ゲーム理論で考える社会と経済

（全学教育科目「学問の面白さを知る」）

柳瀬 明彦（経済学部）

2023 年 5 月 26 日

ゲーム理論とは何か？

ゲームとゲーム理論

- ゲームとは？
  - 日常生活：囲碁、将棋、トランプ、コンピューターゲーム etc.
  - 野球やサッカーなどのスポーツ
  - マネー・ゲーム、投資ゲーム、外交ゲーム etc.
- 共通の構造
  - 複数の行動する主体（「プレイヤー」）が存在
  - 各プレイヤーは自分の目標を達成しようとして、行動を選択
  - プレイヤーの目標の達成は、自分自身の行動だけでなくほかのプレイヤーの行動の選択にも依存
  - 各プレイヤーは一定の規則（ゲームのルール）を守る必要

$\longrightarrow$ このような共通の構造を持った「ゲーム」を分析対象とするのが「ゲーム理論」

経済社会とゲーム理論

- ゲーム理論：
  - 複数の意思決定主体が相互に作用する状況（「ゲーム的状況」）において、各主体がどのように行動し、その結果どのような状態が実現されるかを分析
  - 「戦略的相互依存」を研究する学問
- 経済社会：様々な経済主体（経済活動を行う人や組織）の意思決定が相互に作用
  - 経済活動：社会生活を営むための，財（モノやサービス）の生産・売買・消費などの活動
- 考えられる経済主体間の相互依存関係：
  - 消費者 vs 企業
  - 企業 vs 企業
  - 民間部門 vs 公共（政府）部門

ゲーム理論の誕生

- John von Neumann and Oskar Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, 1944.
  - 協力ゲームの理論が中心
- 現代のゲーム理論：非協力ゲームが中心
  - 非協力ゲーム：ゲームのプレイヤー間で拘束力のある合意を形成する制度的な枠組みがない状況を想定
- 非協力ゲームにおける重要な概念：「ナッシュ均衡」
  - John F. Nash, “Non-Cooperative Games”, 1951, *Annals of Mathematics* 54(2): 286–295.

ゲーム理論の発展

- ゲーム理論は、現代の経済学における重要な手法の一つ
  - Econometrica に掲載されたゲーム理論の論文の比率：3.6%（1955 年）→ 50%（1995 年）
- ノーベル経済学賞におけるゲーム理論分野の受賞
  - 1994 年：Harsanyi, Nash, and Selten 「非協力ゲームの均衡の分析に関する理論の開拓」
  - 2005 年：Aumann and Schelling 「ゲーム理論の分析を通じて対立と協力の理解を深めた功績」
  - ゲーム理論と関連の深い分野
    - 1996 年（情報の経済学）、2001 年（情報の経済学）、2002 年（実験経済学）、2007 年（メカニズムデザイン）、2012 年（マッチング理論）、2014 年（産業組織論）、2016 年（契約理論）、2020（オークション理論）
- 経済学以外の分野も、ゲーム理論を積極的に応用
  - 経営学、社会学、政治学、法学、哲学、生物学、工学 etc.
  - 「人間社会の科学」といえる

ゲーム理論における人間の行動

- ゲーム理論では「合理的な人間」を仮定
  - ある明確な目標を持っていて、それを可能な限り実現しようとする意味で「目標志向的」である
  - ある一定の動機（インセンティブ）に基づく行動を主な分析の対象とする
- 実際の人間の行動：利己的な動機によるところが大きい
  - 自分の利益を追求
  - 必ずしも利己的動機だけとは限らない：公平性や互恵性に基づく行動も考えられる

非協力ゲーム理論の基礎

非協力ゲームとその表現様式

- 非協力ゲーム理論：個々のプレイヤーが独立に行動する状況を扱う
  - プレイヤーが拘束力のある合意を形成する制度的な枠組みがない状況を想定
- 非協力ゲームの表現様式
  1. 戦略形ゲーム（標準形ゲーム）
     - プレイヤーが同時に行動して 1 回限りで終わってしまうゲームを記述しているのに適している
  2. 展開形ゲーム
     - 時間をかけて進行していくゲームの記述に適している
  - 1 回限りのゲームを展開形で表すこともあるし、時間をかけて進行するゲームを戦略形で表すこともある

戦略形ゲームの構成要素

1. プレイヤーの集合
    - 誰がゲームに参加しているのか？
2. 各プレイヤーが採りうる戦略の集合
    - 各プレーヤーはどんな行動を採るのか？
3. 各プレイヤーの利得
    - 各プレーヤーの戦略が決まると、どんな結果が生ずるのか？

- 例 1：囚人のジレンマ
  - 2 人の共犯者が別々に取り調べを受けていて、「黙秘」か「自白」かの選択を迫られる
    - 自分も相手も「黙秘」 $\to$ 2 人とも懲役 1 年
    - 自分は「黙秘」、相手は「自白」 $\to$ 自分は懲役 10 年、相手は無罪（司法取引）
    - 自分も相手も「自白」 $\to$ 2 人とも懲役 5 年
  - このゲームにおける
    1. プレイヤーの集合：容疑者 1 ＆容疑者 2
    2. 各プレイヤーの戦略：「黙秘」or「自白」
    3. 各プレイヤーの利得：以下の「利得表（利得行列）」で表される

容疑者 1 \ 容疑者 2	黙秘	自白
黙秘	$(-1,-1)$	$(-10,0)$
自白	$(0,-10)$	$(-5,-5)$

- 左（右）の数字：容疑者 1（容疑者 2）の利得

- 例 2：タカ-ハト・ゲーム（チキン・ゲーム）
  - 2 人の優勝者が 100 万円の賞金を分ける
    - 各プレイヤーの戦略：「タカ」（攻撃的）or「ハト」（非攻撃的）
    - 両者とも「ハト」$\to$ 100 万円を 2 等分
    - 一方が「タカ」＆他方が「ハト」$\to$「タカ」が 100 万円をすべて獲得
    - 両者とも「タカ」$\to$ 戦う（60 万円のコスト）$\to$ 1/2 の確率で勝ち、賞金を獲得 $\to$ 利得の期待値（期待利得）$= (1/2) \times 100 + (1/2) \times 0 - 60 = -10$
  - 利得表：

プレイヤー 1 \ プレイヤー 2	タカ	ハト
タカ	$(-10, -10)$	$(100, 0)$
ハト	$(0, 100)$	$(50, 50)$

    - 左（右）の数字：プレイヤー 1（プレイヤー 2）の利得

- 例 3：協調ゲーム
  - エスカレーターの左右どちら側に立つか？
    - 他の人が左側（右側）に立つ場合、自分も同じ側に立つのが望ましい
  - 利得表：

自分 \ 他人	左側	右側
左側	$(2, 2)$	$(0, 0)$
右側	$(0, 0)$	$(2, 2)$

  - 左（右）の数字：自分（他人）の利得

- 例 4：じゃんけん
  - 戦略は「グー」「チョキ」「パー」
  - 「勝ち」は 1 点、「あいこ」は 0 点、「負け」はマイナス 1 点
  - 利得表：

プレイヤー 1 \ プレイヤー 2	グー	チョキ	パー
グー	$(0, 0)$	$(1, -1)$	$(-1, 1)$
チョキ	$(-1, 1)$	$(0, 0)$	$(1, -1)$
パー	$(1, -1)$	$(-1, 1)$	$(0, 0)$

ナッシュ均衡と最適反応

- ゲームの解を求める
  - ゲームは最終的にどのような結末を迎えるか？
- ナッシュ均衡
  - プレイヤー全員が互いに**最適の戦略を選択**し、これ以上自らの戦略を変更する誘因を持たない状態
  - 他のプレーヤーの戦略を所与とした場合、どのプレーヤーも自分の戦略を変更することによってそれ以上に高い利得を得ることができない戦略（「最適反応戦略」）の組み合わせ

- プレイヤーが 2 人のゲーム、各プレイヤーの戦略を s_i で表す $(i = 1, 2)$
- 両プレイヤーの戦略の組 (s_1^*, s_2^*) がナッシュ均衡：以下の 2 つが同時に成立：
  - プレイヤー 2 が s_2^* を選んでいるとき、プレイヤー 1 にとっては s_1^* を選ぶのが最も望ましい（最適反応戦略）
    - s_1^* 以外を選んだときのプレイヤー 1 の利得は s_1^* を選んだときの利得以下の水準
  - プレイヤー 1 が s_1^* を選んでいるとき、プレイヤー 2 にとっては s_2^* を選ぶのが最も望ましい（最適反応戦略）

ナッシュ均衡の求め方

- 囚人のジレンマ・ゲーム（例 1）

容疑者 1 \ 容疑者 2	黙秘	自白
黙秘	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
自白	$(0, -10)$	$(-5, -5)$

  - 容疑者 1 について、容疑者 2 の各戦略に対する最適反応戦略を求める
    - 容疑者 2 が「黙秘」のとき、容疑者 1 は「自白」と「黙秘」のどちらを選べば良い（利得が大きい）か？
    - 容疑者 2 が「自白」のとき、容疑者 1 は「自白」と「黙秘」のどちらを選べば良い（利得が大きい）か？
  - 容疑者 2 についても同様に、最適反応戦略を求める
  - 両者の最適反応戦略の組み合わせが、ナッシュ均衡

- 囚人のジレンマ・ゲーム：容疑者 1 の最適反応戦略
  - 容疑者 2 が「黙秘」のとき：

容疑者 2 ＼ 容疑者 1	黙秘
黙秘	$(-1, -1)$
自白	$(0, -10)$

    → 容疑者 1 は「自白」を選ぶのが望ましい
  - 容疑者 2 が「自白」のとき：

容疑者 2 ＼ 容疑者 1	自白
黙秘	$(-10, 0)$
自白	$(-5, -5)$

    → 容疑者 1 は「自白」を選ぶのが望ましい

  → 容疑者 1 の最適反応戦略：容疑者 2 が「黙秘」「自白」いずれのときも、「自白」を選ぶ

- 囚人のジレンマ・ゲーム：容疑者 2 の最適反応戦略
  - 容疑者 1 が「黙秘」のとき：

容疑者 2 ＼ 容疑者 1	黙秘	自白
黙秘	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$

  $\to$ 容疑者 2 は「自白」を選ぶのが望ましい
  - 容疑者 1 が「自白」のとき：

容疑者 2 ＼ 容疑者 1	黙秘	自白
自白	$(0, -10)$	$(-5, -5)$

  $\to$ 容疑者 2 は「自白」を選ぶのが望ましい

$\to$ 容疑者 2 の最適反応戦略：容疑者 1 が「黙秘」「自白」いずれのときも、「自白」を選ぶ

- 囚人のジレンマ・ゲームのナッシュ均衡：(「自白」, 「自白」)

容疑者1 \ 容疑者2	黙秘	自白
黙秘	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
自白	$(0, -10)$	$(-5, -5)$

- なぜ「ジレンマ」なのか？
  - 2人のプレイヤーがともに「黙秘」を選んだ場合、両者の利得はともに -1 → ナッシュ均衡における各プレイヤーの利得（-5）よりも大
  - 「2人とも黙秘」という、より望ましい選択肢があるにも関わらず、「2人とも自白」という望ましくない結果が均衡では選択されてしまう

ナッシュ均衡の存在について

- 囚人のジレンマ・ゲーム：(「自白」,「自白」) が唯一のナッシュ均衡
- ナッシュ均衡は常に唯一存在するとは限らない
  - 複数存在するケース
  - 存在しないケース

- タカ-ハト・ゲーム（例 2）

プレイヤー 2 / プレイヤー 1	タカ	ハト
タカ	$(-10, -10)$	$(\mathbf{100}, \mathbf{0})$
ハト	$(\mathbf{0}, \mathbf{100})$	$(50, 50)$

- 協調ゲーム（例 3）

他人 / 自分	左側	右側
左側	$(\mathbf{2}, \mathbf{2})$	$(0, 0)$
右側	$(0, 0)$	$(\mathbf{2}, \mathbf{2})$

- じゃんけん（例 4）

プレイヤー 2 \ プレイヤー 1	グー	チョキ	パー
グー	$(0, 0)$	$(1, -1)$	$(-1, 1)$
チョキ	$(-1, 1)$	$(0, 0)$	$(1, -1)$
パー	$(1, -1)$	$(-1, 1)$	$(0, 0)$

  - 9 つの戦略の組のいずれもナッシュ均衡とはならない $\rightarrow$ ナッシュ均衡は存在しない？
  - 「純粋戦略」の範囲では、ナッシュ均衡は存在しないが、確率的に行動を選択する「混合戦略」まで考えると、ナッシュ均衡は存在
  - ナッシュ均衡：各プレイヤーは「グー」「チョキ」「パー」をそれぞれ $1/3$ の確率で出す

非協力ゲーム理論の応用

応用 1：プロスポーツにおける混合戦略

- テニスのサーブやサッカーのペナルティキック（PK）
  - 攻める側：相手のいない方に球を入れるのが望ましい
  - 守る側：球と同じ方に動くのが望ましい
- 「右」「左」どちらに動くか？
  - 純粋戦略の範囲ではナッシュ均衡は存在しない $\rightarrow$ 各プレイヤーは確率的に「右」と「左」を組み合わせる混合戦略を採用
- 実際にプロスポーツのプレイヤーは混合戦略を採用？
  - Walker and Wooders (2001, *American Economic Review*)：テニスのサーブ
  - Palacios-Huerta (2003, *Review of Economic Studies*)：サッカーの PK

- Walker and Wooders (2001)
  - 1974 年〜1997 年のグランドスラム（4 大大会）とマスターズカップのデータを調査
  - サーブの方向を統計学的に分析 $\rightarrow$ サーブの方向が頻繁に変えられていることを確認
  - テニスプレイヤーのサーブにおける左右の打ち分けが、混合戦略ナッシュ均衡
    - 右側に打った場合と左側に打った場合とで勝利確率が統計学的に等しくなるように打ち分けられている

- Palacios-Huerta (2003)
  - 1995 年〜2000 年にヨーロッパで行われたサッカーの試合における 1417 本の PK を調査
  - 例えば「キッカーが左に蹴り、ゴールキーパー（GK）が左に飛んだときに、シュートが決まる確率」が計算できる → これらを調べて、キッカーと GK の利得を求める
  - キッカーと Gk のそれぞれの期待利得（利得の期待値）を求めて、混合戦略のナッシュ均衡を計算

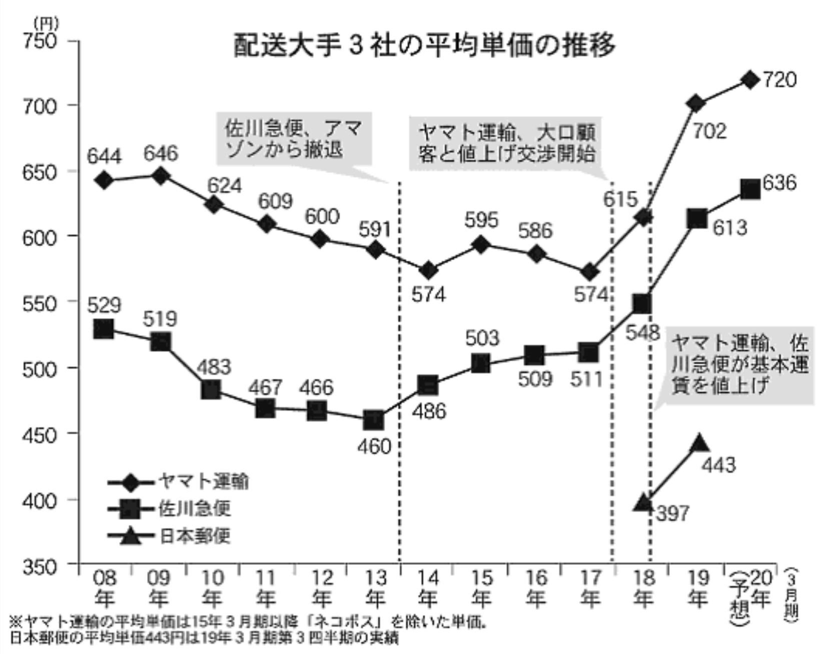
	g_L (%)	$1-g_L$ (%)	k_L (%)	$1-k_L$ (%)
Nash predicted frequencies	41·99	58·01	38·54	61·46
Actual frequencies	42·31	57·69	39·98	60·02

応用 2：価格競争

- 様々な産業が存在、様々な製品やサービスが生産・供給されている
- 市場を通じた取引
  - 製品やサービスの買い手は、その市場価格を売り手に支払うことで手に入れる
  - 市場の構造も様々
- 寡占的な市場
  - 少数の企業によって生産・供給

$\longrightarrow$ 企業間で戦略的な相互依存関係、つまりゲーム的状況

- 各企業が製品やサービスの価格設定において競争する場合
  $\longrightarrow$ 値下げ競争につながる可能性
  - 牛丼の価格、宅配サービスの配送料 etc.



出典：通販新聞ダイジェスト https://netshop.impress.co.jp/node/6479

- 価格競争（ベルトラン競争）のモデル
  - 2 社の企業（A 社と B 社）、同質的な財（消費者から見て区別できない）を生産・販売
  - 財に対する需要：価格に依存（安いほど望ましい）
  - p_i：i 社の設定する財価格（$i = A, B$）
- 各企業の価格設定とその結果
  - $p_A > p_B$ ならば、消費者は B 社からしか買わない $\rightarrow$ A 社の需要はゼロ
  - $p_A < p_B$ の場合は逆

$\rightarrow$ 各企業にとって、ライバル企業よりもほんの少し低い価格を設定するのが最適反応戦略

- どこまで価格を引き下げるか？
  - c：財の生産にかかる単位費用（1 単位当たりの生産費用）

$\rightarrow$ ナッシュ均衡では $p_A = p_B = c$

- ベルトラン競争のナッシュ均衡では、各企業の利潤（儲け）はゼロ
  - 利潤 ＝ 収入 − 費用
  - q_i：i 社の財の生産・販売量とすると、i 社の利潤：

$$\pi_i = \underbrace{p_i q_i}_{\text{収入}} - \underbrace{c q_i}_{\text{費用}} = (p_i - c)q_i = 0$$

- このような「底辺への競争」を避けるには？
  - 製品差別化：品質、機能、デザイン等で自社の財に特徴を持たせ、他社との差別化を図る
  - 各企業が差別化された財を生産する場合、価格競争の下でも各企業に利潤が発生（新規参入がなければ）

応用 3：国際公共財の自発的供給

- 公共財：誰でも利用できる財
  - 例：空気、水、公園、国防 etc.
- 「非競合性」と「非排除性」で特徴づけられる
  - 非競合性：ある人が消費（利用）しても、他の人が消費する量や質を下げない
  - 非排除性：特定の人の消費を排除できない
- 国際公共財：消費の範囲が国際的な公共財
  - 例：地球環境、航空路、インターネット、国際機関、自由貿易ルール etc.
- 国際社会では公共財を供給する世界政府が存在しない
  $\longrightarrow$ 各国による自発的な供給

- 温暖化対策のモデル
    - $N(\geq 2)$ ヵ国からなる世界
    - x_i：第 i 国の温室効果ガス排出削減量（$i = 1, \ldots, N$）
    - 各国は総排出削減量 $X = \sum_{i=1}^{N} x_i$ から aX という利益を得るが（$a > 0$）、排出削減にはコスト $bx_i^2/2$ がかかる（$b > 0$）
- 各国が自国の利益だけを追求する場合
    - 第 i 国の利得：$v(X, x_i) = aX - bx_i^2/2$
    - 各国は他の国の排出削減量を所与として、$v(X, x_i)$ を最大にするように x_i を決定 → ナッシュ均衡：$x_i^* = a/b$
- 世界中の国々が協力して温暖化対策を行う場合（国際協調）
    - 各国は世界全体の総利得 $\sum_{i=1}^{N} v(X, x_i) = NaX - \sum_{i=1}^{N} bx_i^2/2$ を最大にするように x_i を決定 → 協力解：$x_i^{**} = Na/b$

- $x_i^* < x_i^{**}$ $\rightarrow$ 各国の自発的な排出削減は、国際協調の場合よりも過小な水準
- 各国の利得：国際協調の方が大きくなる
- しかし、各国は他の国の排出削減努力にただ乗りするインセンティブ（「フリーライダー」）$\rightarrow$ 協調の達成は困難
- 国際協調をいかに達成するか？
  - 繰り返しゲーム $\rightarrow$ 協調からの逸脱に対してペナルティを課す場合、各国が将来の利得を重視するならば、協調が維持

ゲーム理論をもっと知りたい人へ

- 武藤滋夫 (2001)『ゲーム理論・入門（日経文庫)』日本経済新聞社
- 佐々木宏夫 (2003)『入門ゲーム理論—戦略的思考の科学』日本評論社
- 渡辺隆裕 (2008)『ゼミナール ゲーム理論入門』日本経済新聞出版
- 岡田章 (2014)『ゲーム理論・入門—人間社会の理解のために』有斐閣
- 岡田章 (2020)『国際関係から学ぶゲーム理論—国際協力を実現するために』有斐閣

補論：じゃんけんにおける混合戦略のナッシュ均衡

- プレイヤー i が「グー」を出す確率を p_i、「チョキ」を出す確率を q_i、「パー」を出す確率を r_i とする（$i = 1, 2$）
- それぞれの利得が発生する確率：

プレイヤー2 / プレイヤー1	グー	チョキ	パー
グー	$p_1 p_2$	$p_1 q_2$	$p_1 r_2$
チョキ	$q_1 p_2$	$q_1 q_2$	$q_1 r_2$
パー	$r_1 p_2$	$r_1 q_2$	$r_1 r_2$

- $p_i + q_i + r_i = 1$ なので、$r_i = 1 - p_i - q_i$ となる（$i = 1, 2$）

- プレイヤー 1 の期待利得（利得の期待値）：

$$
\begin{aligned}
& v_1(p_1, q_1, p_2, q_2) \\
& = p_1 p_2 \times 0 + p_1 q_2 \times 1 + p_1(1 - p_2 - q_2) \times (-1) \\
& \quad + q_1 p_2 \times (-1) + q_1 q_2 \times 0 + q_1(1 - p_2 - q_2) \times 1 \\
& \quad + (1 - p_1 - q_1) p_2 \times 1 + (1 - p_1 - q_1) q_2 \times (-1) \\
& \quad + (1 - p_1 - q_1)(1 - p_2 - q_2) \times 0 \\
& = (3q_2 - 1)p_1 + (1 - 3p_2)q_1 + p_2 - q_2
\end{aligned}
$$

- プレイヤー 1：p_2 と q_2 を所与として、$v_1(p_1, q_1, p_2, q_2)$ を最大にする p_1 と q_1 を選ぶ → プレイヤー 1 の最適反応戦略：

$$
p_1 \begin{cases} = 0 & \text{if } q_2 < 1/3 \\ \in [0, 1] & \text{if } q_2 = 1/3 \\ = 1 & \text{if } q_2 > 1/3 \end{cases}, \quad
q_1 \begin{cases} = 0 & \text{if } p_2 > 1/3 \\ \in [0, 1] & \text{if } p_2 = 1/3 \\ = 1 & \text{if } p_2 < 1/3 \end{cases}
$$

- プレイヤー 2 の期待利得：

$$
\begin{aligned}
&v_2(p_1, q_1, p_2, q_2) \\
&= p_1 p_2 \times 0 + p_1 q_2 \times (-1) + p_1(1 - p_2 - q_2) \times 1 \\
&\quad + q_1 p_2 \times 1 + q_1 q_2 \times 0 + q_1(1 - p_2 - q_2) \times (-1) \\
&\quad + (1 - p_1 - q_1) p_2 \times (-1) + (1 - p_1 - q_1) q_2 \times 1 \\
&\quad + (1 - p_1 - q_1)(1 - p_2 - q_2) \times 0 \\
&= (3q_1 - 1) p_2 + (1 - 3p_1) q_2 + p_1 - q_1
\end{aligned}
$$

- プレイヤー 2：p_1 と q_1 を所与として、$v_2(p_1, q_1, p_2, q_2)$ を最大にする p_2 と q_2 を選ぶ $\rightarrow$ プレイヤー 2 の最適反応戦略：

$$
p_2 \begin{cases} = 0 & \text{if } q_1 < 1/3 \\ \in [0, 1] & \text{if } q_1 = 1/3 \\ = 1 & \text{if } q_1 > 1/3 \end{cases}, \quad q_2 \begin{cases} = 0 & \text{if } p_1 > 1/3 \\ \in [0, 1] & \text{if } p_1 = 1/3 \\ = 1 & \text{if } p_1 < 1/3 \end{cases}
$$

- 以下の混合戦略の組はナッシュ均衡：

$$(p_1^*, q_1^*, p_2^*, q_2^*) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

- 理由
  - プレイヤー 2 が $(p_2, q_2) = (1/3, 1/3)$ を選んでいる場合、プレイヤー 1 は、どんな (p_1, q_1) を選んでも最適反応
  - したがって、$(p_1, q_1) = (1/3, 1/3)$ も最適反応
  - 同様に、プレイヤー 1 が $(p_1, q_1) = (1/3, 1/3)$ を選んでいる場合、$(p_2, q_2) = (1/3, 1/3)$ はプレイヤー 2 の最適反応