# 第３講

労働供給の実際

# 本講の「めあて」

- 労働供給の推移を国際比較したい。
- そのためのデータを得たい。
- 数理モデルを使ってデータを説明したい。

# その前に

- 第２講の続きと補足
- 効用関数

$$U(C,L)=\frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma}-\frac{L^{1+\mu}}{1+\mu}$$

- $\mu$は正のパラメタ
- $\sigma$は正、負、１のどれもOK
  - どのケースでも形状は同じ
- これらの値は最終的には推計の対象

# 労働からの不効用

- $\frac{L^{1+\mu}}{1+\mu}$に注目
- WolframAlpha（https://www.wolframalpha.com/）のサイトで可視化しよう
- $\mu = 0.5$の時、

  Plot[(x^(1+0.5))/(1+0.5),{x,0,10}]

  と入力し実行

# 消費からの効用

- $\frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma}$に注目
- $\sigma = 0.5$の場合、

Plot[(x^(1-0.5))/(1-0.5),{x,0,10}]

# 消費からの効用

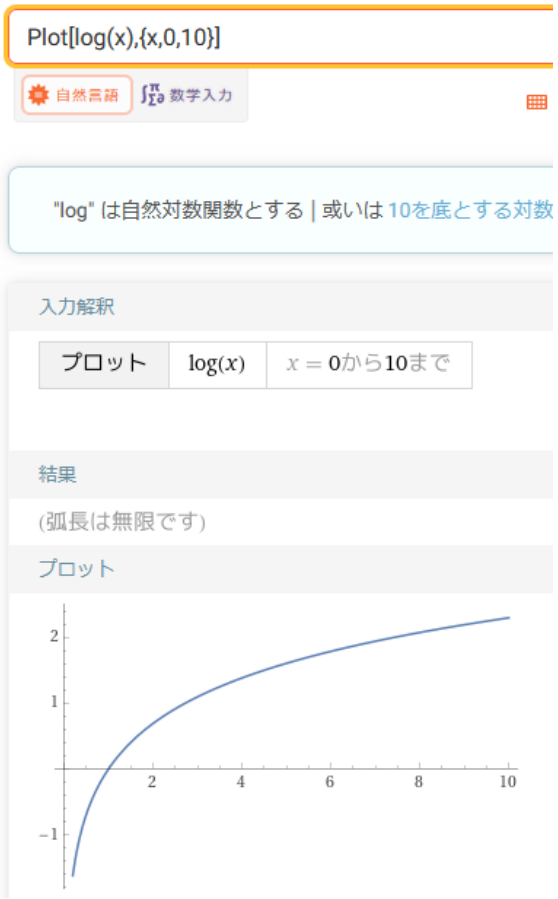
- $\frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma}$に注目
- $\sigma = 2$の場合、

Plot[(x^(1-2))/(1-2),{x,0,10}]

# 消費からの効用

- $\frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma}$に注目
- $\sigma = 1$の場合、分母がゼロになり定義できないが、$\log C$と一致
- よって、

Plot[log(x),{x,0,10}]



# 改めて、「めあて」は

- 労働供給の推移を国際比較したい。
- そのためのデータを得たい。
- 数理モデルを使ってデータを説明したい。

# 労働供給量＝総労働時間

- 労働供給量（＝労働投入量）の単位
  - すべての人々の労働時間の総和
    - そんなデータはない
  - 労働者数×一人あたり労働時間＝総労働時間
    - 「労働者数」のデータと「一人あたり労働時間」のデータから平均的な姿を見る。
- 「労働者」「雇用者」「就業者」などの用語は第４講と５講とにて正確に定義します。
  - 「労働者」は統計上あまり正確な言葉ではありませんが、一般的な表現として今はあえて使います。

# データを得る

- 一般に、経済分析のためのデータを得る方法は３つ（楽な順番に並べると）：

1. 過去の研究で作成されたデータを使う。
2. 国際機関等が公開したデータを使う。
3. 統計を作成した機関からデータを得る。

# １．他人の労力に乗っかる

- 「科学的発見」を担保すべく「再現性」が重視されている。
  - そのため、学術専門誌に論文が掲載されると、使ったデータなども一緒に公開される。
  - つまり、学習者はプロが作成したデータセットをそのまま使わせてもらえる、ということ。
- 難点：
  - データは「論文に紐づいている」のでGoogle検索等ではその存在を知り得ない。
  - 論文が古いとデータも古い。

# ２．国際機関のデータセット

- 最新のデータを公開している機関は多数：
  - IMF
  - World Bank
  - OECD
  - 日本銀行
  - Federal Reserve: FREDが大変使いやすい
- Webサイトが利用しやすく工夫されている
- 変数の定義を統一しており国際比較しやすい
- 難点：変数の説明が十分でない場合がある
  - 「雇用者」をどう定義し計測されたのか不明確

# ３．統計機関のデータ

- 変数の定義や、どのような方法で計測したのかについての説明が詳細（第４講と５講）
- 最新のデータを利用できる
- 難点：
  - 変数が多すぎて自分に必要な値を探すのが大変。
  - 分析に適した形にデータセットを自分で加工する必要がある。
    - 月ごとに１枚エクセルシートが公開されるだけ、というデータだと、多数のエクセルファイルからデータを取り出して自分で繋げる必要がある。

# ORRデータセット

- Ohanian, Raffo, and Rogerson, “Long-term changes in labor supply and taxes: Evidence from OECD countries, 1956-2004,” *Journal of Monetary Economics* 55 (2008).
  - 今後ORRデータセットと呼ぶ。
  - ファイル名＝ORRdata.xls
  - TACTからダウンロード可能。
  - https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2008.09.012

# 労働供給量の定義

- 総労働時間＝
  労働者一人あたり労働時間×労働者数
  （または、すべての労働者について一人あたり労働時間の総和）
- 日本など単一の国だけを分析の対象とする場合はこれでも問題ない。
  - が、単位が大きすぎてイメージをつかめない。
  - 労働供給量の国際比較には不向き（なぜ？）

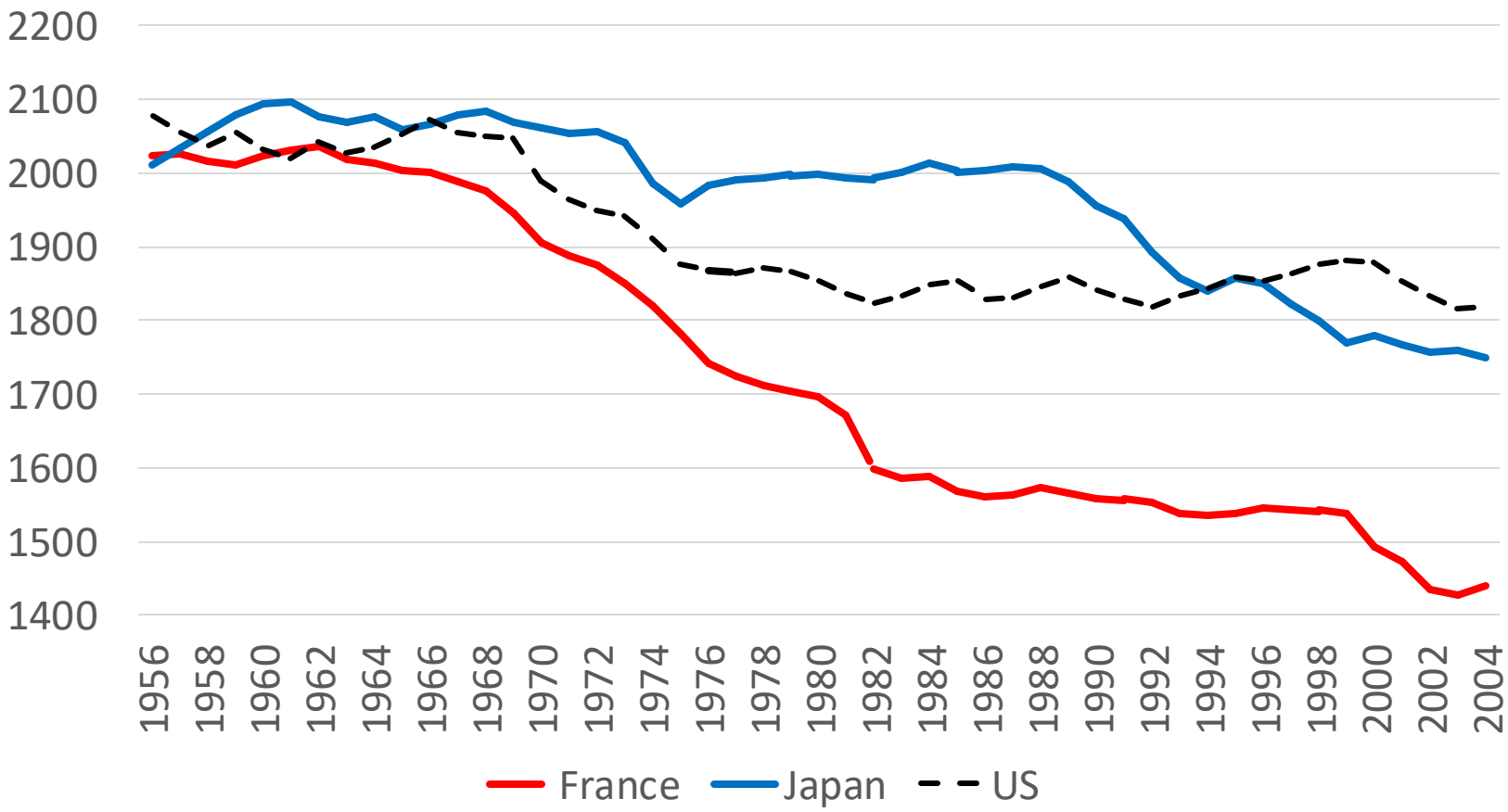
# 労働供給量の定義

- 人口が多いと「労働者数」も多い
  - 労働供給行動よりも「経済規模」を反映するかも
- 総労働時間を人口で割る
  - 通常は１５歳から６５歳までの人口（Working-age Population、労働年齢人口）を使う
- 「労働供給量」の定義：

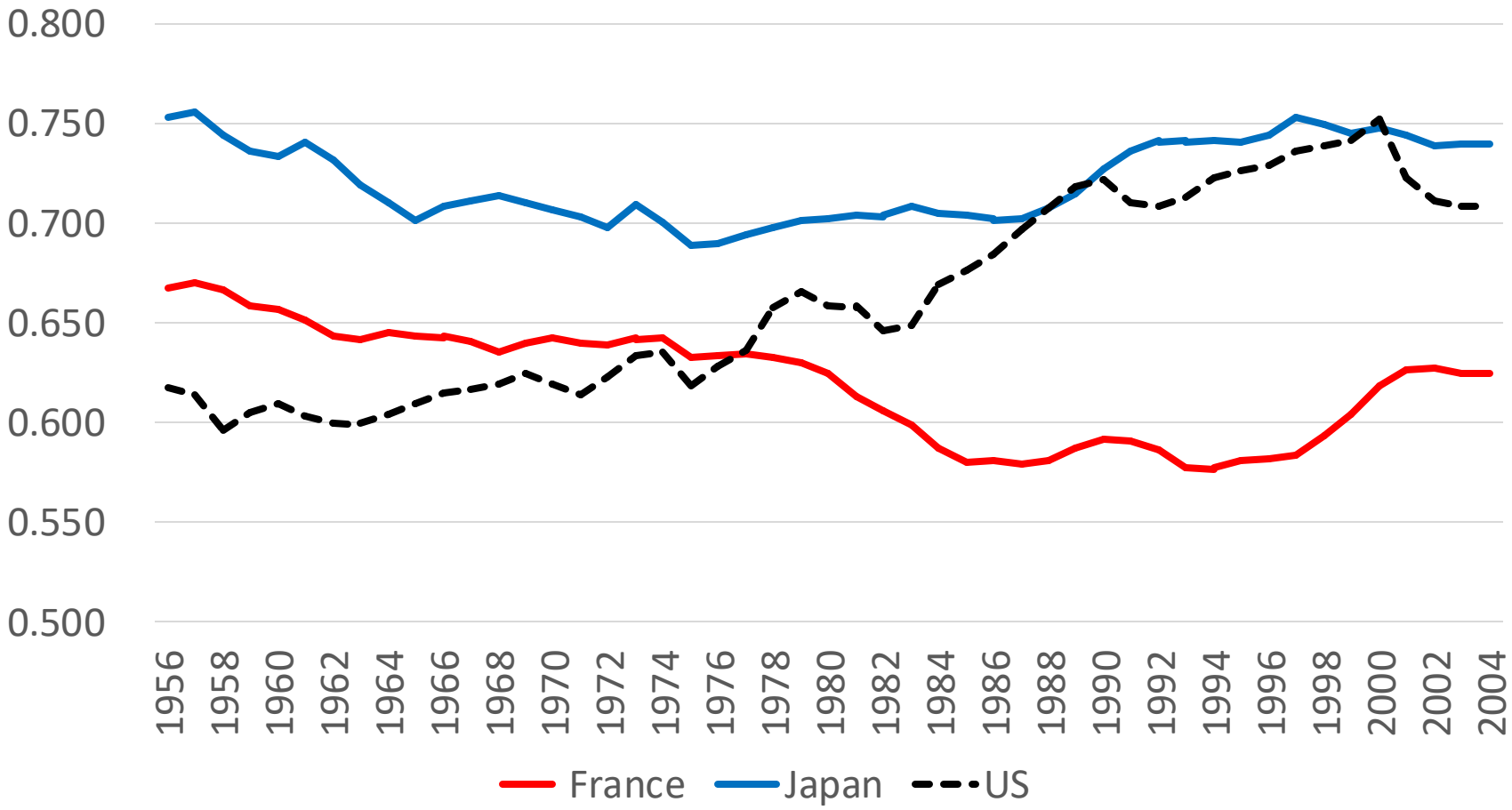
$$\frac{\text{一人あたり労働時間} \times \text{雇用者数}}{\text{労働年齢人口}}$$

$$= \text{一人あたり労働時間} \times \text{雇用率}$$

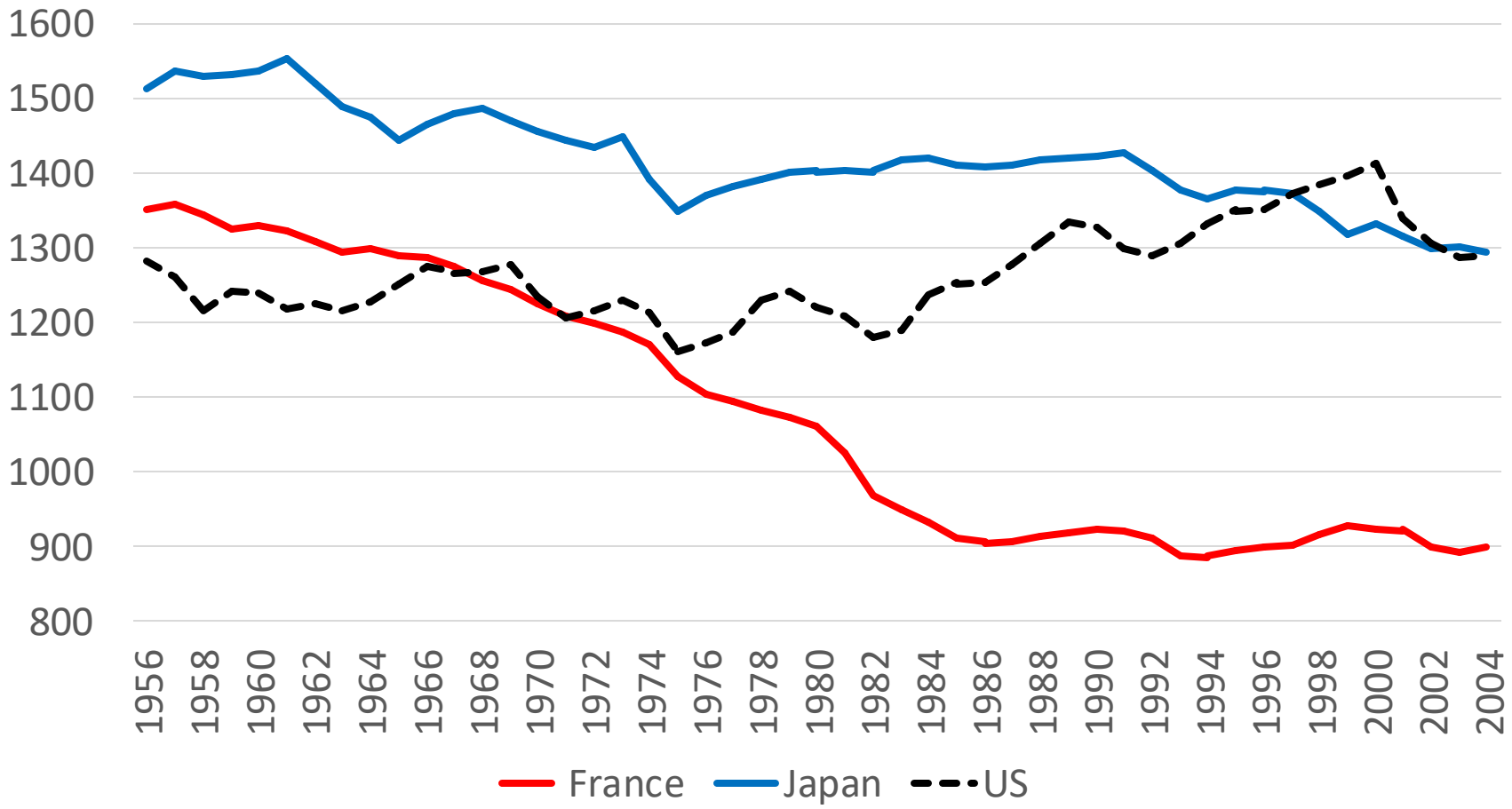
# 労働時間の推移


2200
2100
2000
1900
1800
1700
1600
1500
1400
1956
1958
1960
1962
1964
1966
1968
1970
1972
1974
1976
1978
1980
1982
1984
1986
1988
1990
1992
1994
1996
1998
2000
2002
2004
France
Japan
US

# 雇用率の推移


0.800
0.750
0.700
0.650
0.600
0.550
0.500
1956
1958
1960
1962
1964
1966
1968
1970
1972
1974
1976
1978
1980
1982
1984
1986
1988
1990
1992
1994
1996
1998
2000
2002
2004
France
Japan
US

# 労働供給量（$L$）の推移


1600
1500
1400
1300
1200
1100
1000
900
800
1956
1958
1960
1962
1964
1966
1968
1970
1972
1974
1976
1978
1980
1982
1984
1986
1988
1990
1992
1994
1996
1998
2000
2002
2004
France
Japan
US

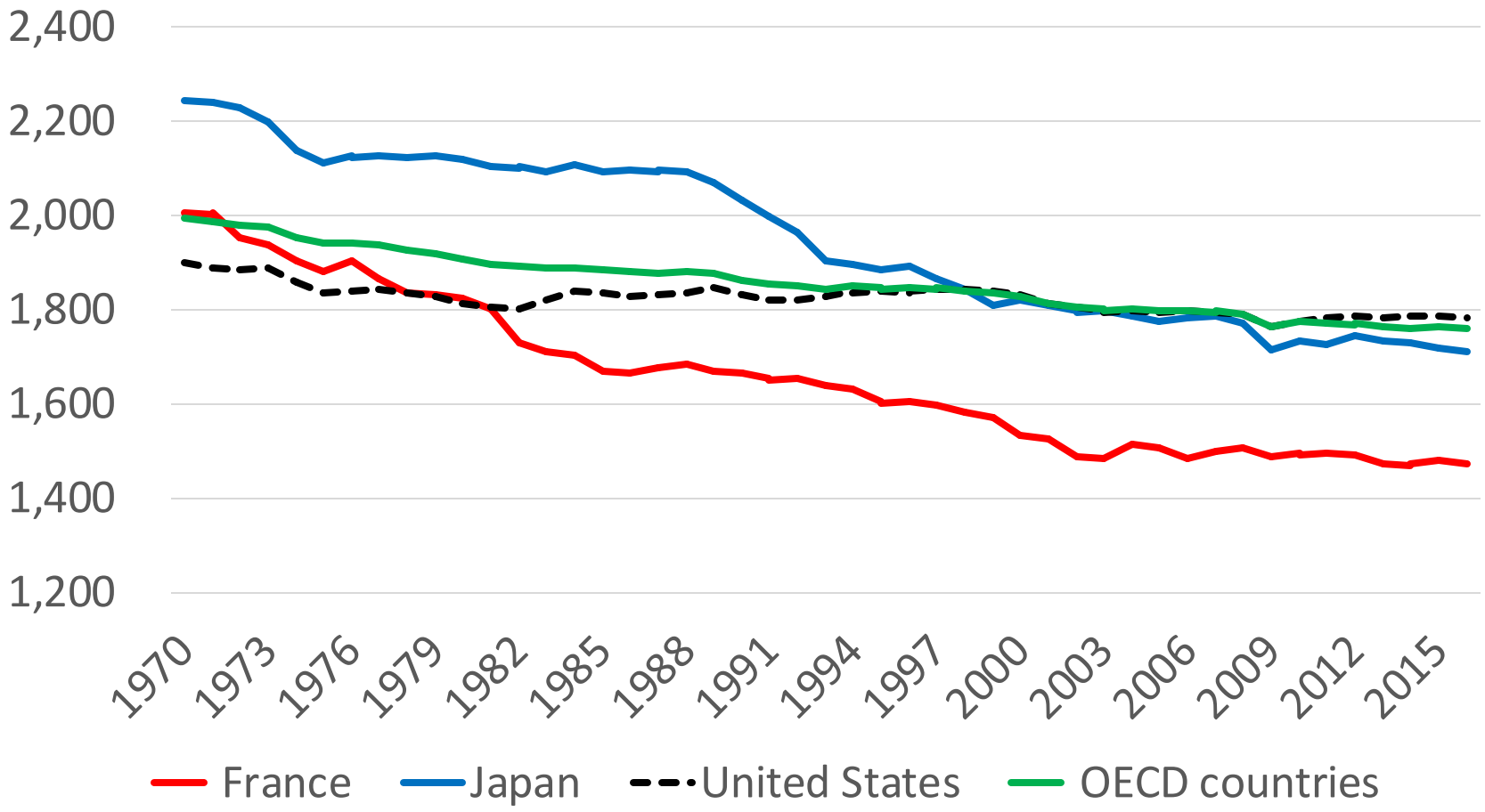
# 詳細を知りたい

- 他人のデータセットでは、「作成者の興味の範囲内」しかデータがない。
- 例えば男女別のデータなど「もっと知りたい」と思っても何もできない。
- もっと自由度の高いデータセットを使おう。

# 労働者一人あたり労働時間

- データはOECDデータセットを利用
  - https://data.oecd.org/emp/hours-worked.htm
- Average annual hours actually worked
  ＝ 正規の労働時間＋残業等－休暇等
- 目安：
  - 一日８時間×週５日×５２週＝２０８０時間
  - 一日７時間×週５日×５２週＝１８２０時間
  - 一日６時間×週５日×５２週＝１５６０時間
- 雇用率のデータもある。

# 一人あたり労働時間の推移



# 労働時間の国際比較

| | 1970 | 1980 | 1990 | 2000 | 2010 |
|---|---|---|---|---|---|
| **France** | 2,007 | 1,823 | 1,665 | 1,535 | 1,494 |
| **Japan** | 2,243 | 2,121 | 2,031 | 1,821 | 1,733 |
| **United States** | 1,902 | 1,813 | 1,831 | 1,834 | 1,774 |
| **OECD average** | 1,996 | 1,909 | 1,862 | 1,829 | 1,774 |

# 雇用率

- データをダウンロードすると自分で加工できる。
- グラフを描くだけならばOEDCのサイトで作図してくれる。
- 「OECD employment rate」で検索、または https://data.oecd.org/emp/employment-rate.htm
- 雇用率（Employment rate）
- 労働市場参加率（Labor force participation rate）
- 労働時間（Hours worked）

# モデルでデータを説明する

- フランスに限らずヨーロッパ諸国の多くで労働供給量が大きく減少している。
- どうしてヨーロッパの労働供給量は下がり続けているのだろうか。
  - 逆に、なぜ日本やアメリカでは下がっていないのだろうか。
- 参考文献：Prescott (2004) “Why Do Americans Work So Much More Than Europeans?”
  - TACTから入手できます。
  - 以下では単純化バージョンを説明。

# データ（Prescott 2004）

| 期間 | 国 | 一人あたり生産量 | 一人あたり労働時間 | 時間あたり生産量（生産性） |
|---|---|---|---|---|
| 1970-74 | France | 77 | 105 | 74 |
| | Japan | 62 | 127 | 49 |
| | US | 100 | 100 | 100 |
| 1993-96 | France | 74 | 68 | 110 |
| | Japan | 78 | 104 | 74 |
| | US | 100 | 100 | 100 |

- 労働に対する税率を計測
- 完全競争モデルを利用
- 税率の違いだけで説明できると主張

# 税率と労働供給

- 以下の問題を考える

$$\max_{C,L} \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L^{1+\mu}}{1+\mu}$$
$$s.t.$$
$$(1+\tau_C)C = (1-\tau_L)wL$$

- $\tau_c$＝消費税
- $\tau_L$＝所得税
- Prescott論文では「無限期間モデル」を分析
  - 効用関数は$\log C + \theta \log(1-L)$を仮定

# 税率と労働供給

- 予算制約線の両辺を$(1+\tau_C)$で割ると、
$$C = \frac{1+\tau_L}{1+\tau_C} wL = \left(1 - \frac{\tau_C + \tau_L}{1+\tau_C}\right) wL = (1-\tau) wL$$
- ここで得られた$\tau$のことをPrescottは effective marginal tax rate on labor income と呼んだ。
- 労働所得に対する実効限界税率

# 税率と労働供給

- 効用最大化問題の一階の条件：
$$C^{-\sigma} \times (1-\tau)w = L^{\mu}$$
- 両辺×$L$
$$C^{-\sigma} \times (1-\tau)wL = L^{1+\mu}$$
- $\sigma = 1$、$\mu = 0$と仮定すると（関数の形は？）
$$C^{-1} \times (1-\tau)wL = L$$
- 完全競争市場と$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$より
$$wL = (1-\alpha)Y$$

# 税率と労働供給

- 条件式：

$$C^{-1} \times (1-\tau) wL = L$$
$$wL = (1-\alpha) Y$$

- 両辺から$w$を消去すると

$$L = \frac{(1-\tau)(1-\alpha)}{C/Y}$$

- 賃金についてのデータを使わなくてすむ！
- 税率と$C/Y$はPrescottの推計値を利用
- $\alpha = 1/3$

# 結果

| 期間 | 国 | $\tau$ | $C/Y$ | モデル | データ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1970-74 | France | 0.49 | 0.66 | 95 | 105 |
| | Japan | 0.25 | 0.60 | 154 | 127 |
| | US | 0.40 | 0.74 | 100 | 100 |
| 1993-96 | France | 0.59 | 0.74 | 75 | 68 |
| | Japan | 0.37 | 0.68 | 125 | 104 |
| | US | 0.40 | 0.81 | 100 | 100 |

- モデルとデータを比較。
- かなりデータを再現できた。
- 頑健な（ツッコミどころの少ない）結果か？

# 単純化の仮定？

- $\sigma = 1$、$\mu = 0$と仮定することで計算をかなり簡略化できた。
- しかし、$\mu = 0$はフィリッシュ弾力性無限大。
- 極めて高い弾力性のため、小さな税率の変化が大きな労働供給量の変化を生む。
- Prescottの仮説の真偽は労働供給弾力性の推計値に全面的に依存することを意味する。

# フリッシュ弾力性の推計値

- アメリカのマクロデータを使った推計値は$1/\mu = 2.8$（$\mu = 0.36$）程度
- アメリカのミクロデータを使った推計値は$1/\mu = 0.75$（$\mu = 1.33$）程度
- 日本のミクロデータを使った推計値は$1/\mu = 0.67$程度
  - 男：0.20
  - 女：1.57
- 学界では「フリッシュ弾力性は１未満」がコンセンサス（0.5あたりが人気）になりつつある。

# ミクロ対マクロの弾力性

- 労働供給量の変化＝
  ひとりあたり労働時間の変化
  ＋労働者数の変化
- 労働時間の変化：Intensive margin
- 労働市場参加の変化：Extensive margin
- フリッシュ弾力性は２つに分解できる。
  - ミクロデータの弾力性はIntensive marginを計測
  - マクロデータは全部が混ざっているはず