物理学基礎 I（医・医）　第 3 回

川﨑猛史

名古屋大学理学部物理学科

Last update：April 29, 2021

第３回講義資料目次

第３回講義資料目次

1. 講義のスケジュール

講義資料は各講義予定日前日にアップロードする．

1. 4/16：第 1 回
2. 4/23：第 2 回 (第 1・2 回課題公開)
3. **4/30：第 3 回 (第 1・2 回課題提出期限)**
4. 5/07：第 4 回 (第 3・4 回課題公開)
5. 5/14：第 5 回 (第 **3**・**4** 回課題提出期限)
6. 5/21：第 6 回 (第 5・6 回課題公開)
7. 5/28：第 7 回 (第 **5**・**6** 回課題提出期限)
8. 6/04：第 8 回 (第 7・8 回課題公開)
9. 6/11：名大祭のため休講
10. 6/18：第 9 回 (第 **7**・**8** 回課題提出期限)
11. 6/25：第 10 回　(第 9・10 回課題公開)
12. 7/02：第 11 回 (第 **9**・**10** 回課題提出期限)
13. 7/09：第 12 回
14. 7/16：第 13 回 (第 11・12・13 回課題公開)
15. 7/17：補講（質問対応等）
16. 7/23：オリンピックのため休講　(第 **11**・**12**・**13** 回課題提出期限)
17. 8/6（予定）：　期末試験

第３回講義資料目次

2. 運動と微分方程式 — 単振動 (線形同次２階微分方程式)

単振動 (参照：教科書 p49)

今回は，弾性力が働く物体の運動を扱う．特に，一端を固定したばね（ばね定数 k）に質点とみなせる質量 m の小球をつけ，滑らかな水平面上を 1 次元運動させる．ここで，小球は周期（振動）運動を示すことが知られている．このことを以下の微分方程式を解くことにより示していこう．

図 **1** のように，座標系を設定すると，運動方程式は x 方向のみ考えればよく，

$$\boxed{m\ddot{x}(t) = -kx(t)} \tag{1}$$

となる．図 **1** では，ばねが伸びているときの絵を描いたが，縮んでいる場合も，運動方程式は変わらない．

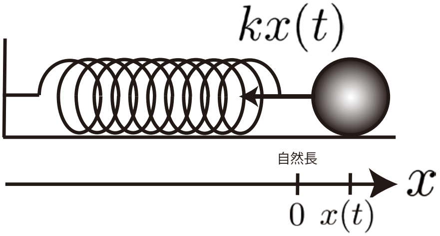

図 **1**: 単振動における座標系．

2. 運動と微分方程式 — 単振動 (線形同次 2 階微分方程式) (2)

また簡単のために $\omega^2 = \frac{k}{m}$ とおくと，運動方程式は

$$\boxed{\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t)} \tag{2}$$

となる．これは線形同次 2 階微分方程式である．
ここでは，やや技巧的だが，前回の 1 階微分方程式と同様に，変数分離でこの微分方程式を解く．[教科書 p165(3)(i) 参照]

まず式 (2) の両辺に $\dot{x}(t)$ を掛け，時間積分する．

$$\int \ddot{x}(t)\dot{x}(t)\mathrm{d}t + \int \omega^2 x(t)\dot{x}(t)\mathrm{d}t = 0$$

これは，$\ddot{x}(t)\mathrm{d}t = \mathrm{d}\dot{x}(t)$，$\dot{x}(t)\mathrm{d}t = \mathrm{d}x(t)$ であることに注意すれば

$$\int \dot{x}(t)\mathrm{d}\dot{x}(t) + \int \omega^2 x(t)\mathrm{d}x(t)$$

と変数変換することができるので，積分が実行できて，

$$\dot{x}(t)^2 + \omega^2 x(t)^2 = C_1$$

2. 運動と微分方程式 — 単振動 (線形同次 2 階微分方程式) (3)

を得る（これはいずれ扱うエネルギー保存則と同じ形をしている）．ここで C_1 は積分定数である．この方程式は，$\dot{x}(t)$ に関する 2 次方程式となっており，これを解けば，

$$\dot{x}(t) = \pm\sqrt{C_1 - \omega^2 x(t)^2}$$

となる．ここで $R^2 = C_1/\omega^2$ とし，式 (3) を変数分離した上で時間積分をとると

$$\int \frac{\dot{x}(t)}{\sqrt{R^2 - x(t)^2}}\mathrm{d}t = \pm\int \omega \mathrm{d}t \tag{3}$$

を得る．さらに，$\dot{x}(t)\mathrm{d}t = \mathrm{d}x(t)$ かつ $x(t) = R\sin\theta$ と置換すると，$\mathrm{d}x(t) = R\cos\theta \mathrm{d}\theta$ より，式 (3) 左辺は

$$\begin{aligned}\int \frac{\dot{x}(t)\mathrm{d}t}{\sqrt{R^2 - x(t)^2}} &= \int \frac{\mathrm{d}x(t)}{\sqrt{R^2 - x(t)^2}} \\ &= \int \frac{R\cos\theta \mathrm{d}\theta}{\sqrt{R^2\cos^2\theta}} \\ &= \int |1| \mathrm{d}\theta \\ &= \pm\theta \end{aligned} \tag{4}$$

2. 運動と微分方程式 — 単振動 (線形同次２階微分方程式) (4)

となる．積分定数は式 (3) 右辺の計算で考慮するのでここでは省略する．次に，式 (3) 右辺は

$$\pm \int \omega \mathrm{d}t = \pm \omega t + \phi \tag{5}$$

となる．ここで ϕ は式 (4) の不定積分の寄与を繰り込んだ積分定数である．つまり得られた方程式の解は，

$$\pm\theta = \pm\omega t + \phi \tag{6}$$

である．なお，式 (6) における $\pm$ 符号は 複合任意 であるから $\theta = \pm\omega t + \phi$ とすることできる. ここで，式 (6) の結果を $x(t) = R\sin\theta$ に戻せば，

$$\boxed{x(t) = R\sin(\omega t + \phi)} \tag{7}$$

を得る．なお，$\pm$ の部分は，R や ϕ の決め方でどうにでも変えられるので省略することができる．ここでの各積分定数（R と ϕ）は初期条件等を与えれば一意に決まる．

2. 運動と微分方程式 — 単振動 (線形同次２階微分方程式) (5)

次に，この解の物理的な意味であるが，上記の解:式 (7) は，単純な三角関数で表現されることから，物体の振動運動を表し，このような運動を**単振動 (調和振動)** という．ここで R は振動の振幅であり，$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ は周期運動における角速度（周波数）である．ここで振動の周期は，

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \tag{8}$$

となる．

第３回講義資料目次

3. 線形同次微分方程式の一般的解法

ここでは，線形同次微分方程式一般に適用可能である別解法を紹介する．次回講義で扱う減衰振動ではこの解法を用いる．

3.1. 特性方程式による解法 – 線形同次１階微分方程式

線形同次微分方程式の別解：特性方程式による解法

前回，以下の一階線形同次微分方程式 (m と ξ は定数) は

$$\boxed{m\dot{u}(t) + \xi u(t) = 0} \tag{9}$$

変数分離法を用いることにより指数関数を含む解が得られることを学んだ．今回は，この様な微分方程式が指数関数型の解をもつという知識を援用し，より簡単に一般解を得る方法を紹介する．

まず，$\boxed{u(t) = Ae^{\lambda t}}$ (ここで，$A(\neq 0)$ と λ は定数) と解に当てをつけ，これを式 (9) の左辺に代入してみよう．すると，

$$mA\lambda e^{\lambda t} + \xi Ae^{\lambda t} = A(m\lambda + \xi)e^{\lambda t} \tag{10}$$

となる．この式が 0 となる λ を選べば，式 (9) の解が見つかったことになる．いま，$A \neq 0$，$e^{\lambda t} > 0$ であることから，

$$\boxed{m\lambda + \xi = 0} \tag{11}$$

を解けばよいことがわかる．この様な λ に関する方程式を 特性方程式 という．この特性方程式の解は

$$\boxed{\lambda = -\frac{\xi}{m}} \tag{12}$$

3.1. 特性方程式による解法 – 線形同次１階微分方程式 (2)

となるので，冒頭の線形同次 1 階微分方程式の解は，

$$\boxed{u(t) = Ae^{-\frac{\xi}{m}t}} \tag{13}$$

となる．ここで，A は特性方程式には一切関与せず，初期条件を与えることにより決まる定数である．また，一階線形微分方程式は，解に積分定数を 1 つ含むので，今回求めた解を冒頭の微分方程式の一般解と考えるのが妥当である．なお，本解法は，今回扱う線形同次 **2** 階微分方程式に対しても適用できる！

3.2. 特性方程式による解法 – 線形同次 2 階微分方程式

単振動 (参照：教科書 p49)
ここでは先ほど単振動で扱った運動方程式

$$\boxed{\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t)} \tag{14}$$

を特性方程式を用いて解く．
いま，線形同次 1 階微分方程式と同様に，解を $x(t) = Ae^{\lambda t}$ とおく．ここで A と λ は定数である．すると，

$$\lambda^2 A e^{\lambda t} = -\omega^2 A e^{\lambda t} \tag{15}$$

となり整理すると，特性方程式

$$\boxed{\lambda^2 = -\omega^2} \tag{16}$$

が得られる．この特性方程式を満たす λ を用いることで，$Ae^{\lambda t}$ は式 (14) の解となる．この特性方程式の解は 2 つ見つかり，$\lambda = \pm i\omega$ である．ここで $i = \sqrt{-1}$(虚数) である．いま，A については何の制約もないので，$x(t) = A_1 e^{i\omega t}$ と $x(t) = A_2 e^{-i\omega t}$ は，ともに式 (14) の解となる．また，**式 (14) に実際に代入してみればわかるが，上の二つの解の和 (一次結合)：**

$$\boxed{x(t) = A_1 e^{i\omega t} + A_2 e^{-i\omega t}} \tag{17}$$

3.2. 特性方程式による解法 – 線形同次 2 階微分方程式 (2)

も式 **(14)** の解である．このことは，いま，$i\omega = \lambda_1$，$-i\omega = \lambda_2$ とすれば，$x(t) = A_1 e^{\lambda_1 t}$，$x(t) = A_2 e^{\lambda_2 t}$ を微分方程式に代入すると

$$
\begin{aligned}
mA_1\lambda_1^2 e^{\lambda_1 t} + kA_1 e^{\lambda_1 t} &= 0 \\
mA_2\lambda_2^2 e^{\lambda_2 t} + kA_2 e^{\lambda_2 t} &= 0
\end{aligned}
$$

となるから．これらを足し合わせると，等式

$$
m(A_1\lambda_1^2 e^{\lambda_1 t} + A_2\lambda_2^2 e^{\lambda_2 t}) + k(A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}) = 0
$$

が得られる．これは　$x(t) = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$:式 (17) とすると，$\ddot{x}(t) = A_1\lambda_1^2 e^{\lambda_1 t} + A_2\lambda_2^2 e^{\lambda_2 t}$ となるので，式 (17) が式 (14) の解となっていることがわかる．なお，この解は，未定係数を 2 つ (A_1 と A_2 を) 含む為，**2 階微分方程式の一般解となる**．

さて，上記一般解には，指数関数の肩に虚数を含む関数が出てきてしまった．この一般解から，実際の物理現象は想像し難いが，2 つの初期条件，ならびに以下の Euler の公式 を用いることで，明解な特殊解が得られる．

3.2. 特性方程式による解法 – 線形同次 2 階微分方程式 (3)

Euler の公式

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x \tag{18}$$

(注) この関数の指数演算や微分積分の計算は，実数変数の指数関数と同様である．つまり i を実数のように扱ってよい．（本講義資料補遺 1 で証明する.）

今回は，初期条件 $x(0) = x_0$, $v(0) = v_0$（共に実数）を満たす特殊解を求めよう．今，$v(t) = \dot{x}(t)$ は，

$$\boxed{\dot{x}(t) = i\omega A_1 e^{i\omega t} - i\omega A_2 e^{-i\omega t}} \tag{19}$$

であるので，位置と速度の初期条件を代入すると，それぞれ

$$x_0 = A_1 + A_2 \tag{20}$$

$$v_0 = i\omega(A_1 - A_2) \tag{21}$$

3.2. 特性方程式による解法 – 線形同次 2 階微分方程式 (4)

を得る．これらを用いて特殊解を求めると，

$$\begin{aligned} x(t) &= A_1 e^{i\omega t} + A_2 e^{-i\omega t} \\ &= (A_1 + A_2)\cos(\omega t) + i(A_1 - A_2)\sin(\omega t) \\ &= x_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t) \\ &= R\sin(\omega t + \phi) \end{aligned} \tag{22}$$

となり，$x(t)$ は実数解となった．なお，最後の変形は三角関数の合成を用いた．ここで $R = \sqrt{x_0^2 + (\frac{v_0}{\omega})^2}$，位相 ϕ は $\tan\phi = \frac{x_0\omega}{v_0}$ を満たす．このように，単振動の解が得られた．

第３回講義資料目次

4. 補遺１：数学公式の導入

今回は，主に単振動（２階線型同時微分方程式）を扱う．この議論に必要な，Euler の公式とその証明に用いる Maclaurin（マクローリン）展開公式を導入する．

4.1. Maclaurin 展開公式

ここではます，以下の Maclaurin 展開公式を導入する．

Maclaurin 展開公式

関数 $f(x)$ が $x=0$ の近傍で無限回微分可能で，次の右辺の級数が収束するとき，$f(x)$ は，以下の様に x の多項式として展開することができる．

$$\begin{aligned} f(x) &= f(0)+f'(0)x+\frac{1}{2!}f''(0)x^2+\frac{1}{3!}f'''(0)x^3+\dots \\ &= \sum_{k=0}^{\infty}\frac{f^{(k)}(0)}{k!}x^k \end{aligned} \tag{23}$$

ここで「$'$」記号は $f(x)$ の x 微分，$f^{(k)}(x)$ は $f(x)$ の x に関する k 次導関数，$k!$ は k の階乗を表す．

Maclaurin 展開公式の証明

2 点を通る 1 次関数

$$y=a_0+a_1x \tag{24}$$

3 点を通る 2 次関数

$$y=a_0+a_1x+a_2x^2 \tag{25}$$

4.1. Maclaurin 展開公式 (2)

は，それぞれ一意に定まる (各係数が具体的に定まる)．同様に，$N+1$ 点を通る N 次関数

$$y=\sum_{k=0}^{N} a_k x^k \tag{26}$$

も一意に定まるという多項式関数の性質を念頭に置き以下議論を進める．

いま，任意の関数 $y=f(x)$ を導入し，その上に無限個の点を打つ．いま，$x=0$ 近傍で関数 $f(x)$ の x 微分が無限回可能である時，これら全ての点を通る無限次の多項式は，一意に定まり，この多項式は関数 $f(x)$ と等しくなる．このことを纏めると，関数 $f(x)$ は

$$\boxed{f(x)=\lim_{N\to\infty}\sum_{k=0}^{N} a_k x^k} \tag{27}$$

と表すことが可能である．いま，$f(x)$ を一階ずつ微分すれば，多項式は

$$f'(x)=a_1+2a_2x+3a_3x^2+4a_4x^3+5a_5x^4+\cdots$$

$$f''(x)=2!a_2+3!a_3x+4\times 3a_4x^2+5\times 4a_5x^3+\cdots$$

$$f'''(x)=3!a_3+4!a_4x+5\times 4\times 3a_5x^2+\cdots$$

4.1. Maclaurin 展開公式 (3)

$$f^{(4)}(x) = 4!a_4 + 5!a_5 x + \cdots$$

となる．このことから，各項における係数 a_k $(k = 0, 1, ...)$ はそれぞれ，

$$f(0) = a_0,\quad f'(0) = a_1,\quad f''(0) = 2!a_2,\quad f'''(0) = 3!a_3,\ \cdots, f^{(k)}(0) = k!a_k,\ \cdots$$

となる．従って，任意の k において，

$$\boxed{a_k = \frac{f^{(k)}(0)}{k!}}$$

となる．これより

$$\boxed{f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k}$$

が得られる．これを $f(x)$ に関する Maclaurin 展開という．いま，Maclaurin 展開を施した関数 $f(x)$ を x 方向に $+a$ 平行移動した関数を $g(x) = f(x-a)$ とすれば，$f(x-a)$ に関する Maclaurin 展開は

$$f(x-a) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} (x-a)^k$$

4.1. Maclaurin 展開公式 (4)

となるから，これを $g(x)$ で表せば，$g(a) = f(0)$ であることに注意して

$$\boxed{g(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{g^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k}$$

が得られる．この様な多項式展開を，関数 $g(x)$ に対する Taylor（テイラー）展開という．Taylor 展開は Maclaurin 展開をより一般化したもので，$a = 0$ とした時の **Taylor** 展開が **Maclaurin** 展開に対応する．

次に，Maclaurin 展開公式を，具体的な関数に適用してみると，

$$\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \frac{1}{7!}x^7 + \frac{1}{9!}x^9 + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 + \frac{1}{8!}x^8 + \dots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{4!}x^4 + \frac{1}{5!}x^5 + \dots$$

となる．

4.1. Maclaurin 展開公式 (5)

補足: $f(x)=\sin x$ として，実際にこれを確かめてみると，$f(0)=0$，$f'(0)=1$，$f''(0)=0$，$f'''(0)=-1$ と更に高次の導関数に対しても同様に計算すれば，
$f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{f^{(k)}(0)}{k!}x^k=x-\frac{1}{3!}x^3+\frac{1}{5!}x^5-\frac{1}{7!}x^7+\frac{1}{9!}x^9\cdots$ となることが分かる．

Maclaurin(Taylor) 展開は，関数の「近似」を行う際によく用いられる．特に，x が小さい場合，x の高次の項は極めて小さくなるためその寄与を無視し，x の最低次まで考慮すれば，

$$\sin x \sim x$$

$$\cos x \sim 1-\frac{1}{2!}x^2$$

$$e^x \sim 1+x$$

などが得られる．これらは高校物理でもおなじみの近似であるが，Maclaurin 展開を学ぶことでその根拠が明らかとなった．また近似の際は，問題に応じて，何次の項まで残すべきか適宜判断する必要があるので注意せよ．

4.2. Euler の公式

次に，Euler の公式 $\boxed{\cos x + i\sin x = e^{ix}}$ を証明する．以下，左辺の複素数が普遍のように虚数が肩に乗った指数関数で置き換えが可能である根拠を示す．
いま，複素数 $\cos x + i\sin x$ を x に関して Maclaurin 展開すると

$$\begin{aligned}
\cos x + i\sin x &= \left(1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 + \dots\right) \\
&+ i\left(x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \frac{1}{7!}x^7 + \dots\right) \\
&= 1 + ix - \frac{1}{2!}x^2 - i\frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{4!}x^4 + i\frac{1}{5!}x^5 + \dots \\
&= 1 + ix + \frac{1}{2!}(ix)^2 + \frac{1}{3!}(ix)^3 + \frac{1}{4!}(ix)^4 + \frac{1}{5!}(ix)^5 + \dots
\end{aligned}$$

となり，ix を変数とする指数関数の形をしていることがわかる．よってここでは
$\boxed{\text{「便宜的に」} e^{ix} \text{ とおく}}$ ことにする．一方，このような虚数が肩に乗った指数関数の性質は非自明であるので，以下の通り，実数を肩にもつ指数関数が満たすべき性質について確認する．

4.2. Euler の公式 (2)

■ 指数関数の肩の計算

$$\begin{aligned} e^{ix}e^{iy} &= (\cos x + i\sin x)(\cos y + i\sin y) \\ &= (\cos x\cos y - \sin x\sin y) + i(\cos x\sin y + \sin x\cos y) \\ &= \cos(x+y) + i\sin(x+y) \\ &= e^{i(x+y)} \end{aligned} \tag{28}$$

となり，実数の指数関数と同様の性質を満たす．

■ 積の順序の可換性

$$\begin{aligned} e^{ix}e^{iy} &= (\cos x + i\sin x)(\cos y + i\sin y) \\ &= (\cos y + i\sin y)(\cos x + i\sin x) \\ &= e^{iy}e^{ix} \end{aligned} \tag{29}$$

このように積の順序は可換である．

4.2. Euler の公式 (3)

■ 微分の性質

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}e^{ix} &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cos x + i\sin x)\\ &= (-\sin x + i\cos x)\\ &= i(\cos x + i\sin x)\\ &= ie^{ix} \end{aligned} \tag{30}$$

となり微分も実指数関数の性質と変わらない．

このように，変数が複素数である指数関数において，実数変数をもつ指数関数と同様の性質が確認できたので，指数関数は，変数を複素数に拡張可能であり，ここでようやく e^{ix} を ix に関して Maclaurin 展開することができる．すると，

$$\begin{aligned}e^{ix} &= 1 + ix + \frac{1}{2!}(ix)^2 + \frac{1}{3!}(ix)^3 + \frac{1}{4!}x^4 + \frac{1}{5!}(ix)^5 + \dots\\ &= \left(1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 + \dots\right)\\ &+ i\left(x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \frac{1}{7!}x^7 + \dots\right)\\ &= \cos x + i\sin x \end{aligned} \tag{31}$$

となり，Euler の公式が証明できた．

第３回講義資料目次

5. 補遺 2: 第 2 回練習問題の別解（Maclaurin 展開法）

第 2 回資料の練習問題：

$$\boxed{v(t) = \frac{mg}{\xi}(1 - e^{-\frac{\xi}{m}t})}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{mg}{\xi}\left\{t - \frac{m}{\xi}(1 - e^{-\frac{\xi}{m}t})\right\}}$$

の軌道の評価に関して，短時間領域の評価方法の別解法を紹介する．
関数 $e^{-\frac{\xi}{m}t}$ に対して，本資料補遺に示した Maclaurin（マクローリン）展開を，

$$e^{-\frac{\xi}{m}t} \sim 1 - \frac{\xi}{m}t + \frac{1}{2}\left(\frac{\xi}{m}t\right)^2 - \frac{1}{3!}\left(\frac{\xi}{m}t\right)^3 \cdots$$

の様に施し，特に，短時間領域においては t の低次項（1 次項 or 2 次項）まで残し，高次の項は低次項に比べて極めて小さくなるため無視すれば，

$$v(t) \sim \frac{mg}{\xi}\left\{1 - \left(1 - \frac{\xi}{m}t\right)\right\} = gt$$

5. 補遺 2: 第 2 回練習問題の別解（Maclaurin 展開法） (2)

$$x(t) \sim \frac{mg}{\xi}\left[t - \frac{m}{\xi}\left\{1 - (1 - \frac{\xi}{m}t + \frac{1}{2}(\frac{\xi}{m}t)^2)\right\}\right] = \frac{gt^2}{2}$$

となり，短時間領域における漸近挙動が得られる．

(注)

- 指数関数の「肩」の式は必ず無次元となる（単位を含まない）ことに注意せよ．実際に $\frac{\xi t}{m}$ は，「時間/時間」となり，無次元となっている．
- $x(t)$ の短時間近似は，Maclaurin 展開の 2 次項まで残す必要がある．1 次項までの展開で止めてしまうと，$x(t) \sim 0$ となり，t 依存性に関する有用な情報が得られない．

第３回講義資料目次

6. まとめ

1. 線形同次 2 階微分方程式から単振動を導いた
2. 特性方程式による線形同次微分方程式の一般的な解法を導入した．
3. Maclaurin(Taylor) 展開公式を導出し，Euler の公式を導いた．

次回予告：教科書 p50 例題 4 をもとにして，減衰振動 (過減衰・不足減衰・臨界減衰) について詳しく説明する．