全学教育「経済学」

10. 生産要素市場 (1)

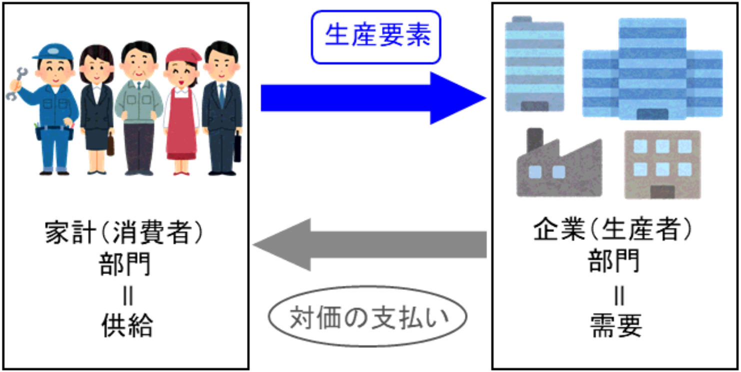
柳瀬 明彦（経済学部）

2022 年 6 月 13 日

市場経済における経済的取引（復習）

- ある財について，買い手（需要する経済主体）が売り手（供給する経済主体）に対価を支払い，その財を手に入れる
  - 財の対価 = 市場価格
- 市場 = 市場取引がなされる場
- 誰が需要し，誰が供給するのか？
  - 生産要素：家計部門が供給し，企業部門が需要
  - 中間投入物：企業部門間で取引
  - 最終消費財：企業部門が供給し，家計部門が需要

市場取引：生産要素（労働）の場合



個別経済主体の意思決定（復習）

- 家計の意思決定：効用最大化
  - 予算制約の下で，消費財の購入・消費から得られる効用を最大化
    $\longrightarrow$ 消費財の需要＆生産要素の供給を決定
- 企業の意思決定：利潤最大化
  - 生産技術の制約の下で，財の生産・販売から得られる利潤を最大化
    $\longrightarrow$ 生産要素の需要＆生産物の供給を決定

市場の均衡（復習）

- 生産要素の市場も，消費財の市場と同様に考える
  - 個別経済主体の需要・供給を市場全体で集計
    $\rightarrow$ 市場需要＆市場供給
  - 市場均衡（「市場需要 $=$ 市場供給」の状態）において，生産要素の市場均衡価格が決定
- 以下では，生産要素として労働の市場を考える
  - 土地や資本の市場も同様に考えることができる
- 完全競争を仮定
  - 家計も企業も共にプライス・テイカー

生産要素の需要

生産関数

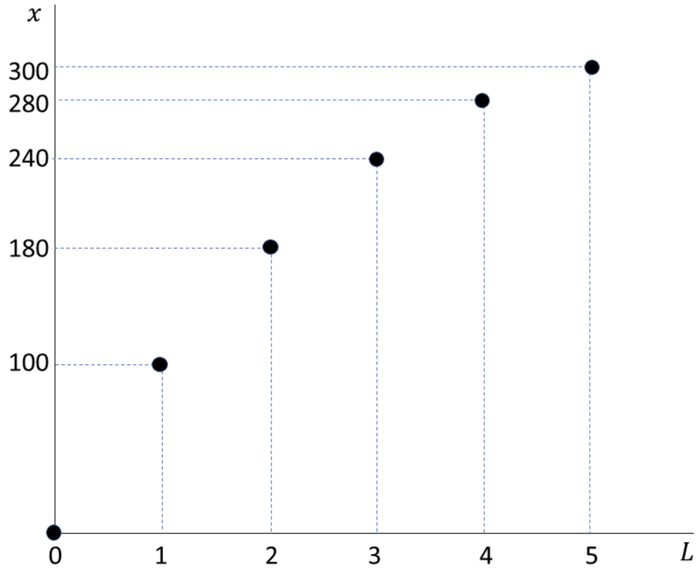
- 生産関数（production function）：「生産要素投入量と財・サービス生産量との間の技術的な関係」を表したもの
  - どのような生産要素をどれだけ投入すると，どのような財・サービスが最大限どれだけ生産されるか？
- 労働 L のみを使って，財 X が作られると仮定
  $\longrightarrow$ 財 X の（最大）生産量 x は L の関数：

$$x = f(L)$$

- 生産関数の性質として，以下を仮定：
  1. L が大きいほど，$f(L)$ の値は大きくなる
  2. L の増加に伴い，$f(L)$ の増え方は小さくなる

- 例 1：ある企業の生産関数（労働時間と生産量との関係）

L	x
0	0 個
1 時間	100 個
2 時間	180 個
3 時間	240 個
4 時間	280 個
5 時間	300 個

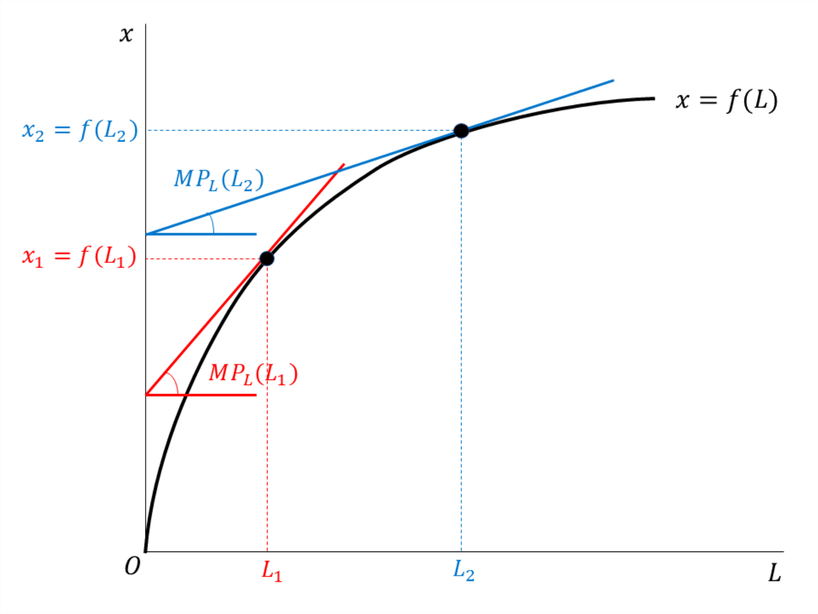

x
300
280
240
180
100
0
1
2
3
4
5
L

- L が実数値をとり，$f(L)$ が L について連続な関数と考える
  $\rightarrow$ そのグラフは連続した線
- さらに，$f(L)$ は L について微分可能であると仮定
  $\rightarrow$ 生産関数の 2 つの仮定は，次のように言い換えられる：
  1. $MP_L(L) = f'(L) > 0$（労働の限界生産物は正）
  2. $MP'_L(L) = f''(L) < 0$（労働の限界生産物は逓減）

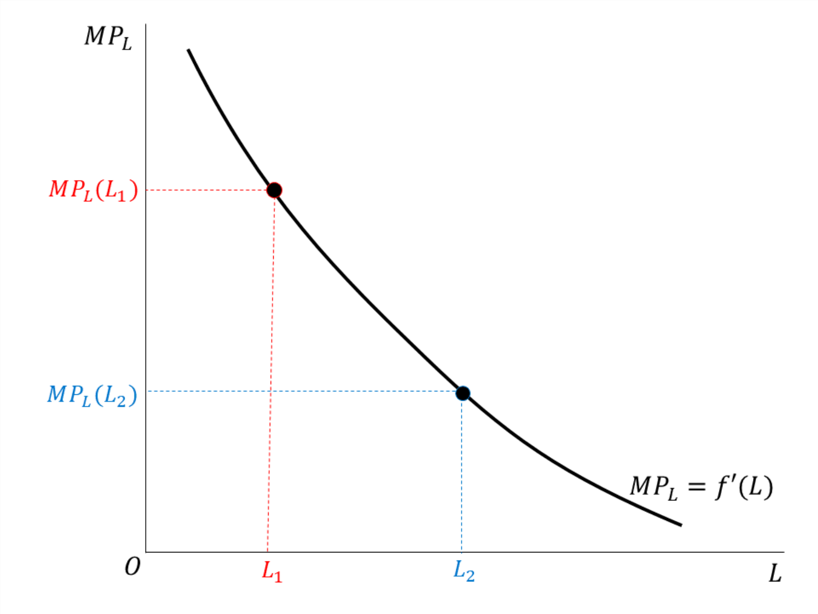
- 限界生産物（marginal product）
  - 「限界生産力」「限界生産性（marginal productivity）」とも言う
  - 「生産要素投入量を追加的に 1 単位増やしたときに，生産量がどれだけ増えるか？」を表す
  - 生産関数 $f(L)$ の 1 階微分で表される：

$$MP_L(L) = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{f(L + \Delta L) - f(L)}{\Delta L} = f'(L)$$

  - $f(L)$ のグラフ）の接線の傾きに等しい
    $\rightarrow$ 限界生産物逓減とは，接線の傾きが L の増加に伴い小さくなることを意味する



x
$x = f(L)$
$x_2 = f(L_2)$
$MP_L(L_2)$
$x_1 = f(L_1)$
$MP_L(L_1)$
O
L_1
L_2
L


MP_L
$MP_L(L_1)$
$MP_L(L_2)$
$MP_L = f'(L)$
O
L_1
L_2
L

- 例 2：$f(L) = \sqrt{L} = L^{1/2}$
  - 限界生産物：$MP_L(L) = f'(L) = (1/2)L^{-1/2}$
  - $MP_L'(L) = f''(L) = -(1/4)L^{-3/2} < 0$
    $\rightarrow$ 限界生産物は逓減

利潤最大化と最適生産の決定

- 生産者が直面している問題：
  - 生産技術の制約の下で，利潤を最大にするような L の水準を決定する
- 生産技術の制約：生産関数 $x = f(L)$ で表現される
- 利潤：収入と費用の差
  - 収入 $= p \cdot x$（p：財の価格）
  - 費用：ここでは労働のみを生産要素として投入 $\longrightarrow$ 労働者への支払額 $w \cdot L$ が費用（w：賃金）
- $\longrightarrow$ 利潤最大化問題：
  - $x = f(L)$ の制約の下で，利潤 $\pi = p \cdot x - w \cdot L$ を最大にするような L の水準を決定する

- 利潤最大化問題：
  $\pi = p \cdot f(L) - w \cdot L$ を最大にする L の決定
- 企業にとって，財の価格 p と賃金（wage）w は所与
  - 完全競争市場では，各企業は price taker であると仮定

- 例 1 について考える
  - 財の価格は $p = 10$ とする

L	x	$p \cdot x$	$p \cdot x - w \cdot L$
0	0	0	0
1	100	1000	$1000 - w$
2	180	1800	$1800 - 2w$
3	240	2400	$2400 - 3w$
4	280	2800	$2800 - 4w$
5	300	3000	$3000 - 5w$

  - $w = 300$ のとき，最適労働投入量：$L^* = 4$
  - $w = 500$ のとき，最適労働投入量：$L^* = 3$

$\longrightarrow$ 賃金が上がると，労働需要量（最適労働投入量）は減少

L	$p \cdot x - w \cdot L$	$w = 300$ のとき	$w = 500$ のとき
0	0	0	0
1	$1000 - w$	700	500
2	$1800 - 2w$	1200	800
3	$2400 - 3w$	1500	900
4	$2800 - 4w$	1600	800
5	$3000 - 5w$	1500	500

- 最適労働投入の条件は？
  - L を増やすと，収入 $p \cdot f(L)$ が増える一方，費用 $w \cdot L$ も増える
  - 収入の増え方（= 価格 × 労働の限界生産物）>（<）費用の増え方（= 賃金）
    → L を増やした（減らした）方が良い

L	収入 $p \cdot f(L)$	価格 × 労働の限界生産物 $p \cdot MP_L(L)$
1	1000	1000
2	1800	800
3	2400	600
4	2800	400
5	3000	200

  - $w = 300$ のとき，$p \cdot MP_L(4) > w$ だが $p \cdot MP_L(5) < w$
    → $L^* = 4$ が最適
  - $w = 500$ のとき，$p \cdot MP_L(3) > w$ だが $p \cdot MP_L(4) < w$
    → $L^* = 3$ が最適

- 例 2 のような場合は？
  - 考え方は例 1 と同じ：$p \cdot MP_L(L) > w$ ならば L を増やし，$p \cdot MP_L(L) < w$ ならば L を減らすのが望ましい
  - L^* は整数でなくても良い（実数値を選べる）
- 最適労働投入の条件：

$$p \cdot MP_L(L) = w \tag{1}$$

  - 労働の限界生産物価値と賃金が等しくなるような水準の労働投入量を選ぶのが最適
    - 限界生産物価値（value of marginal product）：限界生産物に財の価格をかけたもの

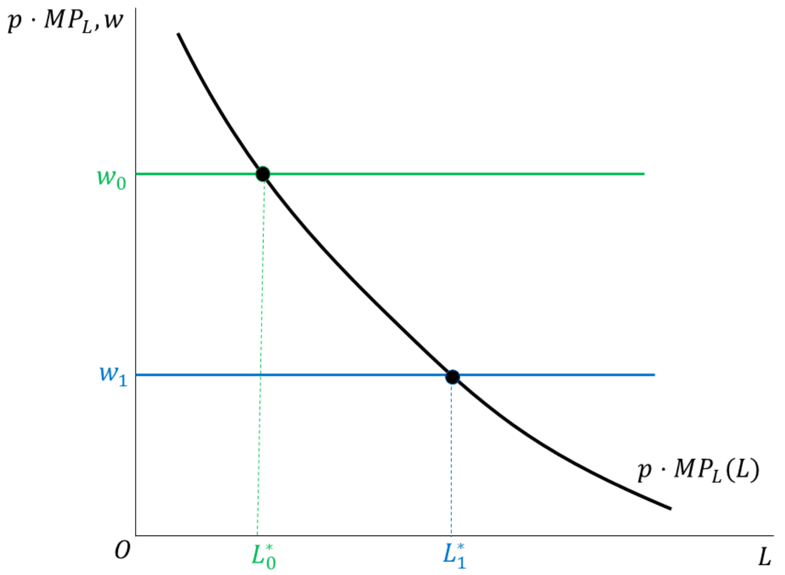
労働需要関数

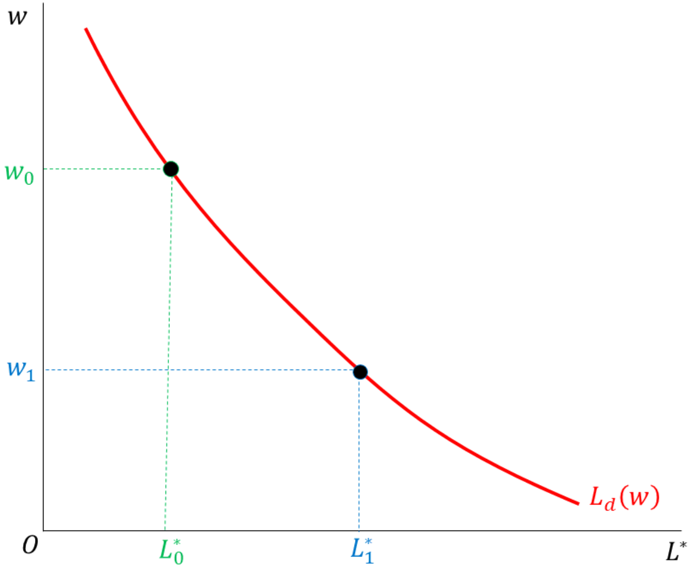
- (1) 式 $\rightarrow$ 最適な労働投入量が賃金の関数として導かれる：

$$p \cdot MP_L(L) = w \quad \rightarrow \quad L^* = L_d(w)$$

- $L_d(w)$：労働需要関数（labor demand function）
  - 財の価格 p にも依存
- $L_d(w)$ のグラフ：労働需要曲線（labor demand curve）
  - 財価格 p は所与＆限界生産物逓減（$MP'_L(L) < 0$）
    $\rightarrow$ 労働の限界生産物価値 $p \cdot MP_L(L)$ も L について逓減

$\rightarrow$ 労働需要曲線は右下がり：$L'_d(w) < 0$


$p \cdot MP_L, w$
w_0
w_1
$p \cdot MP_L(L)$
O
L_0^*
L_1^*
L


w
w_0
w_1
O
L_0^*
L_1^*
L^*
$L_d(w)$

- 例 2：$f(L) = \sqrt{L}$
  - 限界生産物：$MP_L(L) = (1/2)L^{-1/2}$

$\longrightarrow$ 利潤最大化条件：

$$p \cdot \frac{1}{2\sqrt{L}} = w$$

$\longrightarrow$ 労働需要関数：

$$L_d(w) = \frac{p^2}{4w^2}$$

  - $L_d(w)$ は w の減少関数

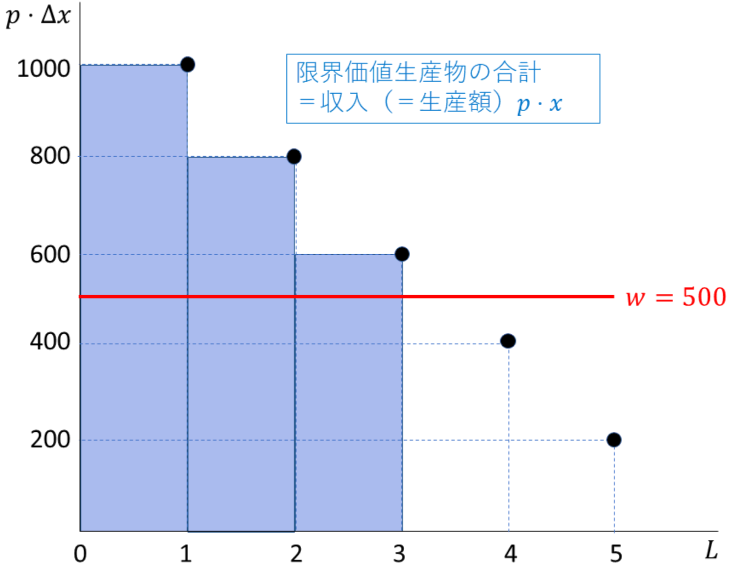
- 労働需要曲線を用いて，生産額（= 収入）$p \cdot x$ や利潤 $\pi = p \cdot x - w \cdot L$ を表現
- 例 1 について考える（$p = 10$）

L	生産額 $p \cdot x$	生産額の増加分 $p \cdot \Delta x$
1	1000	1000
2	1800	800
3	2400	600
4	2800	400
5	3000	200

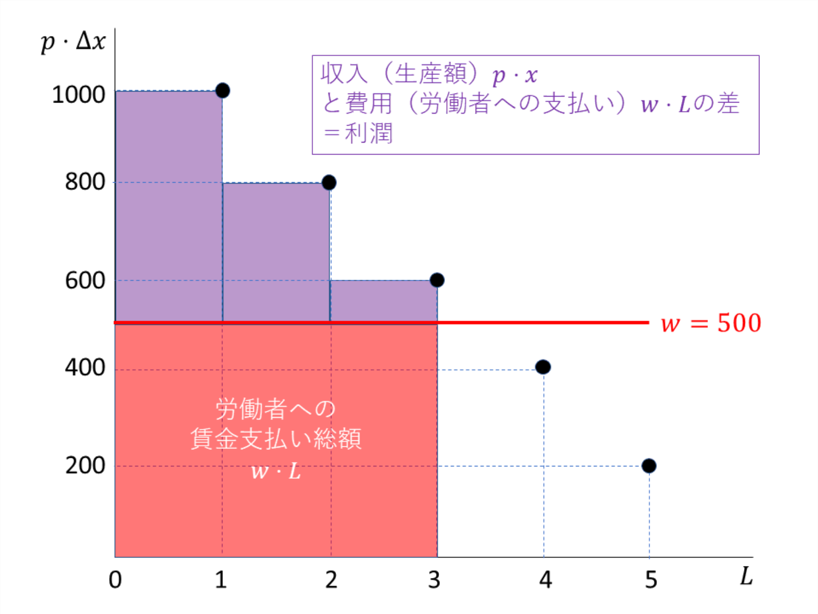
  - $w = 500$ のとき，$L^* = 3$ が最適
    $\rightarrow$ 費用 $= 500 \times 3 = 1500$
  - $L = 3$ のときの総生産額：

$$2400 = \underbrace{1000}_{\substack{L=1\text{ のときの}\\ p\cdot\Delta x}} + \underbrace{800}_{\substack{L=2\text{ のときの}\\ p\cdot\Delta x}} + \underbrace{600}_{\substack{L=3\text{ のときの}\\ p\cdot\Delta x}}$$

  - 利潤：$\pi^* = 2400 - 1500$

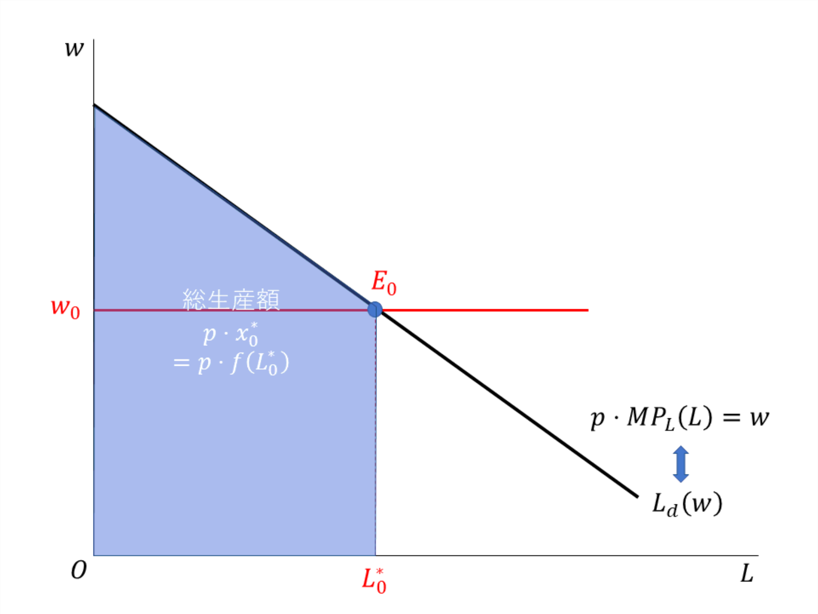


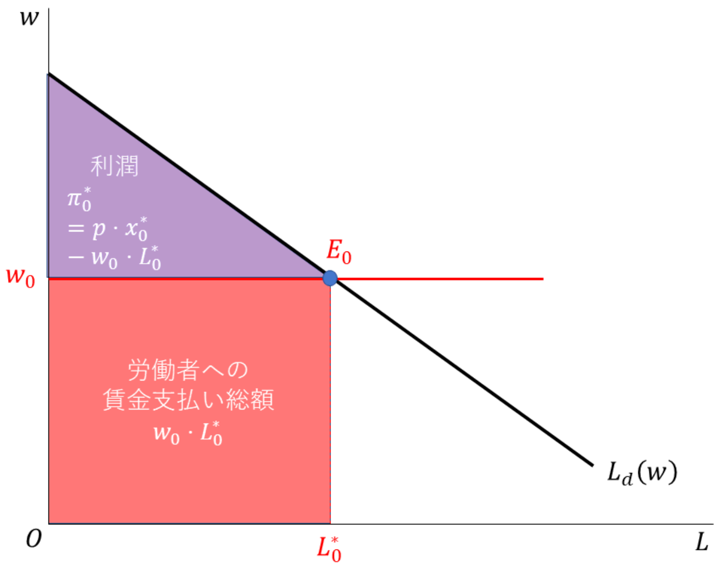
$p \cdot \Delta x$
1000
800
600
400
200
限界価値生産物の合計
＝収入（＝生産額）$p \cdot x$
$w = 500$
0
1
2
3
4
5
L


$p \cdot \Delta x$
1000
800
600
400
200
0
1
2
3
4
5
L
収入（生産額）$p \cdot x$
と費用（労働者への支払い）$w \cdot L$の差
＝利潤
$w = 500$
労働者への
賃金支払い総額
$w \cdot L$

- 労働需要曲線が連続な線の場合も同様に考えることができる
  - 利潤最大化条件：限界生産物価値 $=$ 賃金
    $\rightarrow$ 労働需要曲線の高さ $=$ 限界生産物価値
  - 限界生産物価値 $=$ 限界生産物 $\times$ 財の価格 $=$ 労働投入量の増加に伴う生産額の増加分

  $\rightarrow$ 労働の限界生産物価値（$=$ 労働需要曲線の高さ）を合計（積分）したもの $=$ 総生産額
- 労働需要曲線と賃金とで囲まれる部分の面積 $=$ 利潤


w
w_0
E_0
総生産額
$p \cdot x_0^*$
$= p \cdot f(L_0^*)$
$p \cdot MP_L(L) = w$
$L_d(w)$
O
L_0^*
L


w
利潤
π_0^*
$= p \cdot x_0^*$
$- w_0 \cdot L_0^*$
E_0
w_0
労働者への
賃金支払い総額
$w_0 \cdot L_0^*$
$L_d(w)$
O
L_0^*
L