物理学基礎 II

講義 10,11 の板書ノート

電場に対する物質の応答

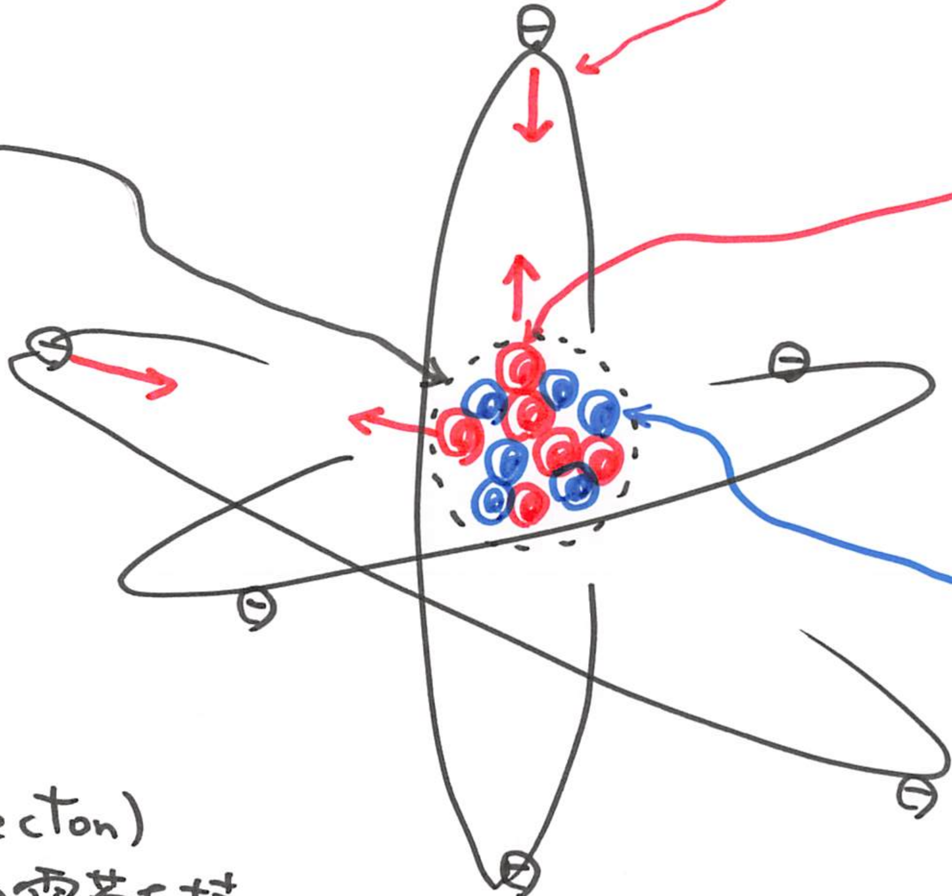
谷村 省吾

物質の構造は電気と深くかかわっている.

例えば炭素原子 (atom)

クーロン電場で引き合っている.

原子核 (nucleus)



陽子 (proton)

プラスの電荷を持つ

$e = 1.602\times10^{-19}\,C$

質量

$m_p = 1.673\times10^{-27}\,kg$

中性子 (neutron)

電荷はゼロ

質量

$m_n = 1.675\times10^{-27}\,kg$

電子 (electon)

マイナスの電荷を持つ

$m_e = 9.109\times10^{-31}\,kg$

$$\frac{m_p}{m_e} = 1835 \qquad \frac{m_n}{m_e} = 1839$$

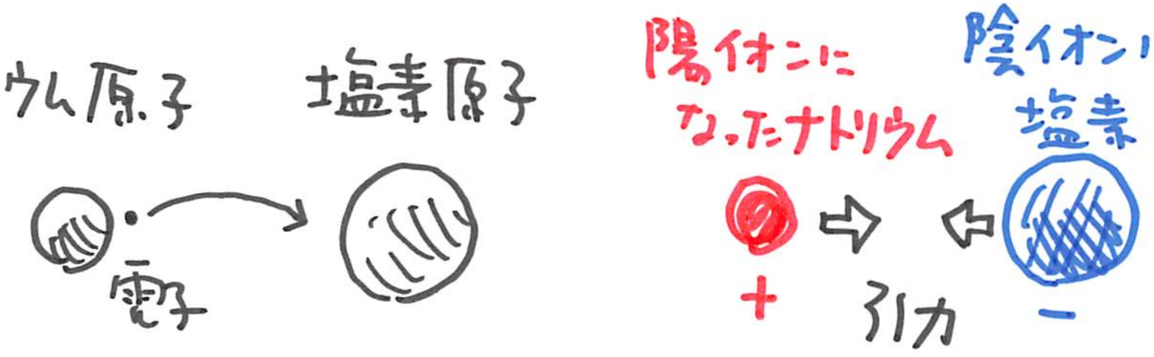
私たちの体には

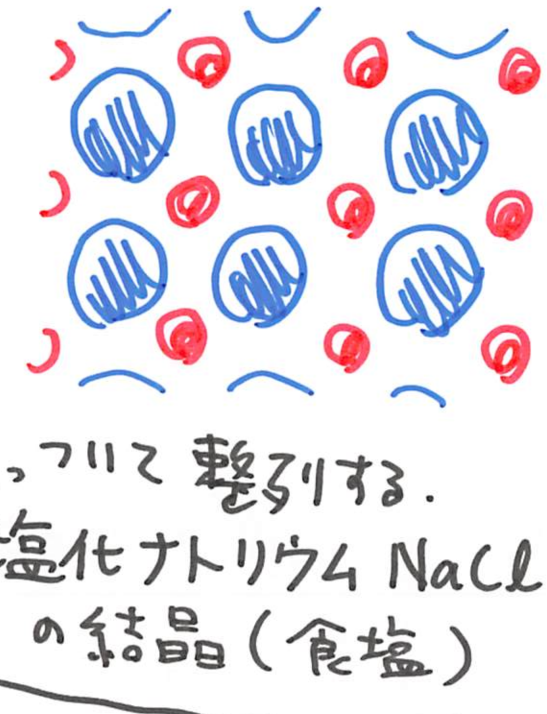
陽子の数 = 電子の数 ≈ 中性子の数

なので体重の4000分の1くらいが電子の重さ.

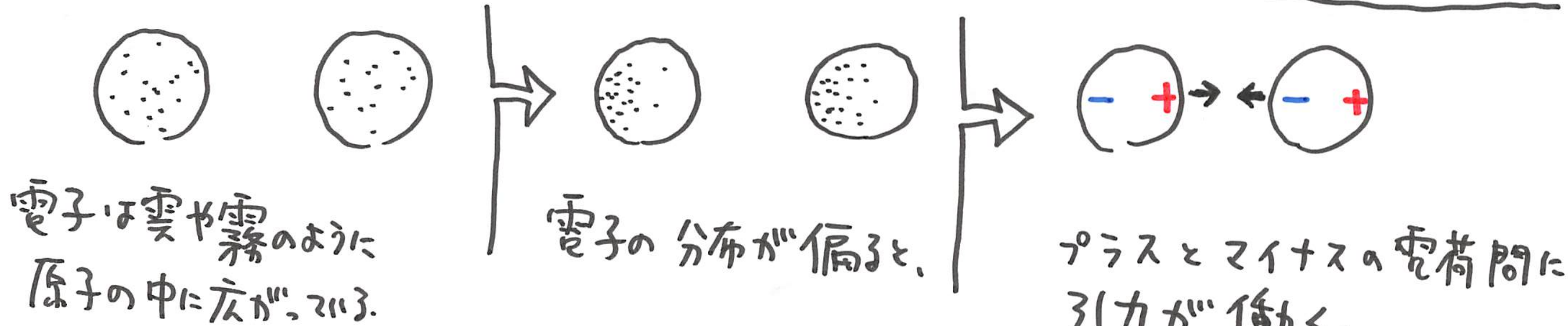
体重60kgの人なら15gくらいが電子.

原子は電気的に中性だが、電子が取れたり、余分にくっついたりしてイオン(帯電)になる。





原子の中で電子(の分布)が偏ることにより、原子が分極電荷を持ち、原子間に力が働く。

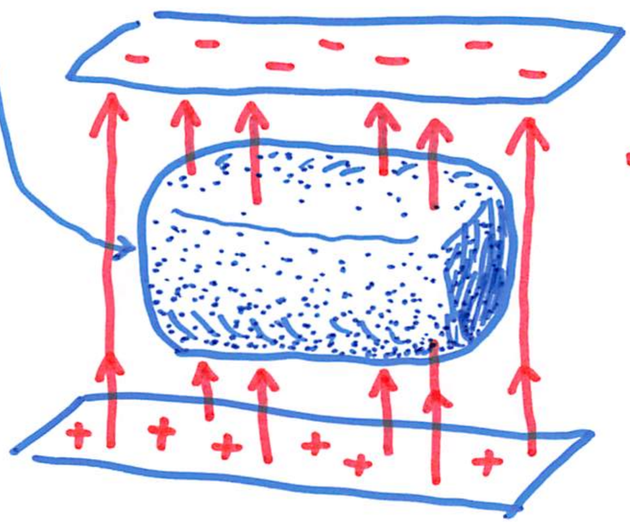


ファン・デル・ワールス力という
van der Waals

物質(固体・液体・気体)に電場を浴びせる(電場を印加するという)

apply electric field

と何が起こるか?



電場E

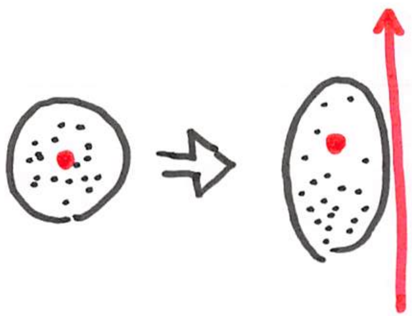
外部からの場

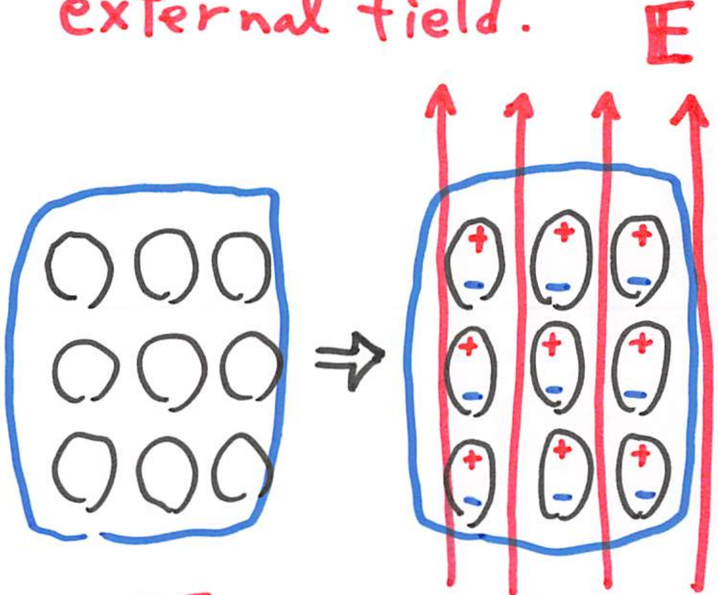
external field.

2通りの応答

1. 誘電分極

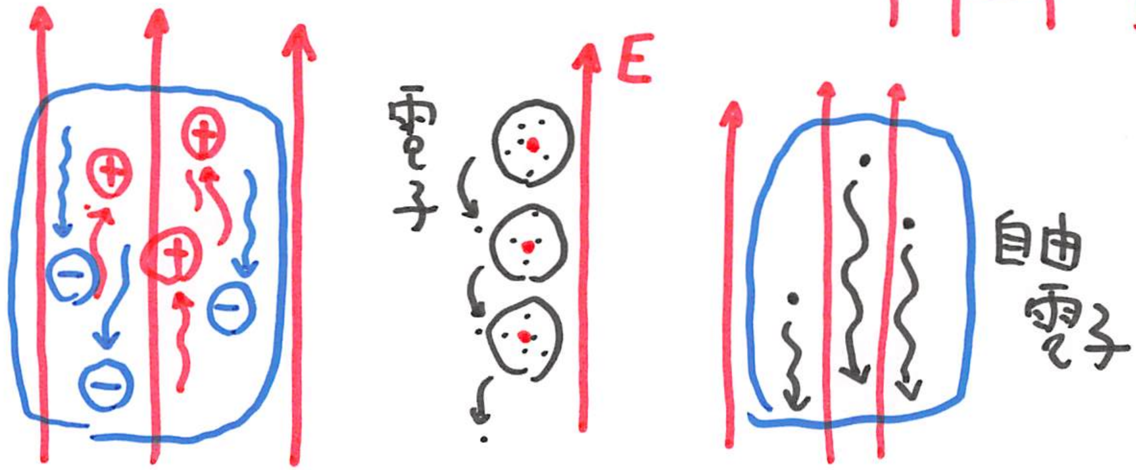
原子・分子内で電子と原子核の配置が少しずれて、プラス・マイナスの分極を生じる。





2. 電流が流れる

正イオンは電場の方向に。負イオンや電子は電場の逆方向に引き寄せられ、際限なく移動し続ける。



物質の性質の分類

- 誘電体(dielectric)…誘電分極を起こしやすい物質

  プラスチック, セラミックス, 油, 液晶など

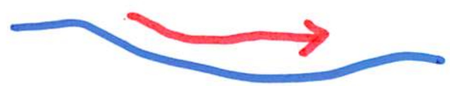
- 導体(conductor)…荷電粒子(イオンや電子)が移動・通過しやすい物質

  =良導体ともいう.

  銅, 銀, 塩酸, 水酸化ナトリウム水溶液など

- 導線…導体(たいていは金属)を細い線状の形状にしたもの.

  電流を流すために使う.



- 絶縁体(insulator)…荷電粒子が通過しにくい物質. ほとんど電流が流れない.

  =不導体ともいう

  ガラス, ポリエステル, ゴムなど.

- 半導体(semiconductor)…導体と絶縁体の中間的な物質

  不純物を混ぜたり, 外部から電場を与えたりすると電気的性質が変わりやすい.

  ケイ素(シリコン結晶)など

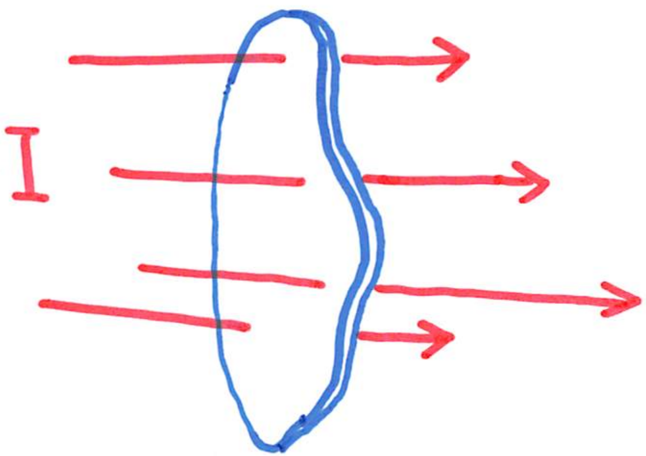
電流の定量的表現

ある断面を時間 t の間に通過した電荷の量を Q とする.

t と Q が比例関係にあれば

$$Q = It$$

の比例係数 I を電流の大きさと定める.



とくに, 面積 S の断面を一様な強度で電流が流れていれば,

S に I は比例し,

$$I = jS$$

の比例係数 j を電流密度と呼ぶ.

まとめ

電流 $I = \frac{Q}{t}$: 単位時間あたりの電荷の移動量. 単位は $A = C \cdot s^{-1}$ (アンペア, クーロン毎秒)

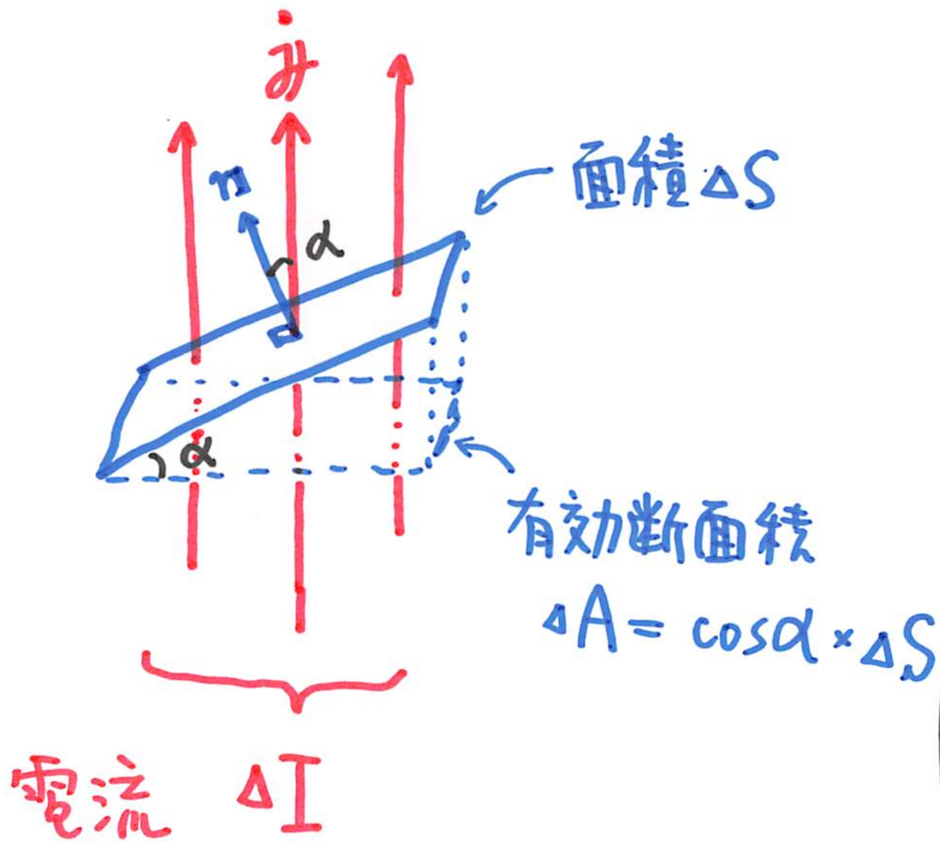
電流密度 $j = \frac{I}{S}$: 単位面積あたりの電流. 単位は $A \cdot m^{-2}$

一般には、電流密度 $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) = (j_x(x,y,z), j_y(x,y,z), j_z(x,y,z))$

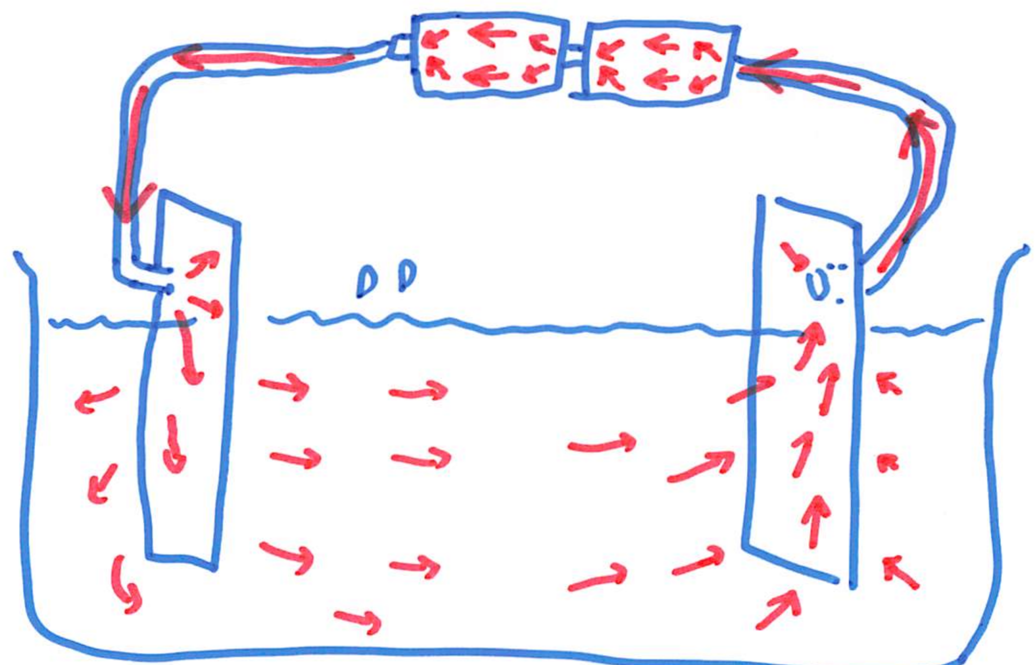
はベクトル場である。

単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ を持つ面積素片 ΔS を通過する電流は

$$\Delta I = \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{n}\,\Delta S = \|\boldsymbol{j}\| \times \cos\alpha \times \Delta S$$



一般には電流密度は場所ごとに変化しうる。（時間的にも）



ローカルな電荷保存則

$\rho(\mathbf{r}, t)$ ： 電荷密度

$\boldsymbol{j}(\mathbf{r}, t)$ ： 電流密度

V ： 任意の立体領域

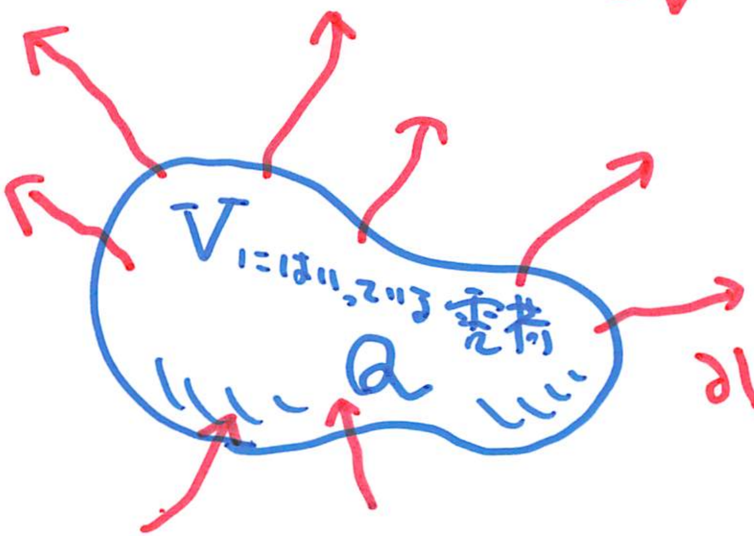
マイナス

(V内の総電荷量の時間変化) $=$ $-$ (Vの表面を通過して流出する電流)

(増えればプラス, 減ればマイナス)

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\, dV = -\int_{\partial V} \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{n}\, dS$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -I$$



∂Vを通過して流れ出る

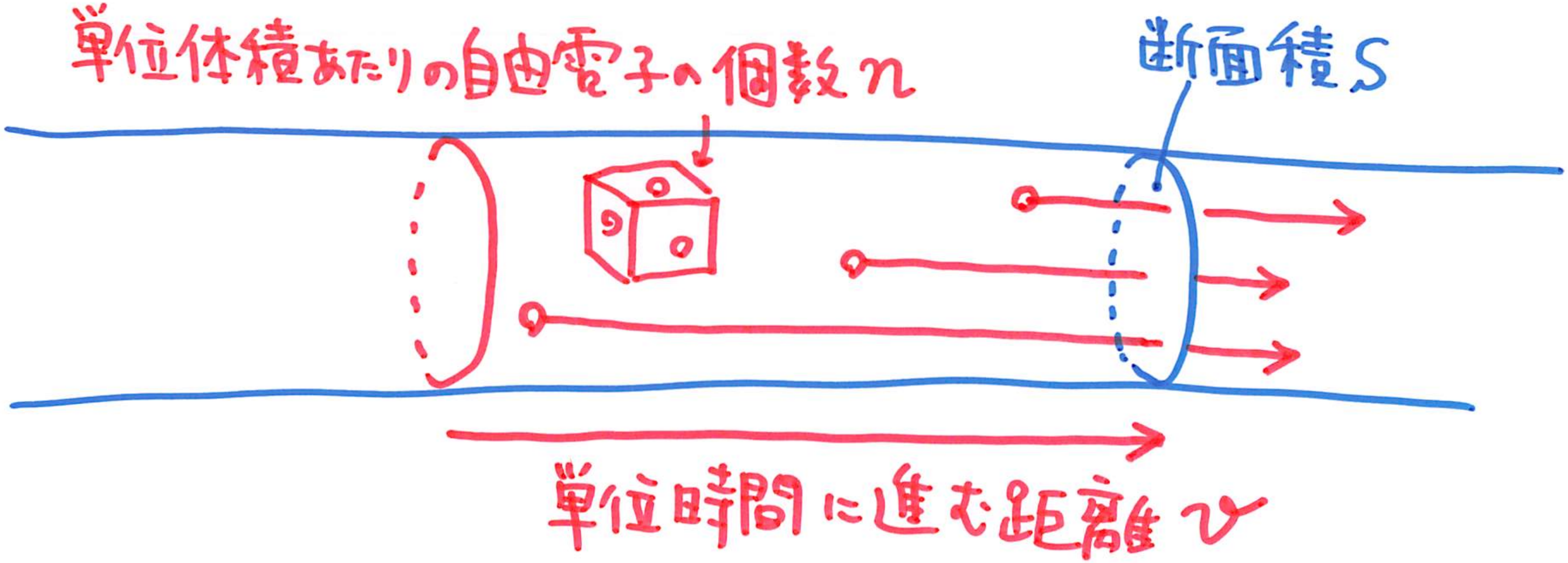
正味の電流 I

電子の個数・密度・速度と電流の関係・

単位体積あたりの自由電子(free electron；原子に束縛されずに固体中を動き回ることができる電子)の個数を n、

電子の電荷を e、電子の平均速度を v、導線の断面積を S とすると、電流は

$$I = envS$$

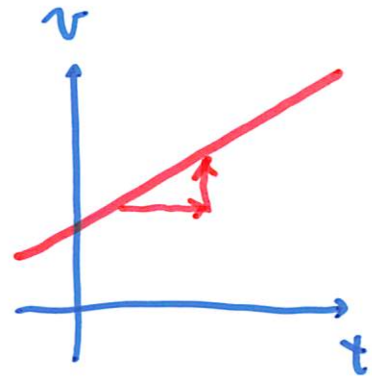


電場に対する電流応答.

質量 m, 電荷 q の粒子が電場 E から受ける力 $F = qE$

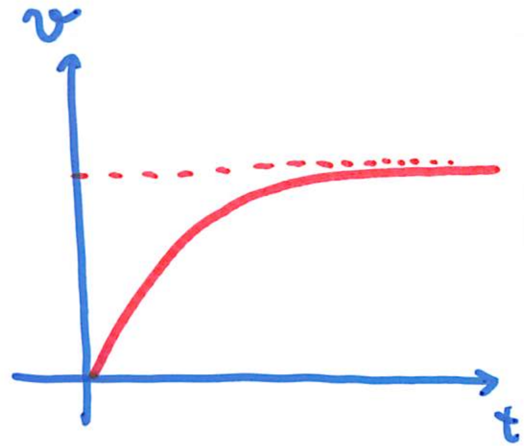
粒子の運動方程式 $m\dfrac{dv}{dt} = F = qE$

(v は時刻 t での速度)



E が一定なら 解は $v(t) = v(0) + \dfrac{q}{m}Et$

… 荷電粒子の速度は ~~無~~ 際限なく大きくなり,
電流も際限なく増えそうなものだが,
現実の物質では v は一定の値に落ち着く.
しかも ~~終~~ 収束速度 v は E に比例する.
ゆえに電流は E に比例する.



なぜか? 理由はけっこう難しい.

オームの法則 (Ohm's law)

電場$\mathbb{E}$を印加された物質中を流れる電流の密度は、

$$\boldsymbol{j} = \sigma \mathbb{E}$$

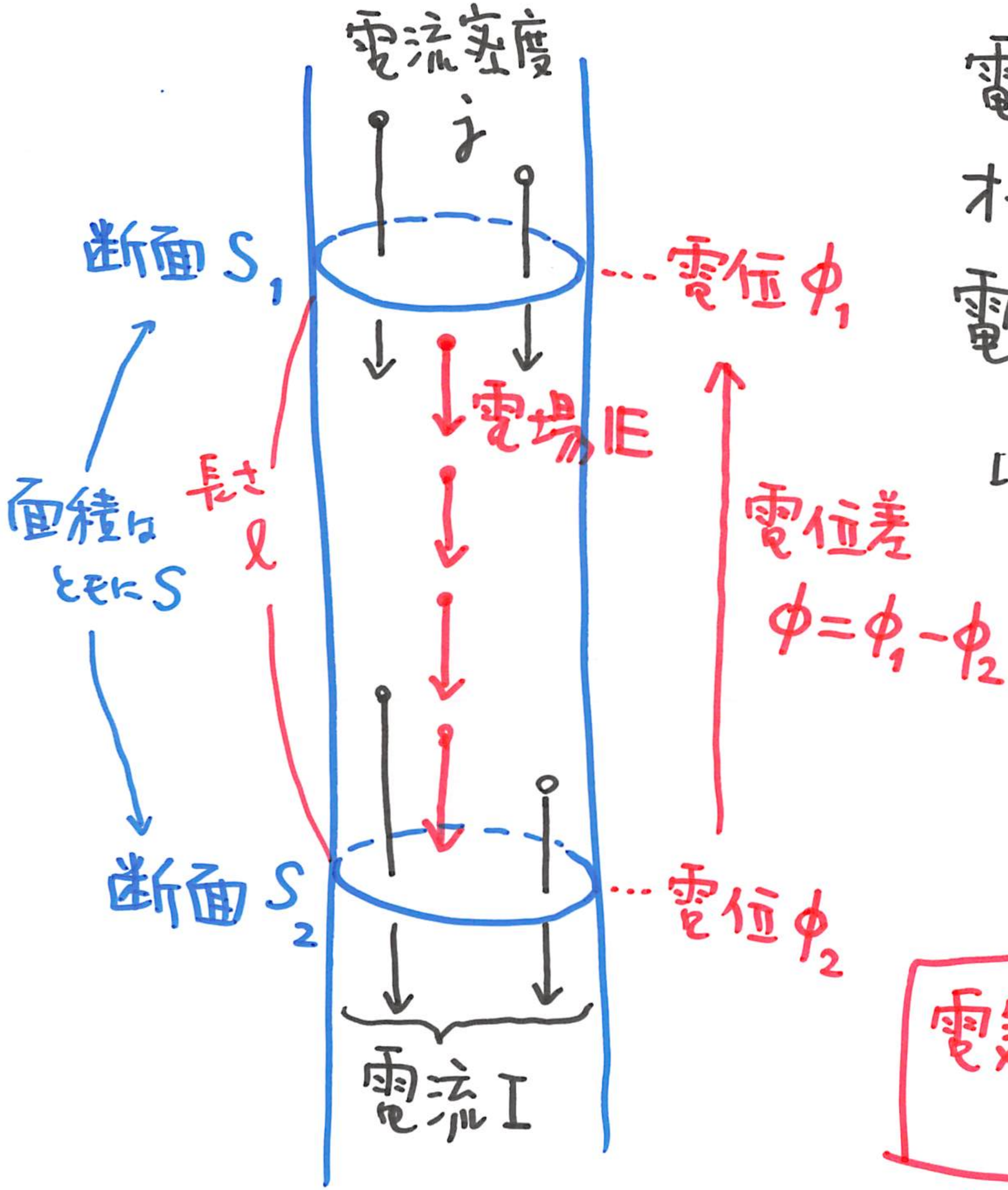
シグマ
σ : 電気伝導率 (electrical conductivity)

オームの法則は近似的・現象論的・経験則である。
つまり、なぜオームの法則が成り立つのか、という根拠はあいまいであるし、絶対に正しい法則でもない。極端に電場を強くすると、「電流は電場に比例する」という性質が成り立たなくなる。

σの値は物質の種類によって異なる。σは「電流の通しやすさ」を表している。

ロー
$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$: 電気抵抗率 (electrical resistivity)

ρは「電流の通しにくさ」を表す。



電流密度jの定義より $I=j\cdot S$ …①

オームの法則より $j=\sigma E$ …②

電位の定義より $\phi= E\cdot l$ …③

以上より

$$
\begin{aligned}
\phi &= l\cdot E \\
&= \frac{l}{\sigma S}\cdot\sigma E\cdot S \\
&= R\cdot jS \\
&= R\cdot I
\end{aligned}
$$

$$\boxed{\text{電気抵抗 } R := \frac{l}{\sigma S} = \frac{l}{S}\rho}$$

単位は $\overset{\text{オーム}}{\Omega}$ (大文字のオメガ)

いろいろな物質の抵抗率 ρ

電流が流れやすい。

小

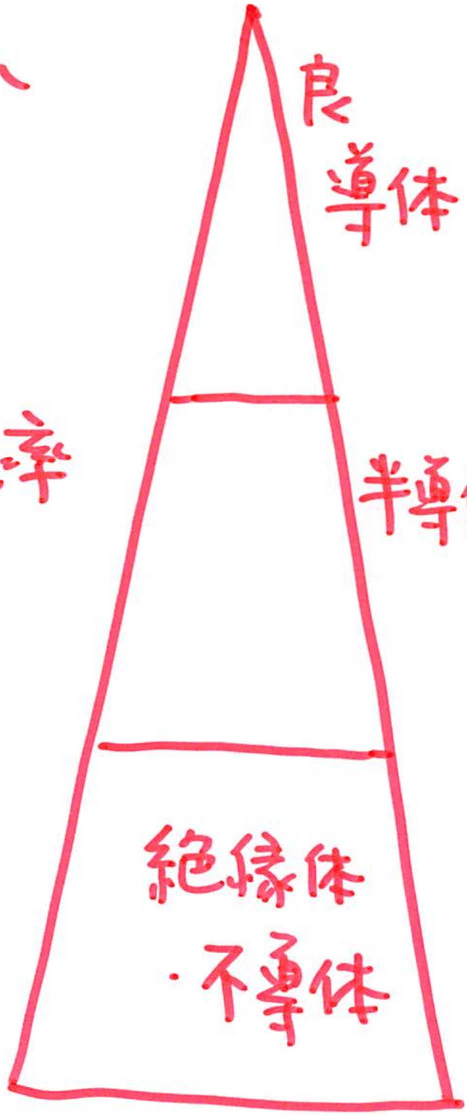
↑

抵抗率

↓

大

電流通しにくい



銀	$\rho =$	$1.47 \times 10^{-8}\ \Omega m$
銅		$1.55 \times 10^{-8}\ \Omega m$
金		2.05×10^{-8}
鉄		8.9×10^{-8}
炭素		$1640 \times 10^{-8}\ \Omega m$
海水		$0.2\ \Omega m$
シリコン結晶		$3970.\ \Omega m$
ガラス		$10^{10} \sim 10^{14}\ \Omega m$
ポリエステル		$10^{12} \sim 10^{14}$
硫黄（いおう）		2×10^{15}

10^{23} 倍

導体を電場に置くと、

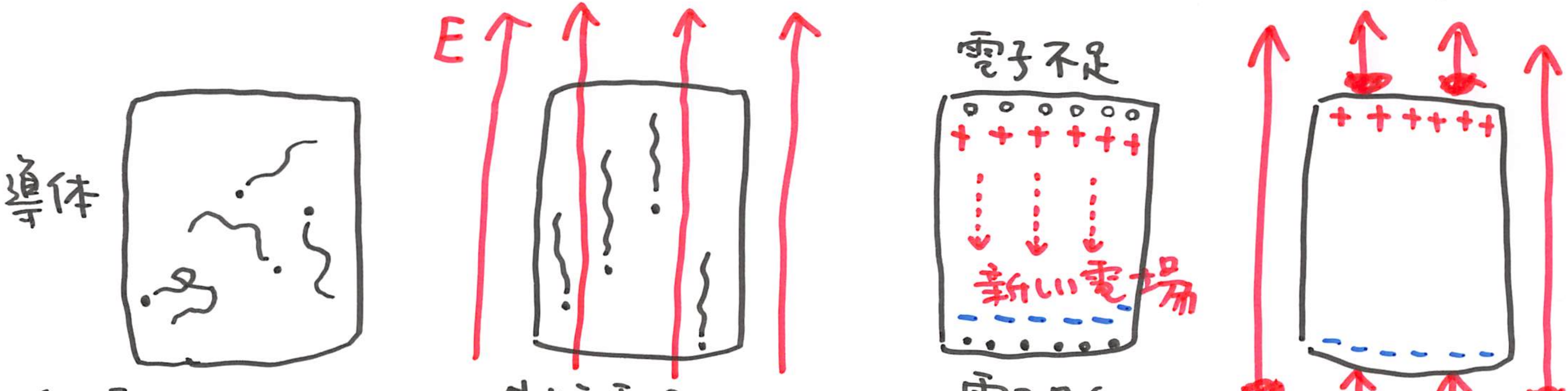
電場があるとオームの法則 $j = \sigma E$ により電流が流れる。

(~~電~~自由電子が移動する)。

電場がゼロでない限り電流は流れる。

~~__~~導体の外に自由電子は飛び出せず、電子が行き止まりの状態になる。

導体の表面にたまった電荷が作る電場が、導体の内部で、もともとあった電場と打ち消すと、電流も止まり、定常状態になる。



自由電子がフラフラしている。

外から電場を印加すると、すぐ電子が動き出す。

定常状態

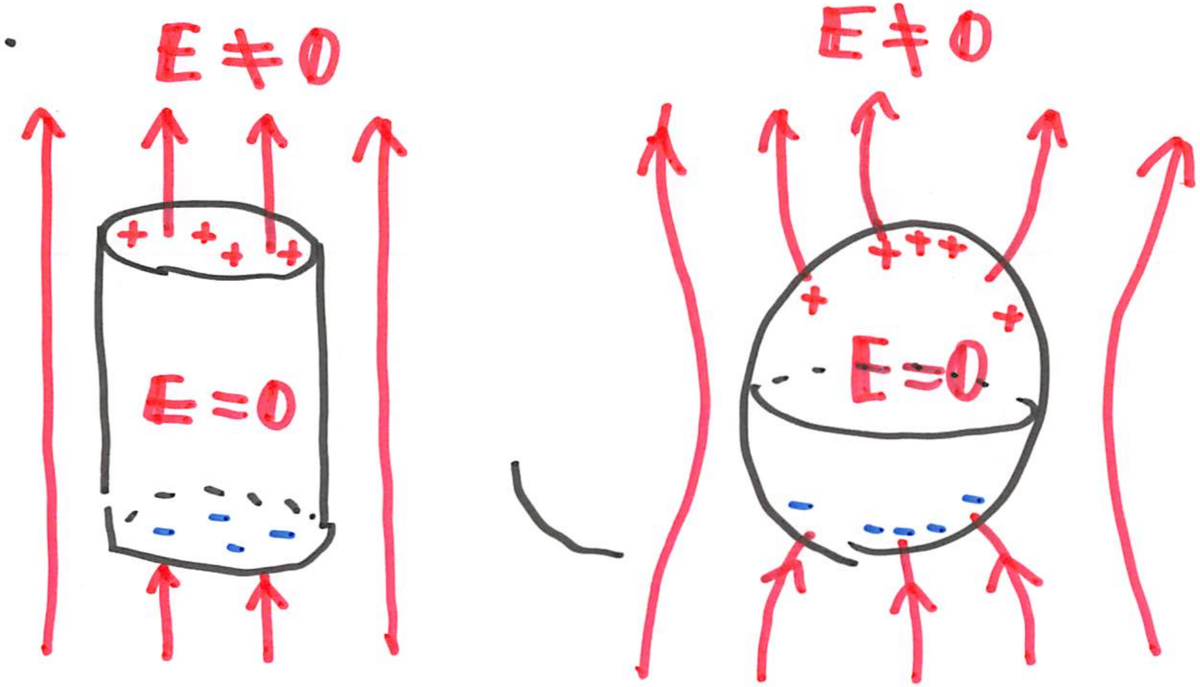
静電場中に置かれた導体で成り立つこと.

定理1. 静電場中の定常状態の導体の内部の電場はゼロである.

なぜなら, もしも電場がノンゼロなら, 電流が流れ, 定常状態じゃない. から.

導体がどんな形であっても

導体内部は $E=0$ になる.

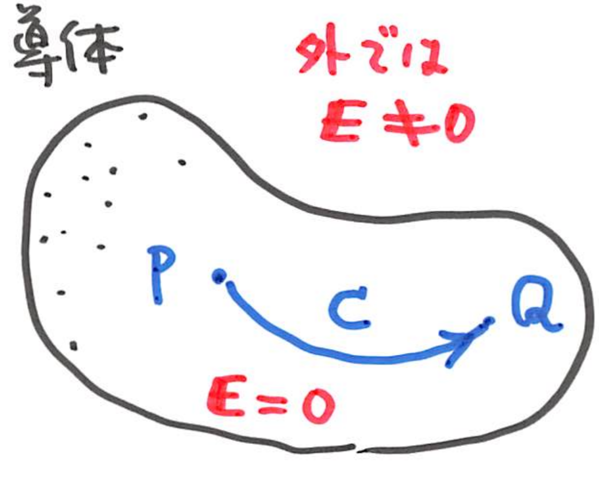


定理2. ひとつながりの導体の内部と表面の電位は等しい.
とくに導体の表面は等電位面である.

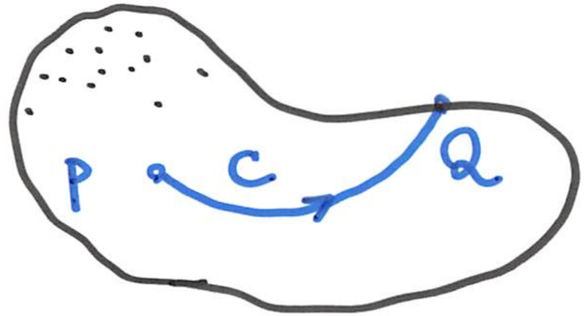
なぜなら点P_0を基準とするとき点Pの電位は $\phi(P) = -\int_{P_0}^{P} \mathbb{E}\cdot d\mathbb{r}$ であり,
2点P, Qの電位差は

$$\phi(Q) - \phi(P) = -\int_{P}^{Q} \mathbb{E}\cdot d\mathbb{r}$$

に等しい. PからQに向かう曲線Cを導体内部に選ぶことができるなら,
その線上で $\mathbb{E} = 0$ であり, $\phi(Q) - \phi(P) = 0$.



すなわち, $\phi(Q) = \phi(P)$



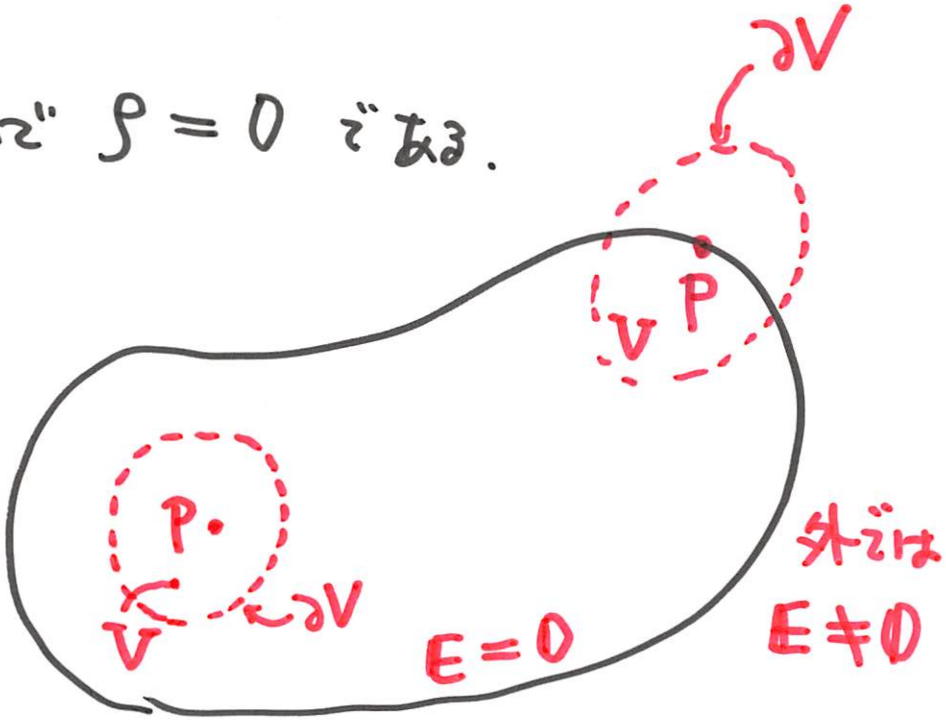
定理3. 定常状態の導体の内部は電気的に中性であり、導体の電荷分布の偏りがあったとしても電荷は導体表面のみにたまる。

なぜなら点Pが導体内部の点なら、立体領域Vを、点Pを含み、V自体が導体内部におさまるようにVを選ぶことができる。
このVにガウスの法則を適用すると、∂Vは導体内なのでここで$\mathbb{E}=0$であり、

$$\int_V \rho\, dV = \varepsilon_0 \int_{\partial V} \mathbb{E}\cdot \mathbb{n}\, dS = 0$$

領域Vをいくら小さくしてもこれが言えるので$\rho = 0$である。

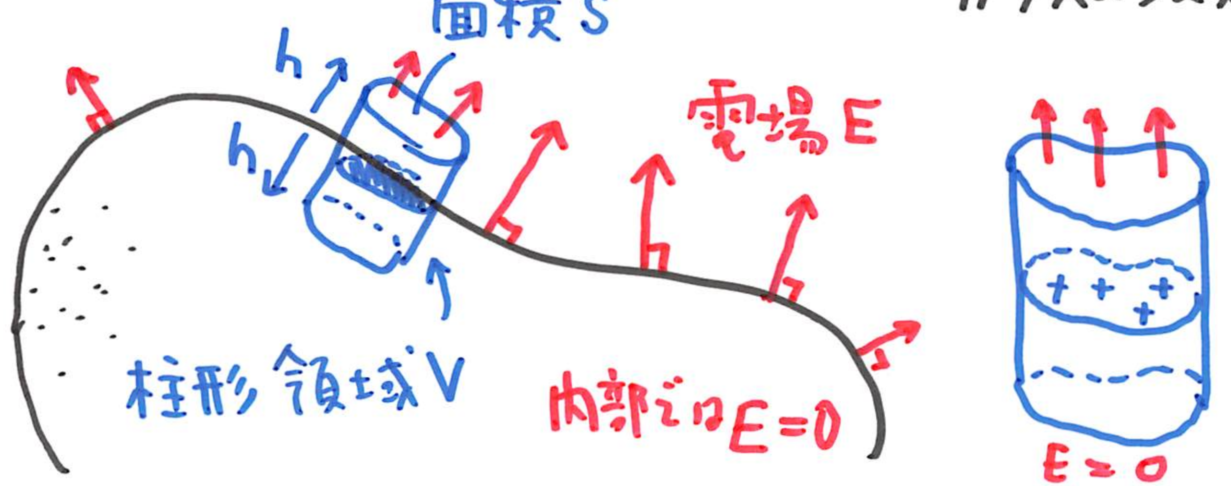
点Pが導体の表面にあると、Pを含む領域Vをどう選んでも境界∂Vの一部が導体の外に出てしまうので、∂V上で$\mathbb{E}=0$とは言えない。



定理4. 導体の表面のすぐ外の電場は必ず導体表面に垂直であり、導体表面の電荷密度を σ とすると、すぐ外の電場の強さは $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ に等しい。

なぜなら、今回の定理2で導体表面は等電位面であることがわかる。テキスト7で電位の幾何学的性質として、等電位面と電場ベクトルは直交することを示した。よって導体表面と電場は直交する。

また、表面のごく近傍に、高さ2h、底面積Sの微小な柱形領域Vを、高さhは導体内部に、残りの高さhは導体外部に出るように選んで



ガウスの法則を適用すると、

$$\varepsilon_0 E \cdot S = \sigma \cdot S$$

となるので

$$E = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$