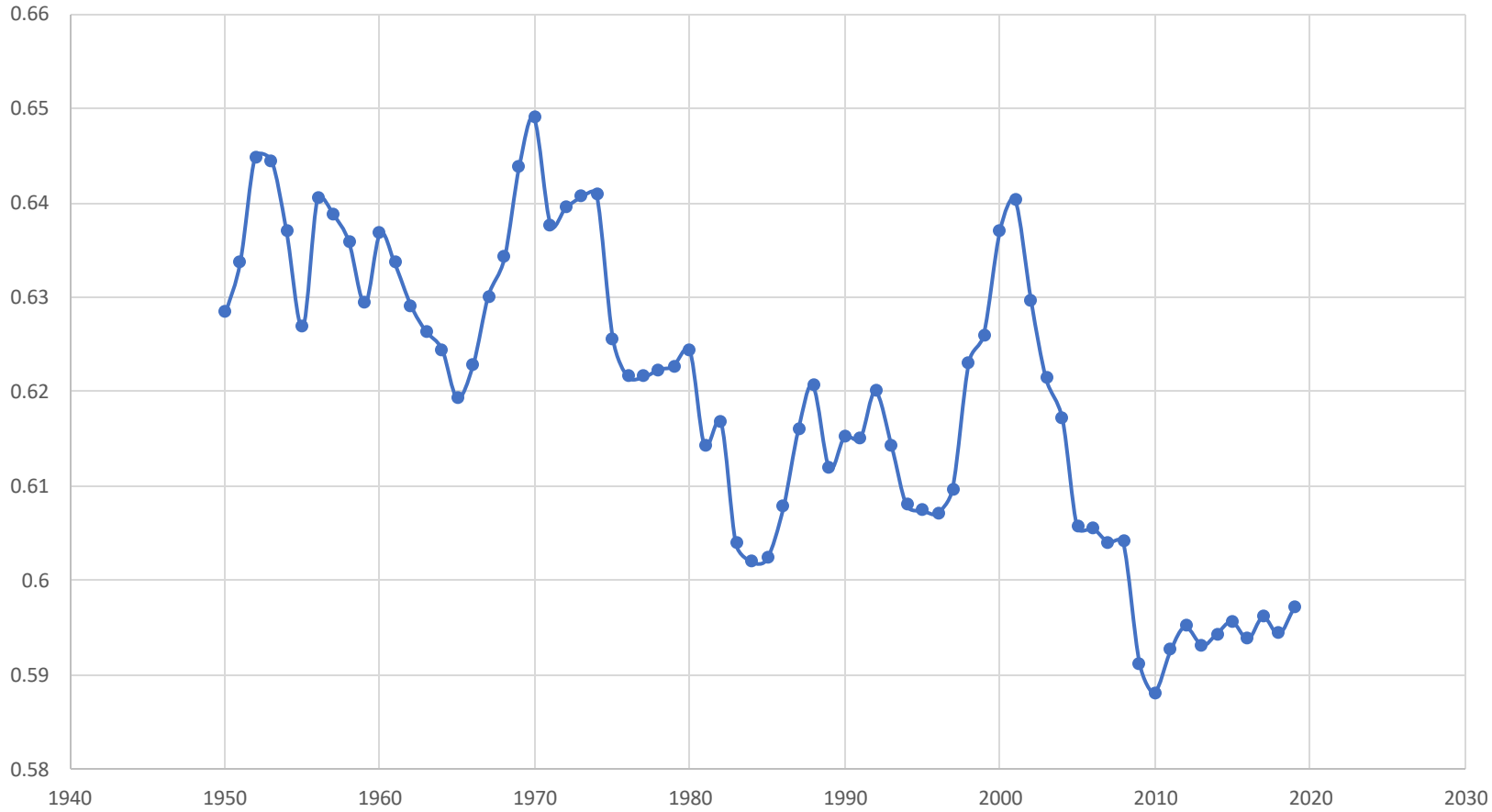
Penn World Table

- https://www.rug.nl/ggdc/productivity/pwt/?lang=en
- GDPなどを中心とした世界中の経済統計を集めたデータベース。
- 労働分配率（labor share）の年次データが収録されている。
  - 作らなくて良い！

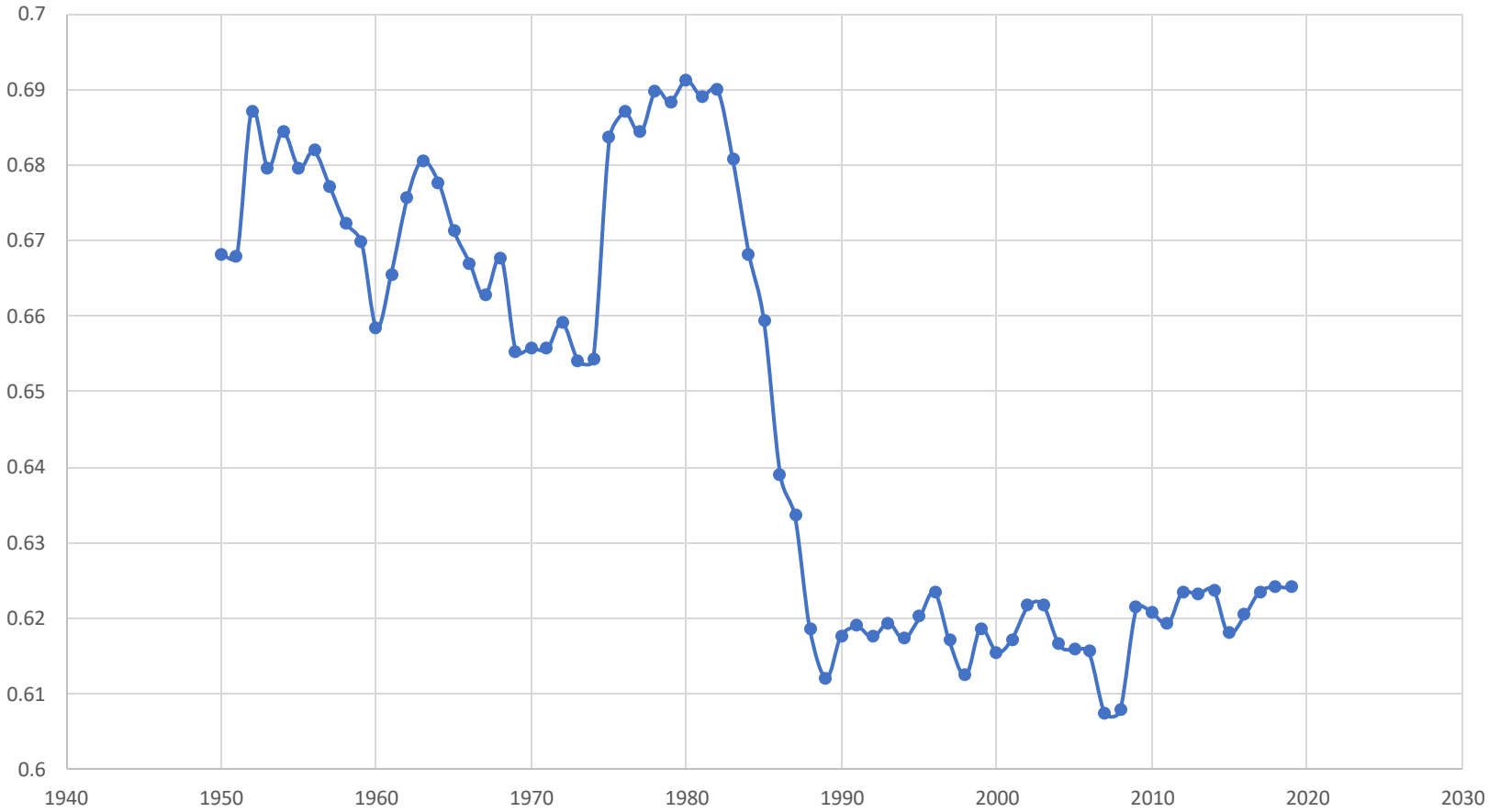
日本の労働分配率


0.63
0.62
0.61
0.6
0.59
0.58
0.57
0.56
0.55
0.54
1940
1950
1960
1970
1980
1990
2000
2010
2020
2030

アメリカの労働分配率


0.66
0.65
0.64
0.63
0.62
0.61
0.6
0.59
0.58
1940
1950
1960
1970
1980
1990
2000
2010
2020
2030

フランスの労働分配率


0.7
0.69
0.68
0.67
0.66
0.65
0.64
0.63
0.62
0.61
0.6
1940
1950
1960
1970
1980
1990
2000
2010
2020
2030

労働分配率の推移

- 不思議なことに、多くの国で、労働分配率の長期平均がおよそ2/3になっている。
- このことから、経済学では２つの伝統がある：

1. 労働分配率は2/3と考える。
2. コブダグラス型生産関数の$\alpha = \frac{1}{3}$と考える。

- しかしながら、近年は「労働分配率、このごろ下がってますよね？なぜでしょう？」という研究が急激に増えている。

労働分配率の説明

- すでにおわかりだろうと思いますが、コブダグラス型生産関数を使って「労働分配率低下」を研究することは不可能です。

労働分配率の説明

- CES（Constant elasticity of substitution）型生産関数：$\rho \leq 1$として、

$$Y = F(K, L) = [K^{\rho} + L^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}}$$

を考える。

- 完全競争市場を想定して、利潤最大化問題を解いてみよう。

労働分配率の説明

- 計算の結果、

$$\frac{L}{K} = \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{1-\rho}}$$

- 資本価格の１％の相対的下落は労働投入（の相対量）を$\frac{1}{1-\rho}$%引き下げる。
- つまり、代替の弾力性は

$$\frac{1}{1-\rho} = \sigma$$

CES型生産関数の性質

- $\sigma > 1\ (\rho > 0)$: 資本と労働は粗代替（gross substitutes）
- $\sigma < 1\ (\rho < 0)$: 資本と労働は粗補完（gross complements）
- 特殊ケース：

  $\sigma \to 0\ (\rho \to -\infty)$: レオンチェフ生産関数

  $\sigma \to \infty\ (\rho \to 1)$: 完全代替（$Y = K + L$）

  $\sigma \to 1\ (\rho \to 0)$: コブ・ダグラス型生産関数

労働分配率の説明

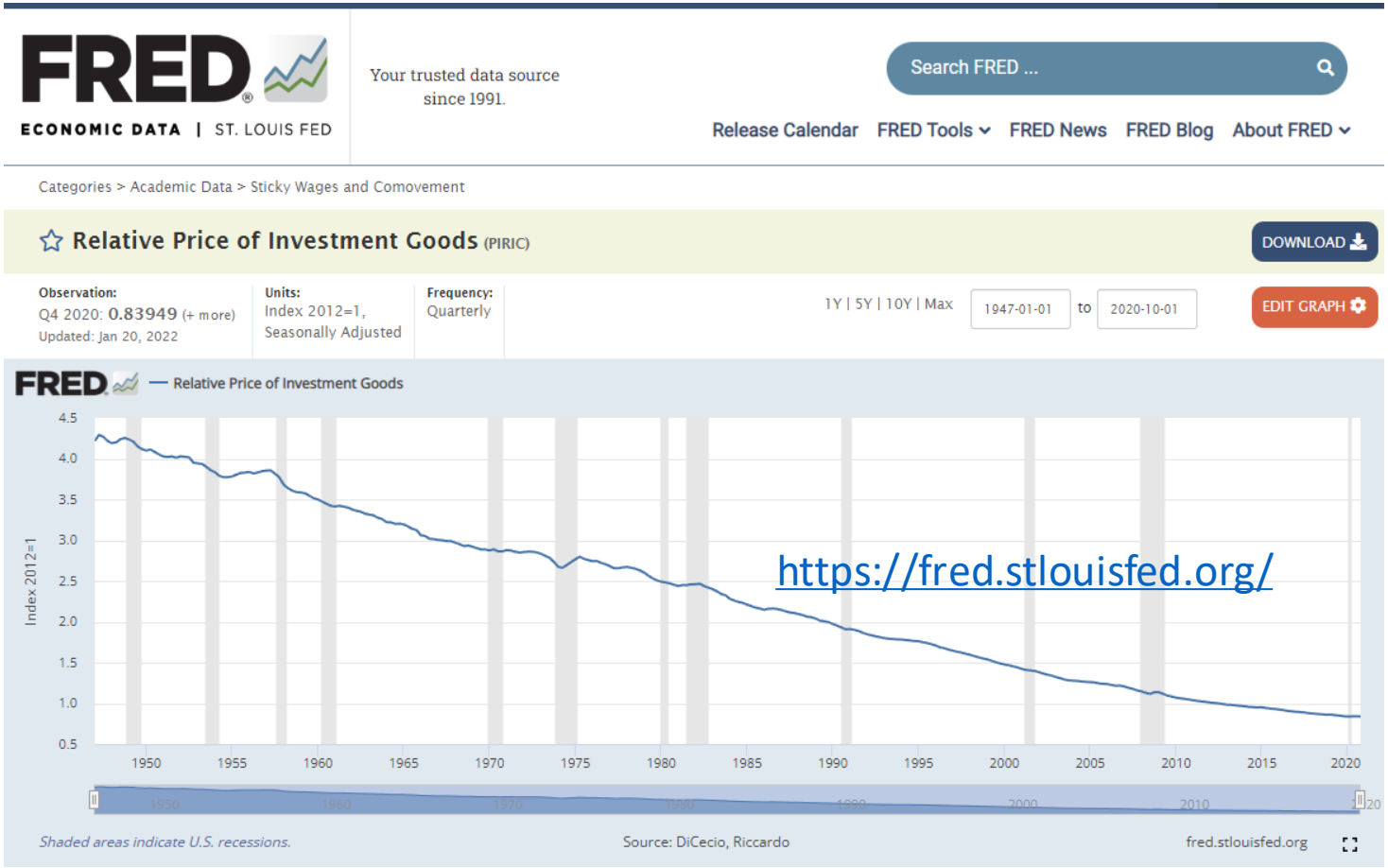
- 労働分配率を計算すると

$$\frac{wL}{Y} = \frac{L^{\rho}}{K^{\rho} + L^{\rho}} = \frac{\left(\frac{L}{K}\right)^{\rho}}{1 + \left(\frac{L}{K}\right)^{\rho}}$$

$$= \frac{\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{\rho}{1-\rho}}}{1 + \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{\rho}{1-\rho}}}$$

- 資本と労働が粗代替の関係であるとき、rの相対的下落は労働分配率を引き下げる。

資本財価格の推移


FRED
ECONOMIC DATA | ST. LOUIS FED
Your trusted data source since 1991.
Search FRED ...
Release Calendar
FRED Tools
FRED News
FRED Blog
About FRED
Categories > Academic Data > Sticky Wages and Comovement
Relative Price of Investment Goods (PIRIC)
DOWNLOAD
Observation:
Q4 2020: 0.83949 (+ more)
Updated: Jan 20, 2022
Units:
Index 2012=1, Seasonally Adjusted
Frequency:
Quarterly
1Y | 5Y | 10Y | Max
1947-01-01
to
2020-10-01
EDIT GRAPH
FRED
Relative Price of Investment Goods
Index 2012=1
4.5
4.0
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
1950
1955
1960
1965
1970
1975
1980
1985
1990
1995
2000
2005
2010
2015
2020
https://fred.stlouisfed.org/
Shaded areas indicate U.S. recessions.
Source: DiCecio, Riccardo
fred.stlouisfed.org

労働分配率の説明

- 資本財価格の下落が顕著であるため、これを$\frac{r}{w}$の下落と解釈しよう。
  - 資本と労働が粗代替の関係（$\frac{1}{1-\rho}=\sigma>1$）であるならば、資本財価格の下落（機械化やコンピュータの性能向上）によって労働分配率下落を説明できる。
  - 逆に、もしも粗補完の関係であるならば、労働分配率は**上昇する**という予測になる。
    - プログラマーとコンピュータは補完関係！
  - 資本と労働の間の代替関係は実証する必要。
  - 「労働者」というくくりが大きすぎる。
    - 来週のテーマ

市場支配（Market Power）と労働分配率

労働分配率の推移

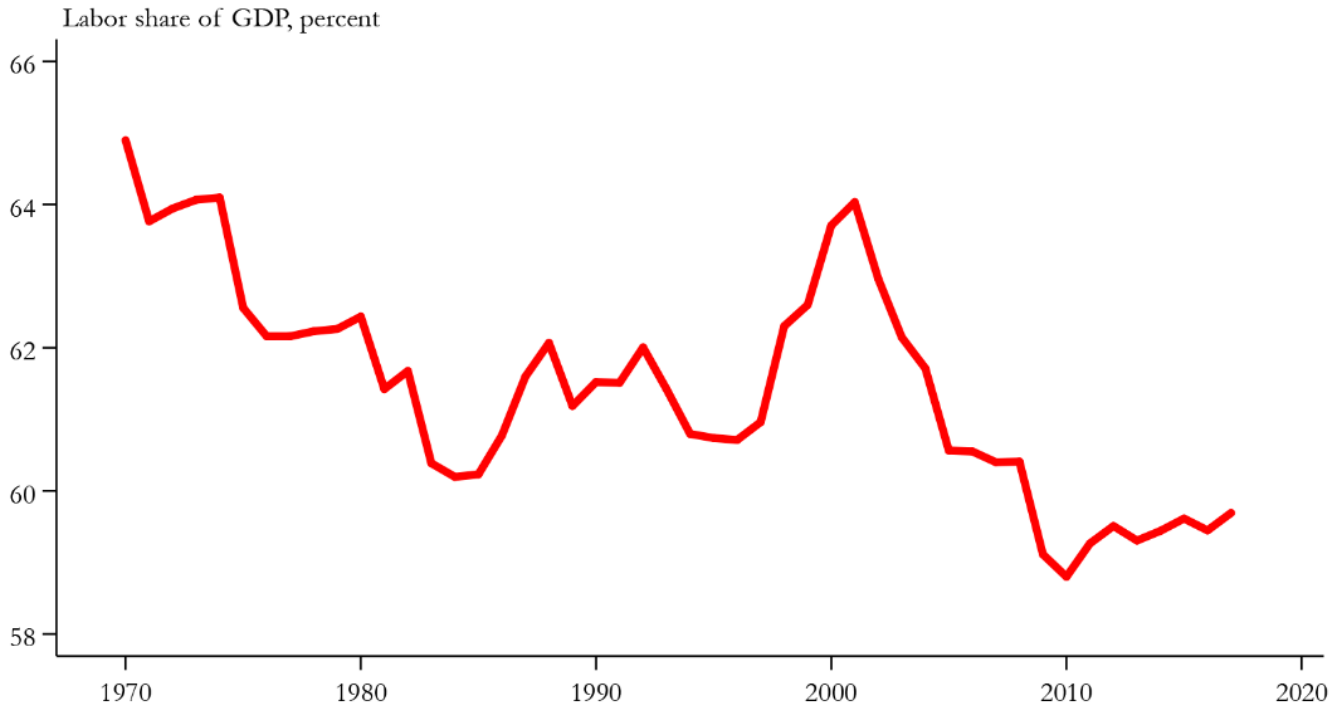


Figure XI. Labor share of GDP

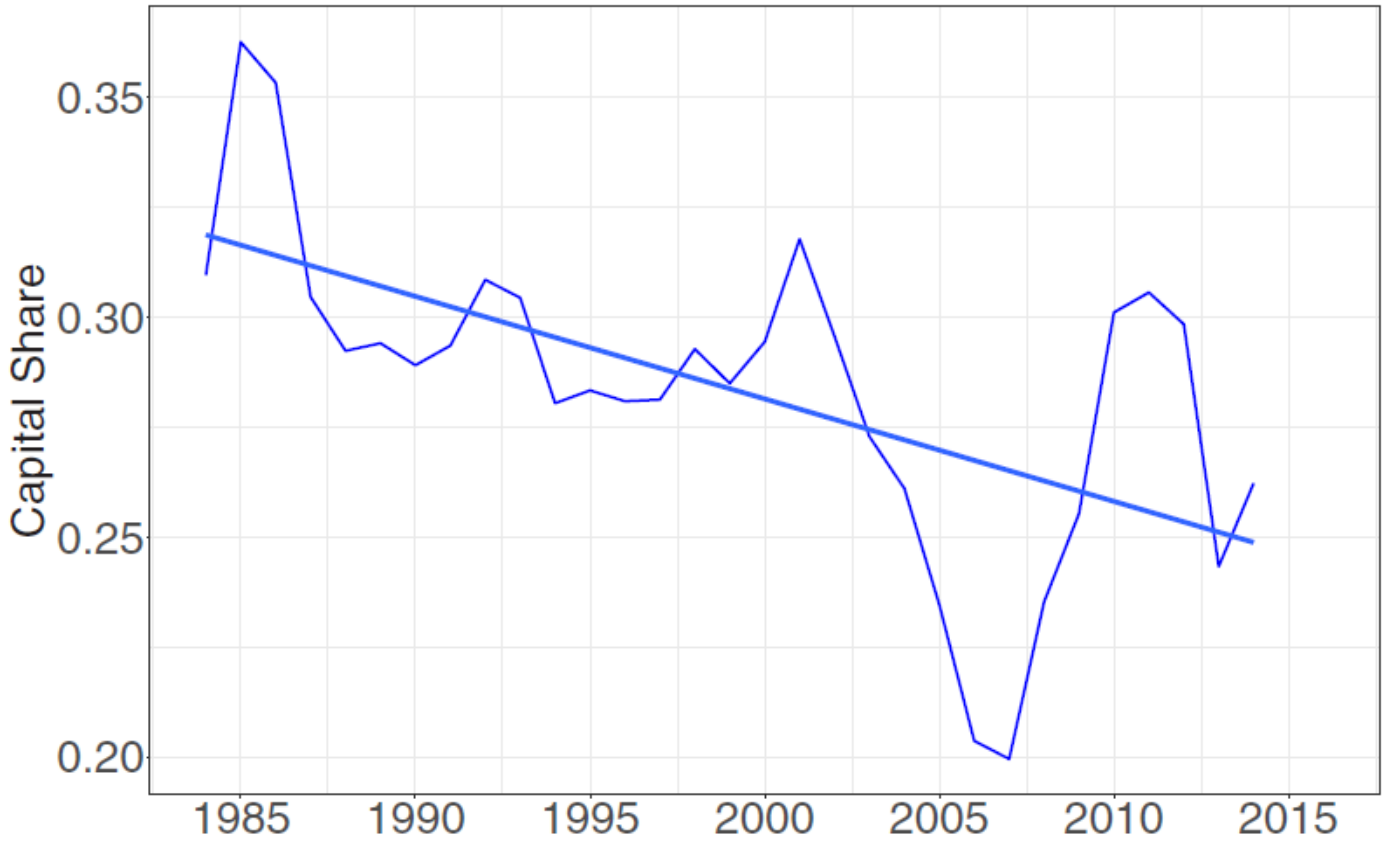
Share of Labor Compensation in GDP at Current National Prices for US (Penn World Tables)

www.TheProfitParadox.com

労働分配率と資本分配率

- 労働分配率が近年下落傾向にある。
- つまり、裏返すと、資本分配率が上昇傾向にあるという意味ですよね？
- データを見てみましょう。

資本分配率の推移



Barkai, Simcha. "Declining labor and capital shares." *Journal of Finance* (2020) 2421-2463.

マークアップ

- ある産業におけるある１企業の価格設定について考えよう。
- 完全競争市場の場合、プライステイカーの仮定より、財価格pは所与として生産量yを最適に選択する。
- 費用関数を$c(y)$とすると、利潤は
$$py - c(y)$$
- 利潤最大化の一階の条件は
$$p = c'(y) = MC$$
- 価格＝限界費用

マークアップ

- 独占企業の場合、価格設定をする力がある。
- 市場需要関数を$y = D(p)$とすると、利潤は
$$py - c(y) = pD(p) - c\big(D(p)\big)$$
- 一階の条件は
$$D + pD'(p) - c'D'(p) = 0$$
- （$D' \neq 0$を仮定し）書き換えると
$$p = c' - \frac{D}{D'} = c' + \frac{1}{-\frac{p}{D}D'}p = c' + \frac{1}{\epsilon}p$$

マークアップ

- 更に書き換えると

$$\left(1-\frac{1}{\epsilon}\right)p = c'$$

- 右辺は正なので、ϵの取りうる値は

$$\epsilon \geq 1$$

- この式をpについて解くと

$$p = \left(1+\frac{1}{\epsilon-1}\right)c' = (1+\mu)MC$$

- 価格＝（１＋マークアップ率）×限界費用

マークアップ

- マークアップ率：

$$\mu = \frac{1}{\text{需要の価格弾力性} - 1} \geq 0$$

- 弾力性が無限大（ほんの少しでも値上げすると他社に需要を全て奪われる）になると、

$$\mu \to 0$$
$$p \to MC$$

- これが完全競争価格。
- つまり、マークアップを計測すると、その市場の**競争度**（逆にいえば独占度）が分かる。

マークアップの推移

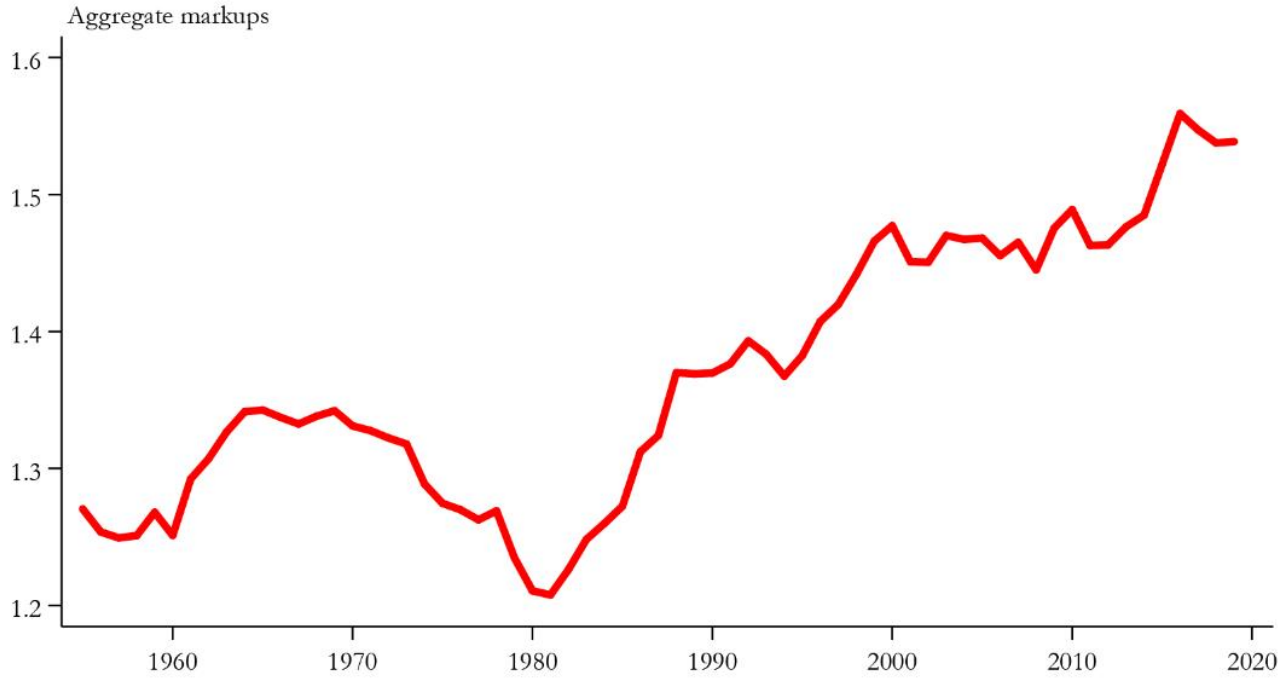


Figure 3. Aggregate markups in the United States

Revenue-weighted average markup of US publicly traded firms (source: De Loecker, Eeckhout & Unger, 2020)

www.TheProfitParadox.com

マークアップの推移

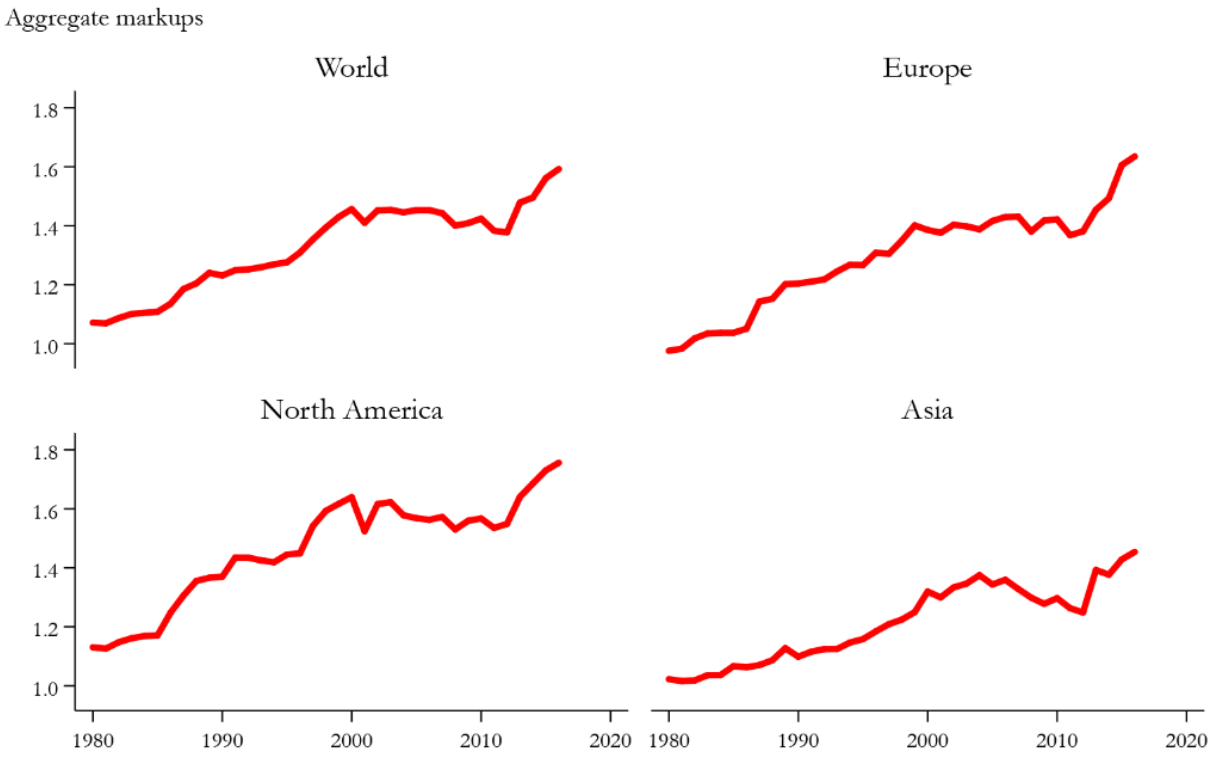


Figure 4. Aggregate global markups

Revenue-weighted average markup of publicly traded firms: World, Europe, North Amercia and Asia (source: De Loecker & Eeckhout, 2018)

www.TheProfitParadox.com

マークアップの推移

- 市場支配力上昇の背景：
  - アマゾンやウォルマートのような巨大物流企業による規模効果。
  - Googleのような巨大IT企業によるデータの大量保有。
    - 無料で個人がメール利用＝大量の「訓練データ」保持。
    - AIのトレーニングで他を圧倒。
  - Googleのような巨大企業がM&Aを通じて有望な若い企業を「青田買い」
    - 将来の競争相手を事前に吸収。
    - 世界のビール市場も１社が大多数のブランドを所有。
  - 巨大企業が巨額の資金で「ロビー活動」を展開。

利潤の推移

- 完全競争市場＋コブダグラス型生産関数の場合、利潤は

$$\Pi = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} - rK - wL$$

- 利潤最大化の一階条件は

$$MPK = \alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha} = r$$
$$MPL = (1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha} = w$$

- この場合の利潤を計算すると

$$\Pi = 0$$

- 完全競争市場では、企業利潤はゼロになるように生産要素に対する支払いが行われる。

利潤の推移

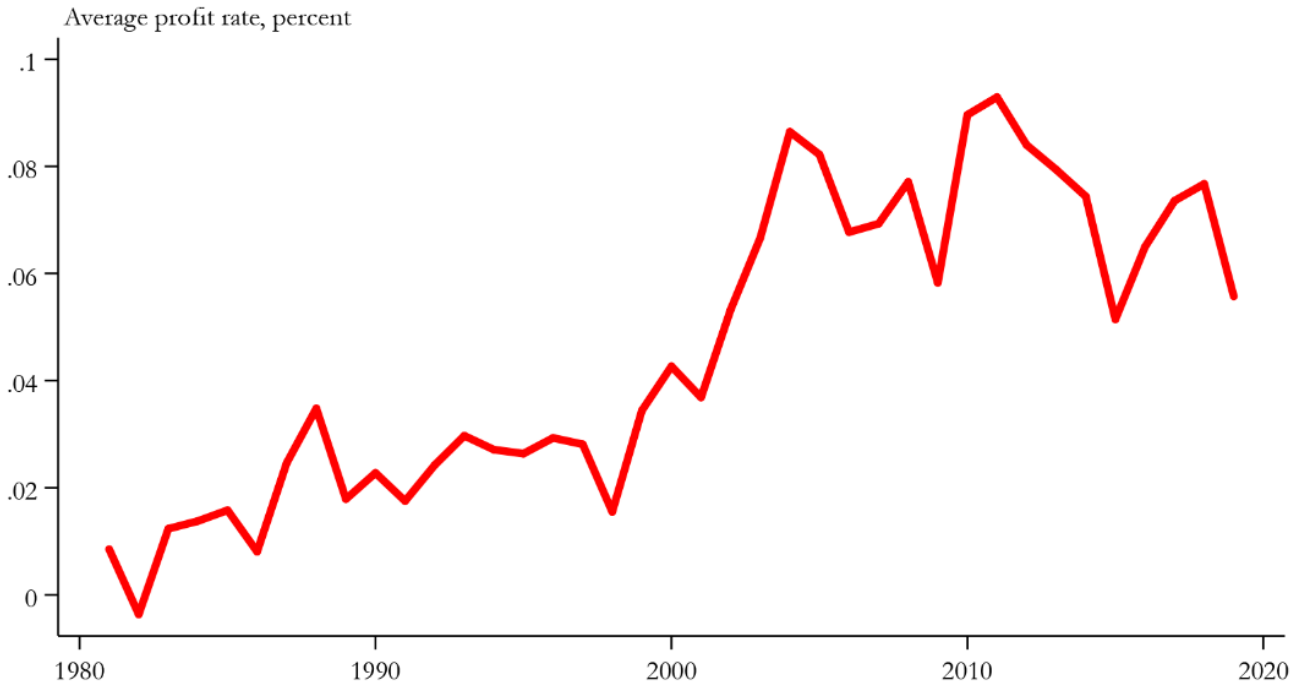


Figure 5. Average profits of publicly traded firms in the US

Profit rate. Revenue-weighted profits as a share of sales, for US publicly traded firms (source: De Loecker, Eeckhout & Unger, 2020)

www.TheProfitParadox.com

利潤の推移

Figure 6. Average ratio of profits to wage bill of publicly traded firms in the US

Profit to wage bill ratio is employement-weighed; 5-year moving average, annual data in dashes (source: De Loecker, Eeckhout & Unger, 2020, and own calculations)

www.TheProfitParadox.com

独占的競争モデル

- 少し大きなマクロモデルを組み立てましょう。
  - Karabarbounis, Loukas, and Brent Neiman. "The global decline of the labor share." The Quarterly journal of economics 129.1 (2014): 61-103.
  - 複雑なのでモデルの詳細は気にしない。
  - **結論はスライド７２ページ！**
- 必要な要素は
  - 生産要素が資本と労働
  - 財市場が不完全競争で、マークアップ率の推移を表現できること。
  - 資本財価格の推移を表現できること。

独占的競争モデル

- 完全競争的な最終財市場：
  - 最終消費財と最終投資財を生産
  - スーパーのような小売店のイメージ
    - 集めて売るだけ
    - プライステイカー
- 独占的中間財市場：
  - ある特定の中間財zのみ生産し、消費財と投資財の両方の中間財として最終財企業に提供
  - 他の中間財とは**差別化**されている
    - その特定の中間財供給に関する独占力を持つ。
    - 独占価格を設定

最終消費財

- 最終消費財の量をC、その価格をP^Cとする。
- 最終消費財は、競争的な最終財企業が**無数の中間財**を組み上げたものである。
- ある中間財のzの投入量を$c(z)$とすると、最終消費財の生産関数は

$$C = \left(\int_0^1 c(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dz \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

- $\sigma > 1$は中間財間の代替の弾力性。
- 中間財企業の数を 1 と基準化している。

中間財需要

- 無数の中間財に対してどのように需要量を決めるのだろうか？
- 各中間財の価格を$p(z)$とすると、中間財に対する支出の総額は

$$\int_0^1 p(z)c(z)dz$$

- 生産技術を制約として、支出を最小化する。

中間財需要

- ラグランジュ関数は

$$\int_0^1 p(z)c(z)dz + \lambda\left[C - \left(\int_0^1 c(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right]$$

- FOCは

$$p(z) = \lambda\frac{\sigma}{\sigma-1}\left(\int_0^1 c(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1}\frac{\sigma-1}{\sigma}c(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}-1}$$

- 中間財jの場合は

$$p(j) = \lambda\frac{\sigma}{\sigma-1}\left(\int_0^1 c(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1}\frac{\sigma-1}{\sigma}c(j)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}-1}$$

中間財

- ２式の比を取ると

$$\frac{p(z)}{p(j)} = \frac{c(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}-1}}{c(j)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}-1}} = \left(\frac{c(z)}{c(j)}\right)^{\frac{-1}{\sigma}}$$

- これを書き換えると

$$c(j) = \left(\frac{p(z)}{p(j)}\right)^{\sigma} c(z) = p(z)^{\sigma} p(j)^{-\sigma} c(z)$$

- なので、

$$c(j)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} = p(z)^{\sigma-1} p(j)^{1-\sigma} c(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}$$

中間財

- これを生産関数に代入すると

$$C = \left(\int_0^1 c(j)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dj \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$$= \left(\int_0^1 \left[p(z)^{\sigma-1} p(j)^{1-\sigma} c(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right] dj \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$$= p(z)^{\sigma} c(z) \left(\int_0^1 [p(j)^{1-\sigma}] dj \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

中間財

- 書き換えると

$$c(z) = Cp(z)^{-\sigma}\left(\int_0^1 [p(j)^{1-\sigma}]dj\right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}$$

- これが第z中間財に対する需要関数である。
- じつはもう少しキレイになります。

中間財

- 支出総額に$c(j) = p(z)^{\sigma} p(j)^{-\sigma} c(z)$を代入：

$$\int_0^1 p(j)c(j)dj = c(z)p(z)^{\sigma} \int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di$$

- 最終財市場は完全競争的なので、利潤ゼロ：

$$P^C C - \int_0^1 p(j)c(j)dj = 0$$

- よって、

$$P^C C = c(z)p(z)^{\sigma} \int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di$$

中間財

- 書き換えると

$$c(z) = P^C C \left[\int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di\right]^{-1} p(z)^{-\sigma}$$

- これを生産関数に代入：

$$C = P^C C \left[\int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di\right]^{-1} \left(\int_0^1 p(z)^{1-\sigma} dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

- 書き換えると

$$1 = P^C \left[\int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di\right]^{\frac{1}{\sigma-1}}$$

中間財

- よって、

$$P^C = \left[\int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

- 右辺をを（中間財市場の）物価指数と呼ぶ。
  - 細かい話ですが、Cが家計の効用で、無数の最終財企業がいるという設定の場合、P^Cは最終財市場の物価指数（つまりCPI）との解釈になります。

中間財

- 需要関数は

$$c(z) = Cp(z)^{-\sigma}\left(\int_0^1 [p(j)^{1-\sigma}]dj\right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}$$
$$= Cp(z)^{-\sigma}(P^C)^{\sigma}$$

- よって

$$\frac{c(z)}{C} = \left[\frac{p(z)}{P^C}\right]^{-\sigma}$$

- 第z財の相対需要は相対価格の減少関数。

最終投資財

- 最終投資財の量をX、その価格をP^Xとする。
- 最終投資財は、競争的な最終財企業が**無数の中間財**を組み上げたものである。
- ある中間財のzの投入量を$x(z)$とすると、最終投資財の生産関数は

$$X = \left(\frac{1}{\xi}\right)\left(\int_0^1 x(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

- $\sigma > 1$は中間財間の代替の弾力性。
- ξの下落＝投資財生産性の上昇。

中間投資財

- 費用最小化より$x(j) = p(z)^{\sigma} p(j)^{-\sigma} x(z)$
- 最終財市場は完全競争的なので、利潤ゼロ：

$$P^X X - \int_0^1 p(j)x(j)dj = 0$$

- よって、

$$P^X X = x(z)p(z)^{\sigma} \int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di$$

中間投資財

- 書き換えると

$$x(z) = P^X X \left[\int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di\right]^{-1} p(z)^{-\sigma}$$

- これを生産関数に代入：

$$\xi X = P^X X \left[\int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di\right]^{-1} \left(\int_0^1 p(z)^{1-\sigma} dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

- 書き換えると

$$\xi = P^X \left[\int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di\right]^{\frac{1}{\sigma-1}}$$

中間投資財

- 消費財の価格インデックスP^Cを使うと、

$$\xi = P^X \left[\int_0^1 p(j)^{1-\sigma} di \right]^{\frac{1}{\sigma-1}}$$

$$= \frac{P^X}{P^C}$$

- ξの下落＝投資財の相対価格の下落。
- 消費財の場合と同様に、中間財需要は

$$\frac{x(z)}{X} = \xi^{1-\sigma} \left[\frac{p(z)}{P^X} \right]^{-\sigma}$$

中間財企業

- 中間財企業が直面する需要関数は

$$\frac{c(z)}{C} = \left[\frac{p(z)}{P^C}\right]^{-\sigma}$$

$$\frac{x(z)}{X} = \xi^{1-\sigma}\left[\frac{p(z)}{P^X}\right]^{-\sigma}$$

$$\xi = \frac{P^X}{P^C}$$

- 利潤：

$$\Pi(z) = p(z)y(z) - Rk(z) - Wn(z)$$

$$y(z) = c(z) + x(z)$$

中間財企業

- 最終消費財価格を 1 と基準化すると$P^X = \xi$になるので、

$$\frac{c(z)}{C} = \left[\frac{p(z)}{1}\right]^{-\sigma} = p(z)^{-\sigma}$$

$$\frac{x(z)}{X} = \xi^{1-\sigma}\left[\frac{p(z)}{\xi}\right]^{-\sigma} = \xi p(z)^{-\sigma}$$

- 利潤：

$$\Pi(z) = p(z)y(z) - Rk(z) - Wn(z)$$

$$y(z) = p(z)^{-\sigma}C + \xi p(z)^{-\sigma}X$$

中間財企業

- 需要関数は

$$y(z) = p(z)^{-\sigma}[C + \xi X]$$

- 逆需要関数は

$$p(z) = \left(\frac{y(z)}{C + \xi X}\right)^{-\frac{1}{\sigma}}$$

- よって、利潤は

$$\Pi(z) = (C + \xi X)^{\frac{1}{\sigma}} y(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} - Rk(z) - Wn(z)$$

中間財企業

- 生産関数は

$$y(z) = Ak(z)^{\alpha} n(z)^{1-\alpha}$$

- 利潤は（CやXは家計が決めるので所与）

$$\Pi(z) = (C + \xi X)^{\frac{1}{\sigma}} [Ak(z)^{\alpha} n(z)^{1-\alpha}]^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} - Rk(z) - Wn(z)$$

- 利潤最大化の一階の条件：

$$(C + \xi X)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{\sigma - 1}{\sigma} [Ak^{\alpha} n^{1-\alpha}]^{\frac{-1}{\sigma}} \alpha A k^{\alpha-1} n^{1-\alpha} = R$$

$$(C + \xi X)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{\sigma - 1}{\sigma} [Ak^{\alpha} n^{1-\alpha}]^{\frac{-1}{\sigma}} (1-\alpha) A k^{\alpha} n^{-\alpha} = W$$

中間財企業

- 産出量yを戻すと

$$\frac{\sigma-1}{\sigma}\left[\frac{y(z)}{C+\xi X}\right]^{\frac{-1}{\sigma}}\alpha Ak^{\alpha-1}n^{1-\alpha}=R$$

$$\frac{\sigma-1}{\sigma}\left[\frac{y(z)}{C+\xi X}\right]^{\frac{-1}{\sigma}}(1-\alpha)Ak^{\alpha}n^{-\alpha}=W$$

- よって、

$$\frac{\sigma-1}{\sigma}p(z)\alpha Ak^{\alpha-1}n^{1-\alpha}=R$$

$$\frac{\sigma-1}{\sigma}p(z)(1-\alpha)Ak^{\alpha}n^{-\alpha}=W$$

中間財企業

- 書き換えると、

$$p(z) = (1+\mu)\frac{R}{MPL}$$

$$p(z) = (1+\mu)\frac{W}{MPK}$$

- マークアップ率は

$$\mu = \frac{1}{\sigma - 1}$$

- （各要素間の）代替の弾力性が無限大のときのみ「価格＝限界費用」

マクロ市場均衡

- 最終消費財価格は 1 に基準化：

$$P^C = 1$$

- 全ての中間財企業は対称（技術等が同じ）：

$$k(z) = K$$
$$n(k) = N$$
$$p(z) = p$$

- 中間財価格指数より

$$P^C = \left[\int_0^1 p^{1-\sigma} di\right]^{\frac{1}{1-\sigma}} = p = 1$$

マクロ市場均衡（結論）

- これらを使って価格決定の式に戻ると、

$$\frac{\sigma-1}{\sigma}p(z)\alpha Ak^{\alpha-1}n^{1-\alpha}=R$$

$$\frac{\sigma-1}{\sigma}p(z)(1-\alpha)Ak^{\alpha}n^{-\alpha}=W$$

より、

$$\frac{RK}{Y}=\frac{1}{1+\mu}\alpha,\qquad \frac{WN}{Y}=\frac{1}{1+\mu}(1-\alpha)$$

- **マークアップ上昇は資本分配率と労働分配率を引き下げる。**

マクロ市場均衡

- 資本分配率と労働分配率の和は、

$$\frac{RK}{Y}+\frac{WN}{Y}=\frac{1}{1+\mu}\alpha+\frac{1}{1+\mu}(1-\alpha)$$
$$=\frac{1}{1+\mu}<1$$

- つまり、利潤の分配率は

$$\frac{\Pi}{\mathrm{Y}}=1-\frac{1}{1+\mu}=\frac{\mu}{1+\mu}$$

マークアップの推移

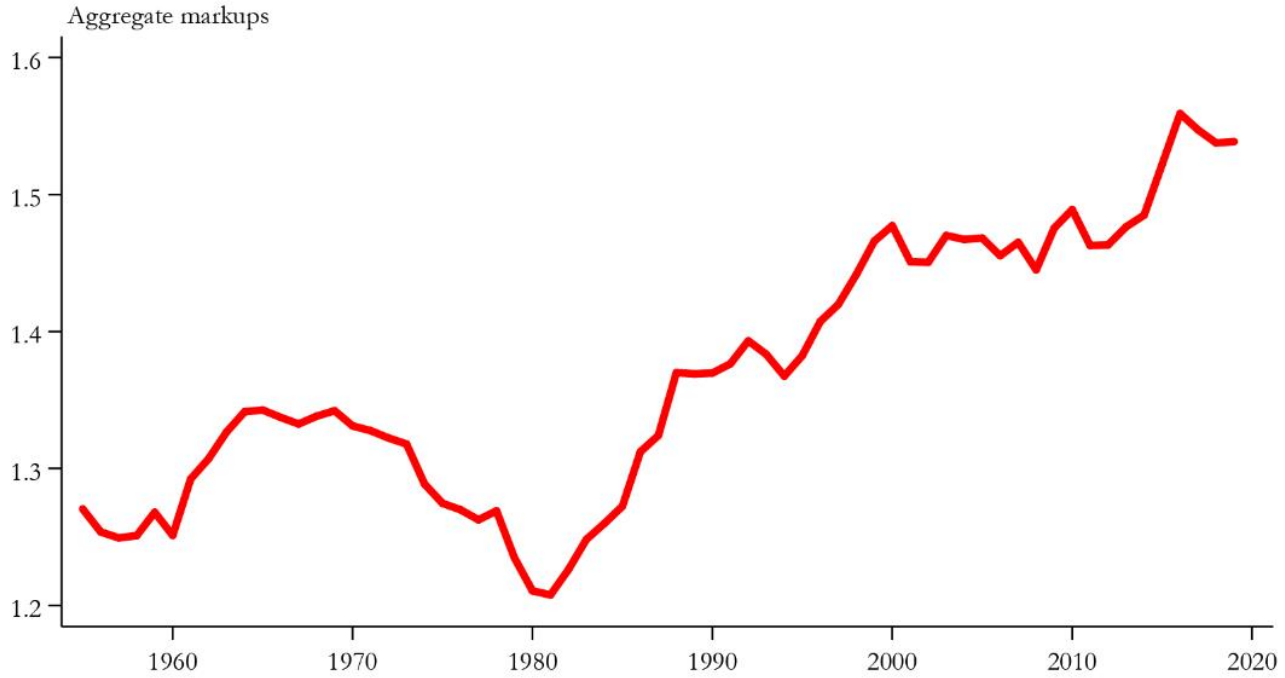


Figure 3. Aggregate markups in the United States

Revenue-weighted average markup of US publicly traded firms (source: De Loecker, Eeckhout & Unger, 2020)

www.TheProfitParadox.com

マークアップと利潤

- マークアップ率が0.2から0.5まで上がったとすると、利潤の分配率は

$$\frac{\mu}{1+\mu} = \frac{0.2}{1.2} = 0.17$$

から

$$\frac{\mu}{1+\mu} = \frac{0.5}{1.5} = 0.33$$

にほぼ倍増。