物理学基礎 II

講義 1,2 の板書ノート

電場と電荷

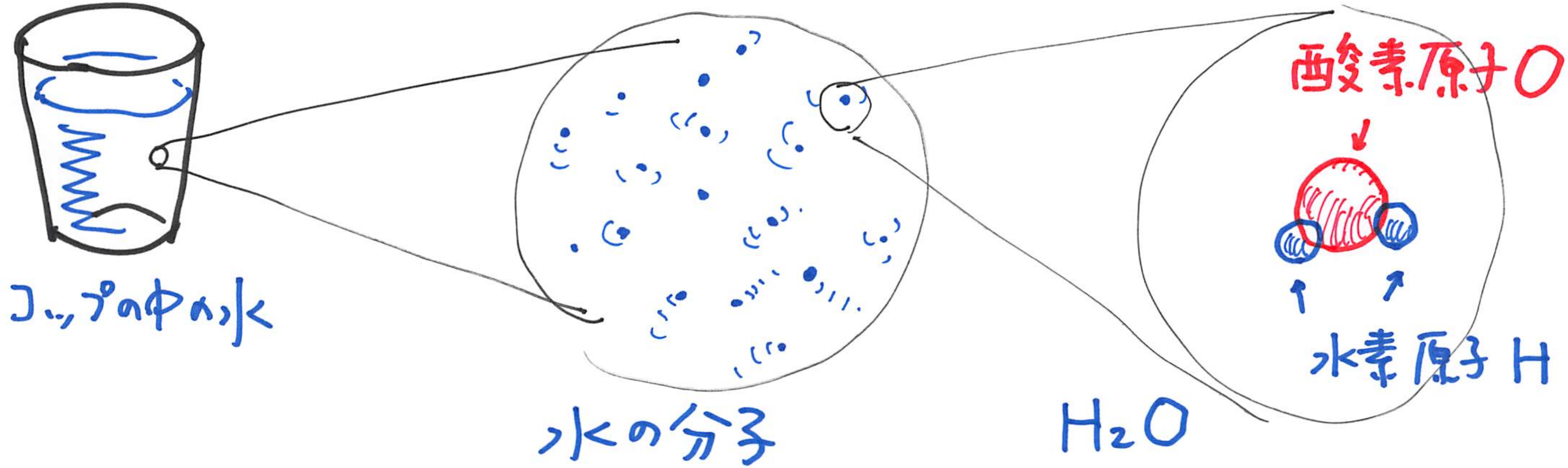
谷村　省吾

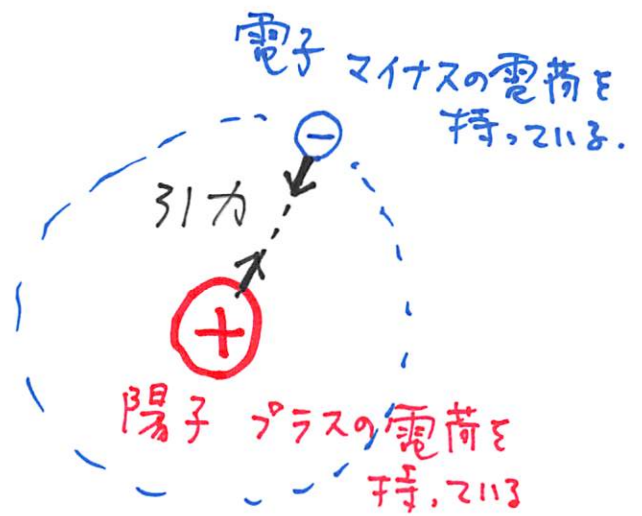
この講義では電磁気学を解説します.

electricity and magnetism

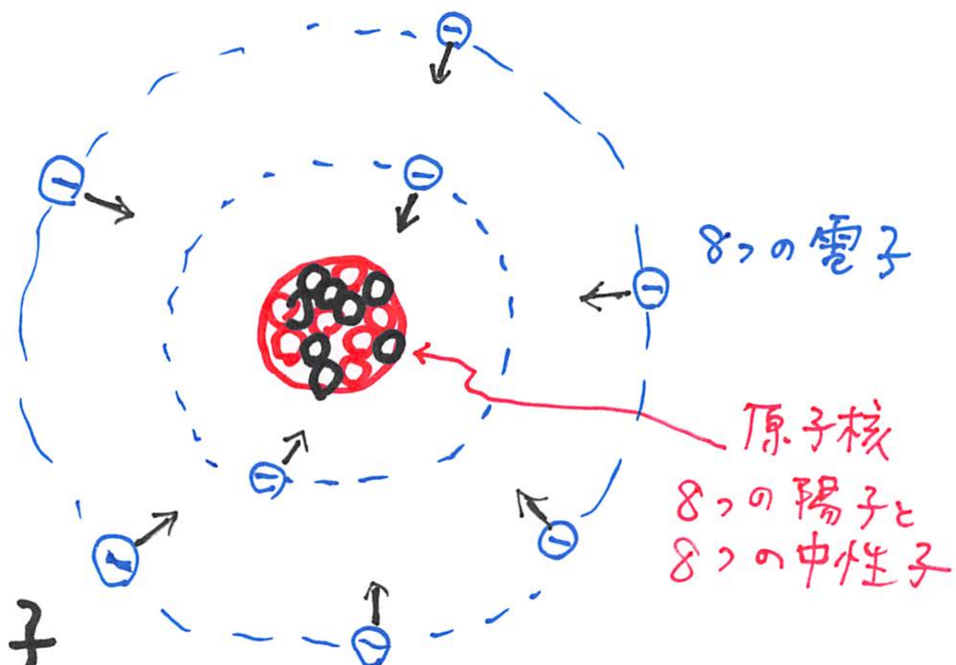
電磁気学は、電気的あるいは磁気に関する物理現象の法則性を記述し、電磁気的現象を予測します。

電気はすべての物質のなりたちに深くかかわっている。





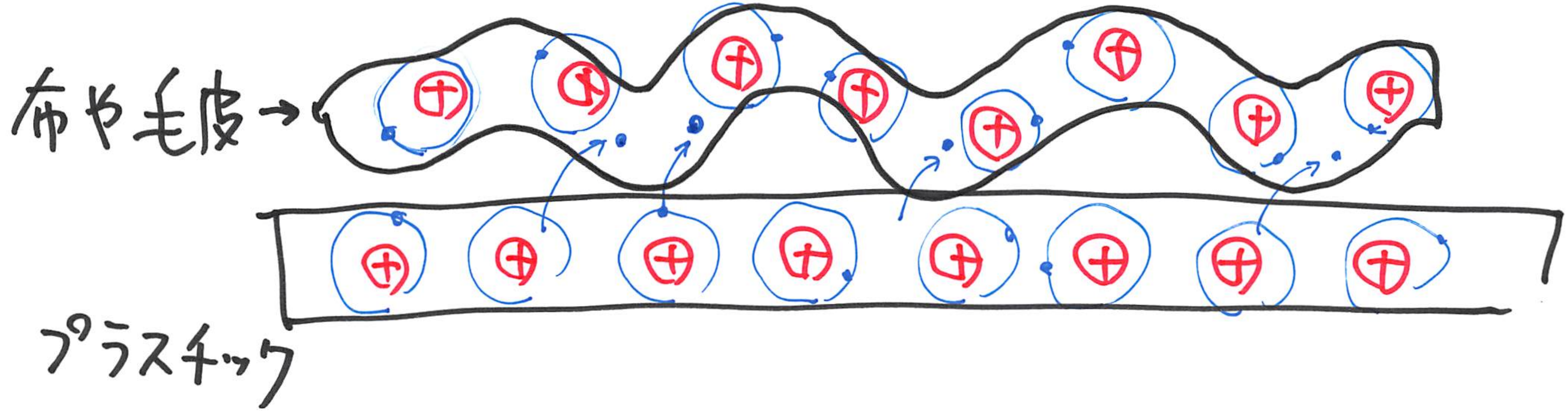
水素原子



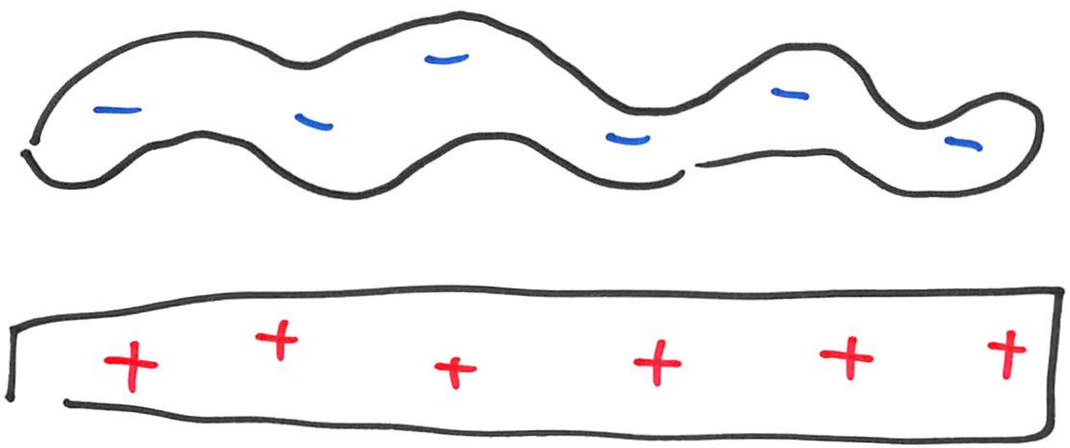
酸素原子

摩擦電気

こすると電子が乗り移る.



電子が過剰な状態
マイナスに帯電



電子が足りない状態
プラスに帯電

電気的な力

反発　　せきりょく
プラス電荷同士は(斥力)

マイナス電荷同士も 反発(斥力)

プラス電荷と マイナス電荷は引き合う(引力)

クーロンの法則(Coulomb's law)

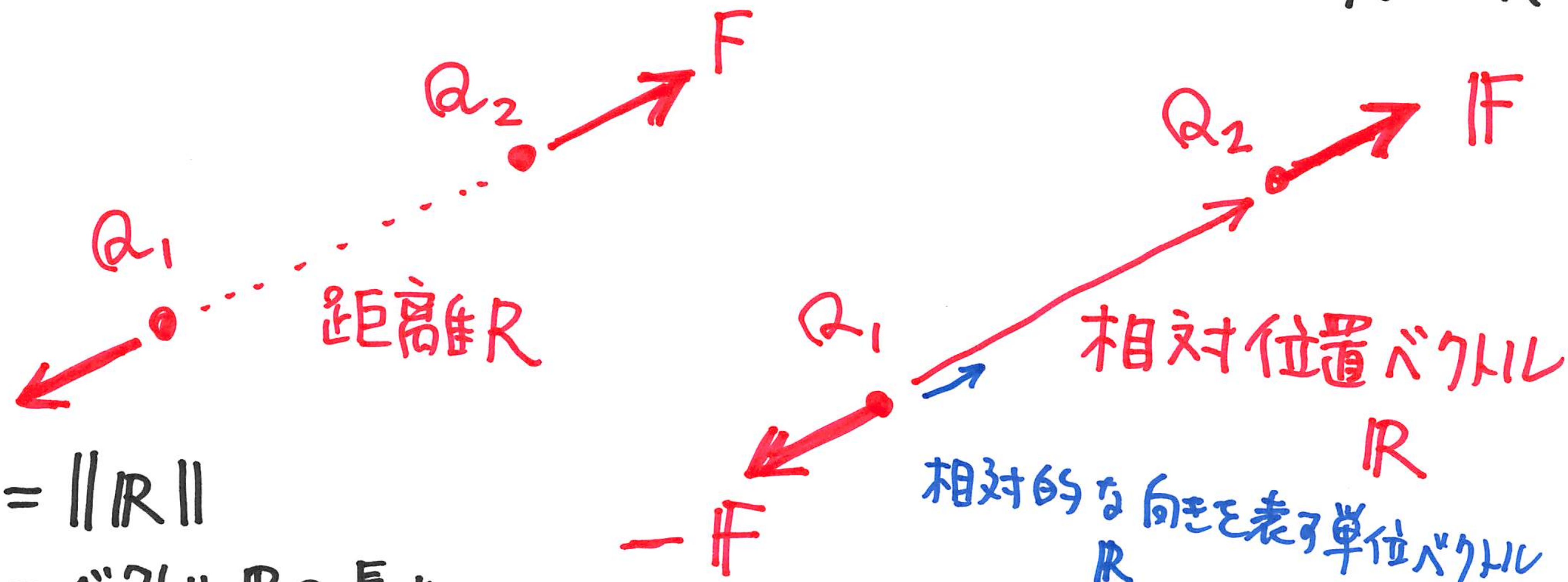
2つの点電荷 Q_1, Q_2 が互いに及ぼす力

力の大きさ

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{R^2}$$

力のベクトル

$$\mathbb{F} = k\frac{Q_1 Q_2}{R^2}\frac{\mathbb{R}}{R}$$



$R = \|\mathbb{R}\|$

= ベクトル $\mathbb{R}$ の長さ.

相対的な向きを表す単位ベクトル

$$\frac{\mathbb{R}}{R}$$

クーロン定数 $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.989 \times 10^{9}\ \mathrm{N\,C^{-2}\,m^{2}}$

真空の誘電率 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{N^{-1}\,C^{2}\,m^{-2}}$

電荷量の単位 C (クーロン)

長さの単位 m (メートル)

質量の単位 kg (キログラム)

時間の単位 s (秒, second)

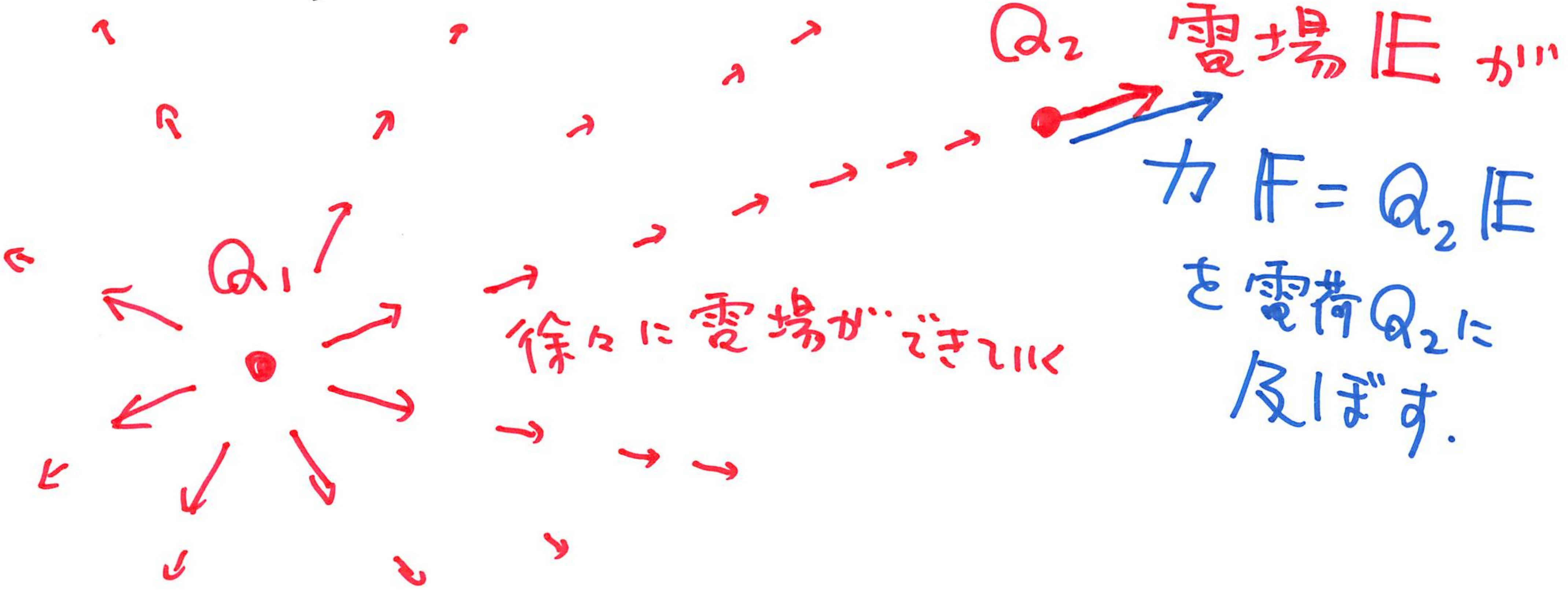
力の単位 N (ニュートン) $= \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}$

遠隔作用 (action at a distance) という考え方.

遠く離れた物体が, 途中に何の媒介物もなしに
直接力を及ぼす という考え.

場(field)と近接作用(action through medium)

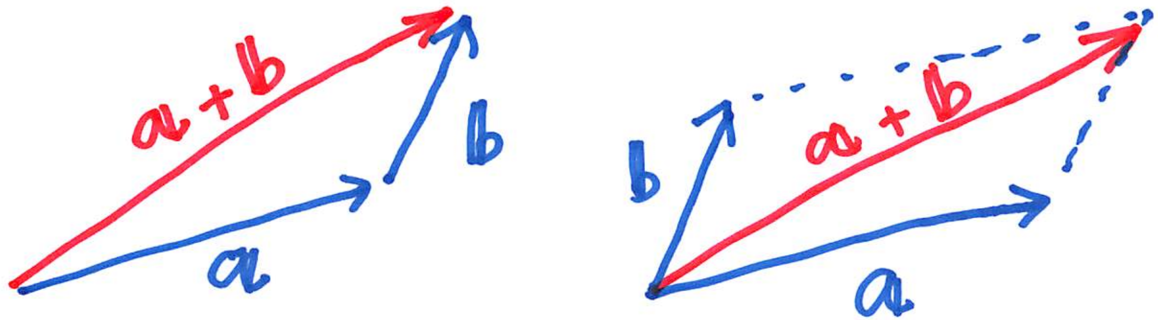
それぞれの物体(電荷)は、周りの空間に場の変化を引き起こし、場の変化がじわじわと隣接する空間に広がって行って、別の物体はそれがある場所の場から力を受ける。という考え方。



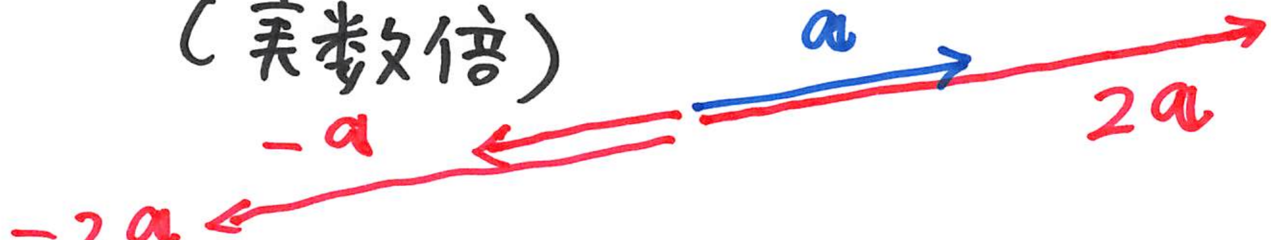
ベクトルの書き方 $\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C}, \mathbb{D}, \mathbb{E}, \mathbb{F} \dots \mathbb{X}\ \mathbb{Y}\ \mathbb{Z}$

$\mathbb{a}, \mathbb{b}, \mathbb{c}, \mathbb{d}, \mathbb{e}, \mathbb{f} \dots \mathbb{x}\ \mathbb{y}\ \mathbb{z}$

ベクトルの和 $\mathbb{a}+\mathbb{b}$



ベクトルのスカラー倍
（実数倍）



一般に $\lambda \mathbb{a}$
ラムダ倍

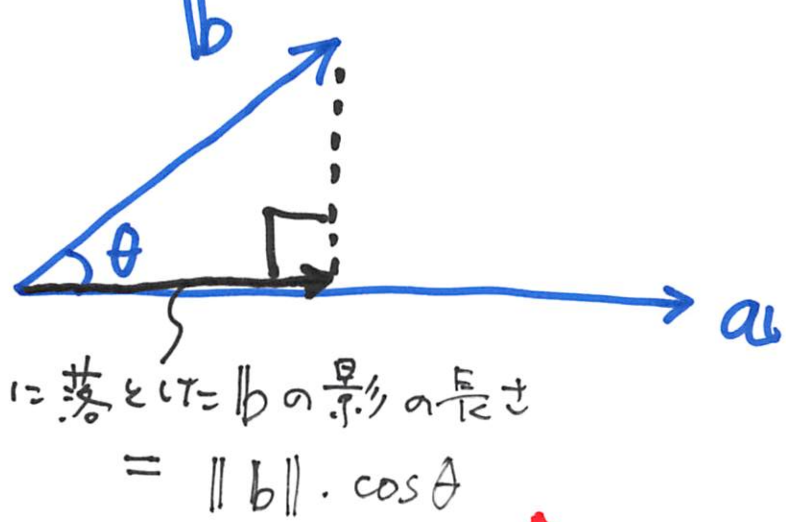
ベクトルのノルム（大きさ） $\|\mathbb{a}\|$

単位ベクトル（ノルムが1のベクトル） $\mathbb{n} = \dfrac{\mathbb{a}}{\|\mathbb{a}\|} = \dfrac{1}{\|\mathbb{a}\|}\mathbb{a}$

ベクトルの内積(inner product)

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \|\mathbf{a}\|\cdot\|\mathbf{b}\|\cdot\cos\theta$$

とくに $\mathbf{a}\cdot\mathbf{a} = \|\mathbf{a}\|^2$.



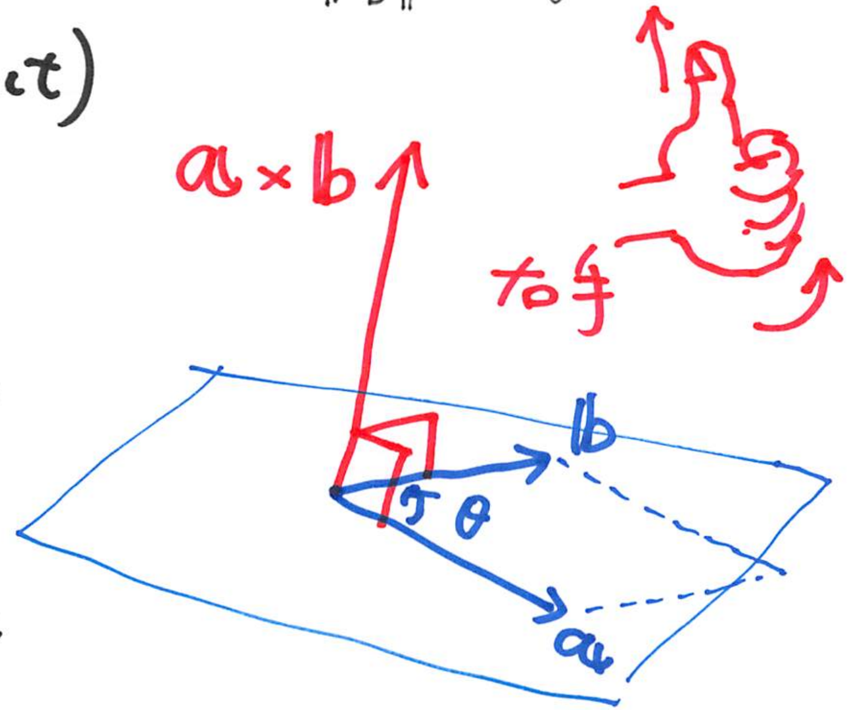
ベクトルの外積 (exterior product)

$$\mathbf{a}\times\mathbf{b}$$

ベクトル a と b がなす平面に垂直で右ねじの方向を向いており,

$$\|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\| = \|\mathbf{a}\|\cdot\|\mathbf{b}\|\cdot\sin\theta$$

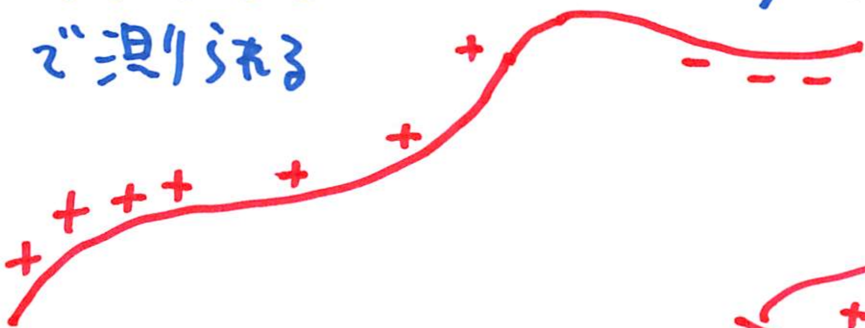
= a と b がなす平行四辺形の面積



電荷の分布のしかた

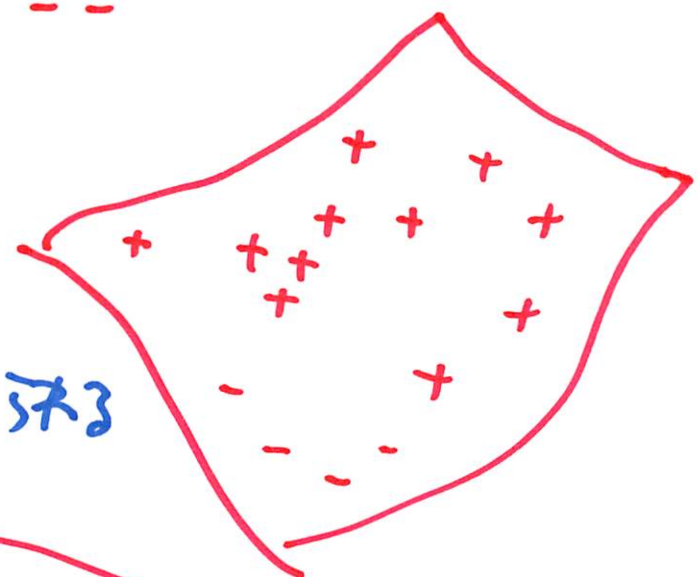
・点電荷　電荷量は C（クーロン）で測られる

・線電荷　電荷線密度は $C\cdot m^{-1} = C/m$ で測られる



・面電荷

電荷面密度は $C\cdot m^{-2} = C/m^2$ で測られる

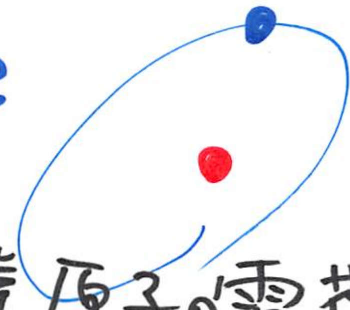


・空間的に広がった電荷

電荷密度は $C\cdot m^{-3} = C/m^3$ で測られる

電荷の加法性 $Q_1 + Q_2 = Q$

陽子の電荷 $+e$. 電子の電荷 $-e$



水素原子の電荷

$e + (-e) = 0$

質量は加法性が成り立たない. $M_1 + M_2 \neq M$

陽子の質量 m_p

中性子の質量 m_n

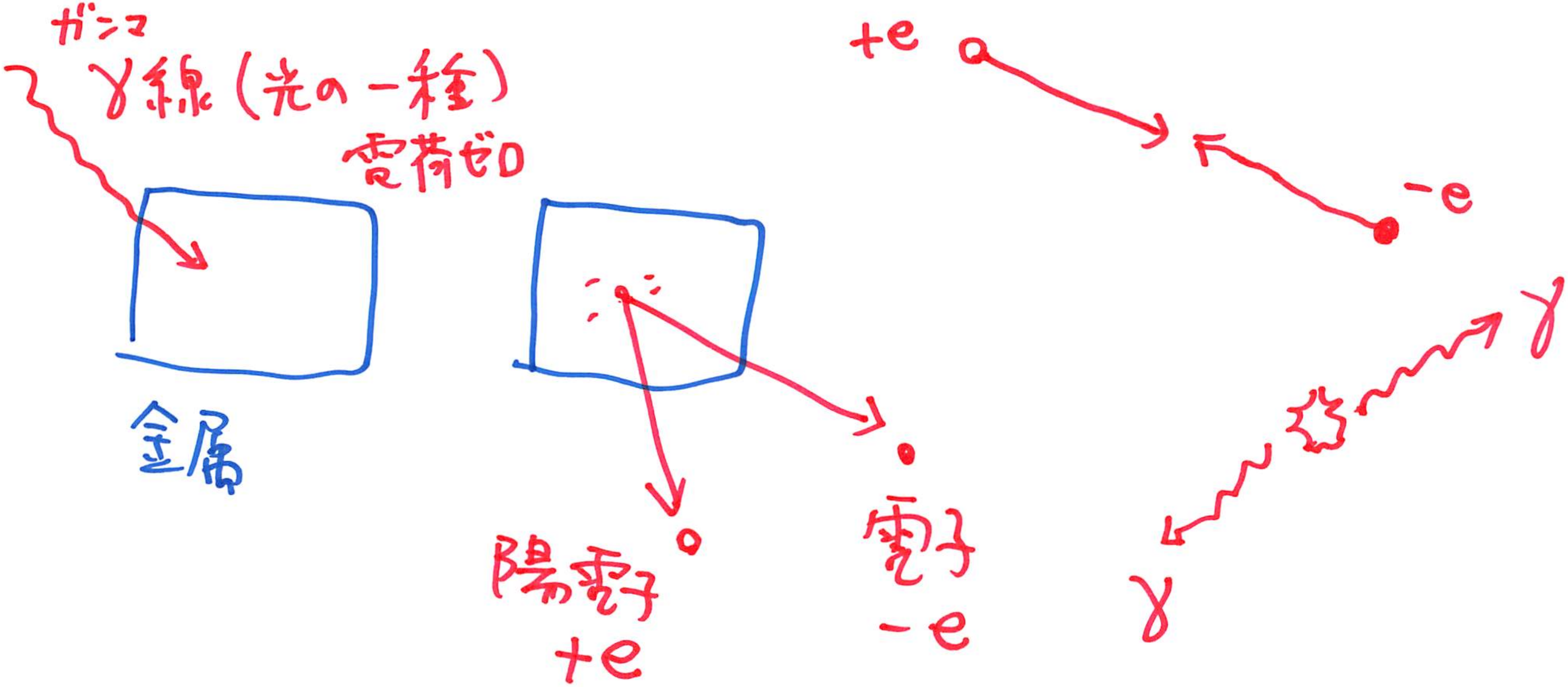
重水素原子核の質量 M

$$m_p + m_n > M$$

電荷の保存則

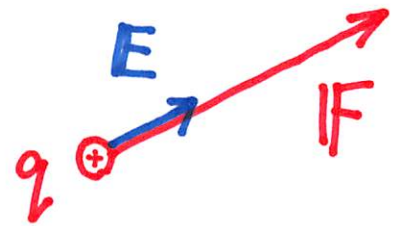
どのような反応・現象が起ころうとも，
電荷の総量は変わらない．

$$Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_k = Q_1 + Q_2 + \cdots\cdots + Q_\ell$$



電場に関する基本法則

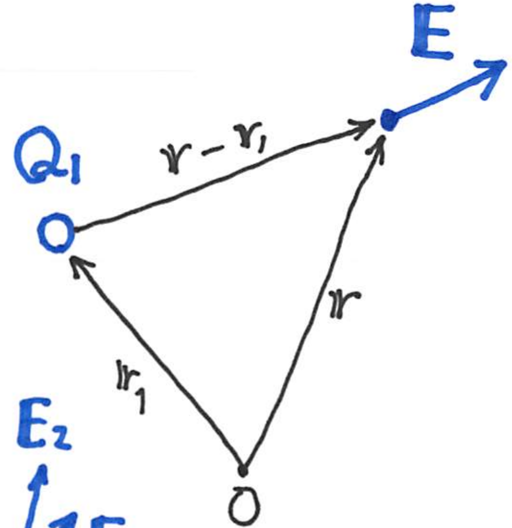
1. 点 $\mathbf{r}$ に電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ があり，そこに点電荷 q があれば，点電荷は $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ の力を受ける．（電場の定義）



2. 点電荷 Q_1 が位置 $\mathbf{r}_1$ に静止しているとき，位置 $\mathbf{r}$ には

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1\|^2}\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_1}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1\|}$$

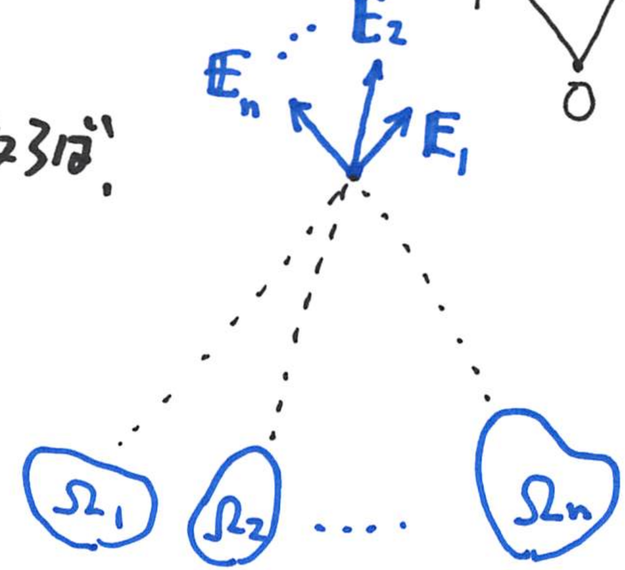
の電場ができる．（クーロンの法則）



3. 電荷分布 $\Omega_1, \Omega_2, \cdots, \Omega_n$ がそれぞれ電場 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \cdots, \mathbf{E}_n$ を作るならば，すべての電荷分布が共存しているときは

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots + \mathbf{E}_n$$

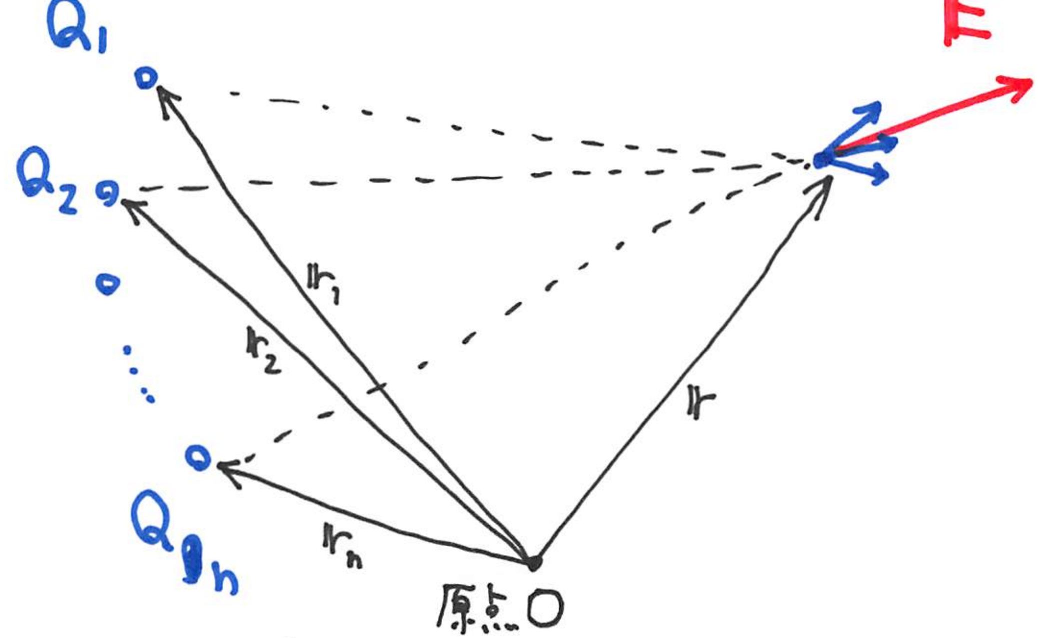
の電場ができる（重ね合わせの原理）



点電荷群が作る電場

点電荷 $Q_1, Q_2, \cdots, Q_n$ がそれぞれ位置 $\mathbb{r}_1, \mathbb{r}_2, \cdots, \mathbb{r}_n$ に静止しているときに位置 $\mathbb{r}$ にできる電場

$$\mathbb{E}(\mathbb{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{\|\mathbb{r}-\mathbb{r}_i\|^3}(\mathbb{r}-\mathbb{r}_i)$$



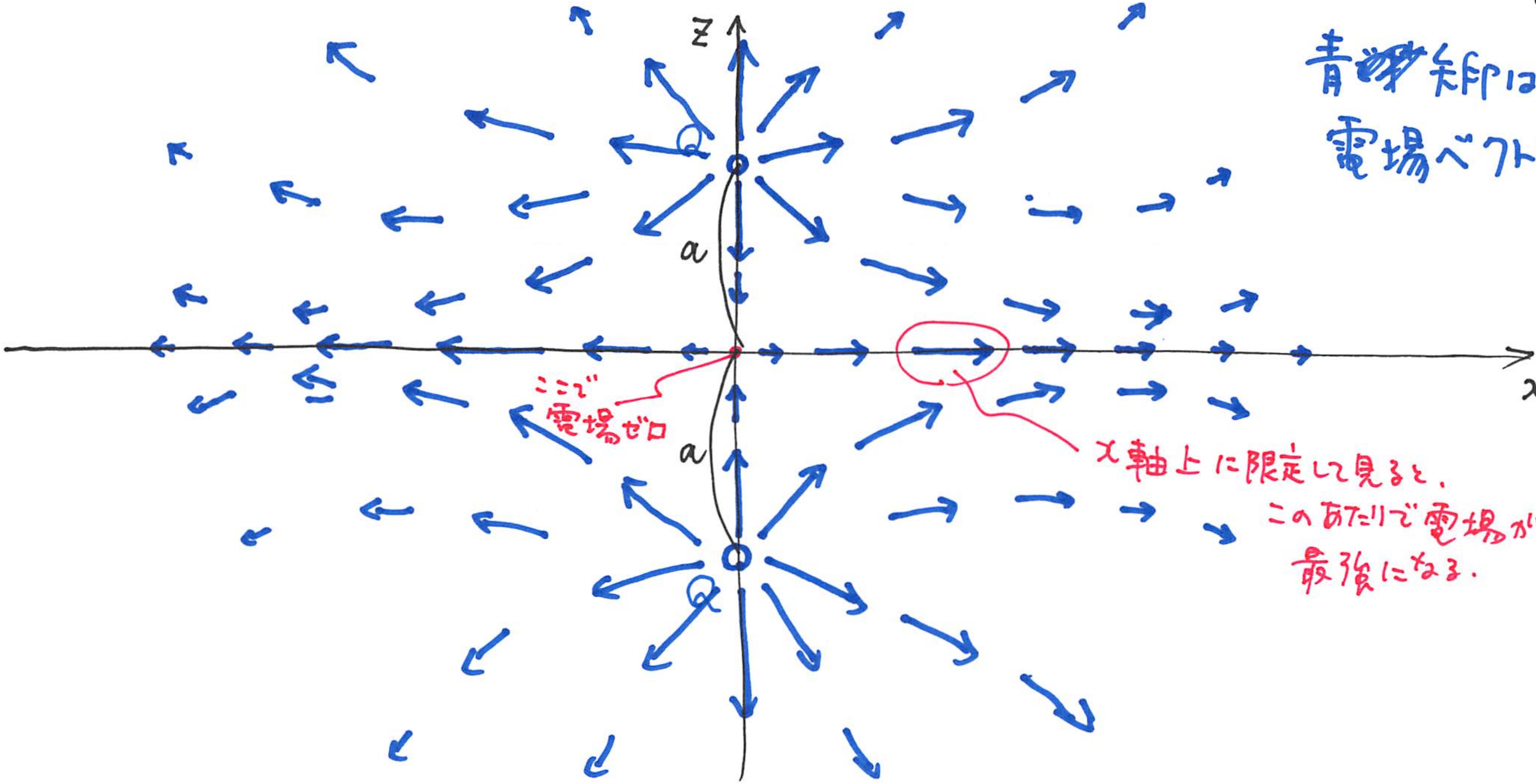
$$\mathbb{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad \mathbb{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \mathbb{r}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$$

とおくと、

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{\left\{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}\begin{pmatrix} x-x_i \\ y-y_i \\ z-z_i \end{pmatrix}$$

例題 点 $\mathbf{r}_1=\begin{pmatrix}0\\0\\a\end{pmatrix}$ に電荷 $Q_1=Q$，点 $\mathbf{r}_2=\begin{pmatrix}0\\0\\-a\end{pmatrix}$ に電荷 $Q_2=Q$ があるときの $\mathbf{r}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ における電場は、

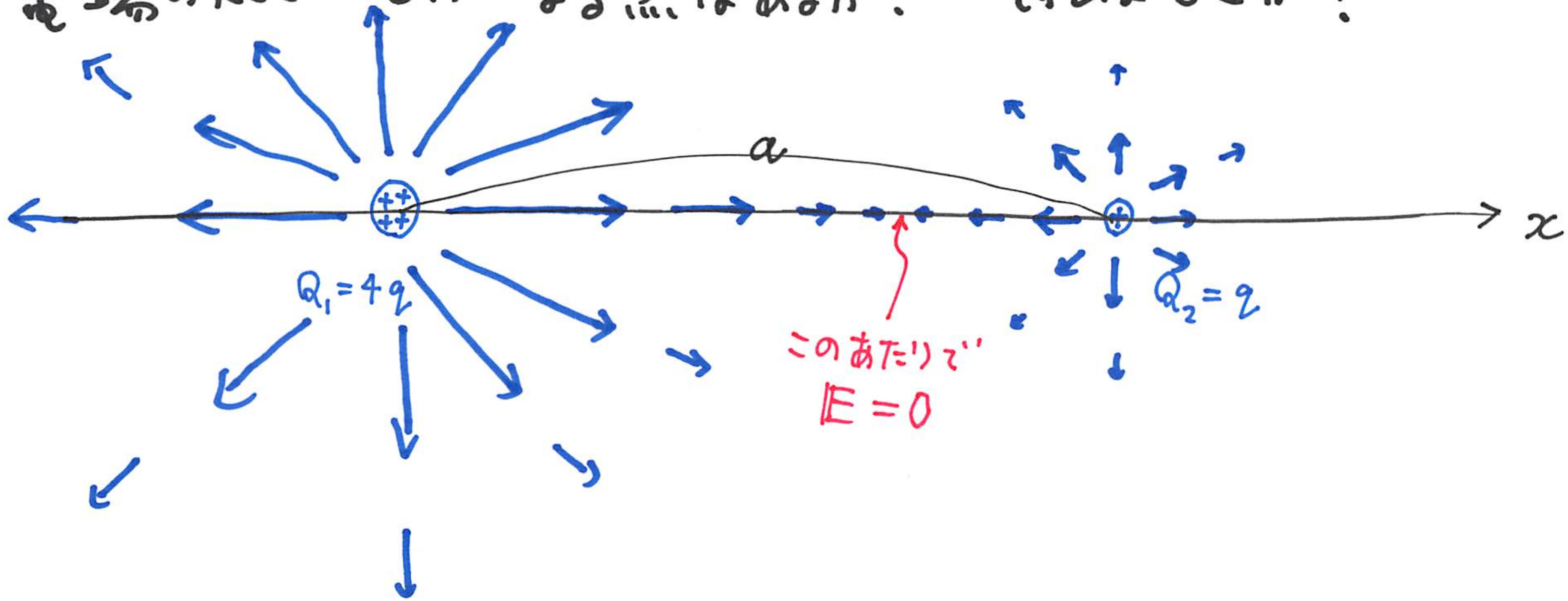
$$\mathbf{E}(\mathbf{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q}{\{x^2+y^2+(z-a)^2\}^{3/2}}\begin{pmatrix}x\\y\\z-a\end{pmatrix}+\frac{Q}{\{x^2+y^2+(z+a)^2\}^{3/2}}\begin{pmatrix}x\\y\\z+a\end{pmatrix}\right]$$



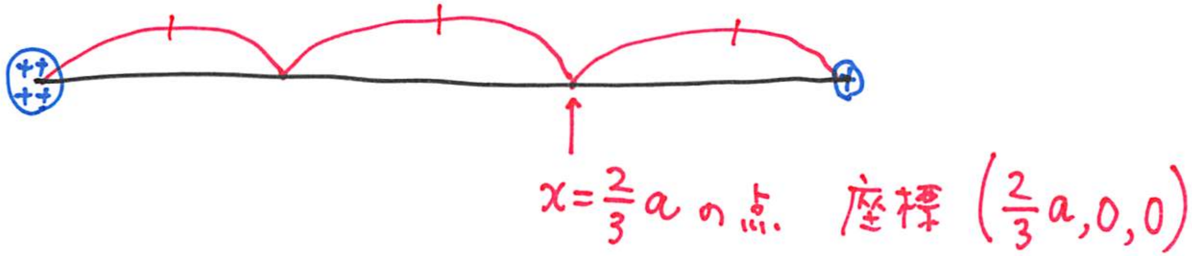
青~~矢~~矢印は電場ベクトル

x軸上に限定して見ると、このあたりで電場が最強になる。

例題．点$(0,0,0)$に電荷$Q_1=4q$，点$(a,0,0)$に電荷$Q_2=q$がある．
電場の大きさがゼロになる点はあるか？　それはどこか？



Q_1が作る電場はQ_2が作る電場の4倍の強さ．
距離が2倍になれば電場は$\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$倍



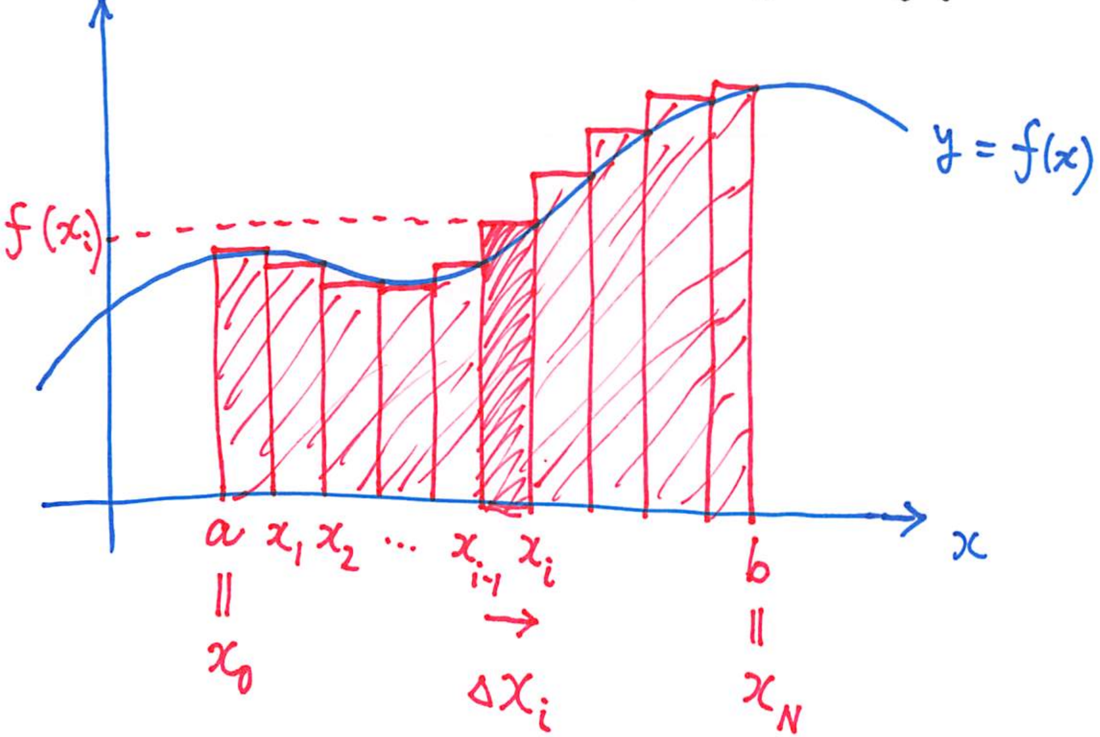
積分とは何か？

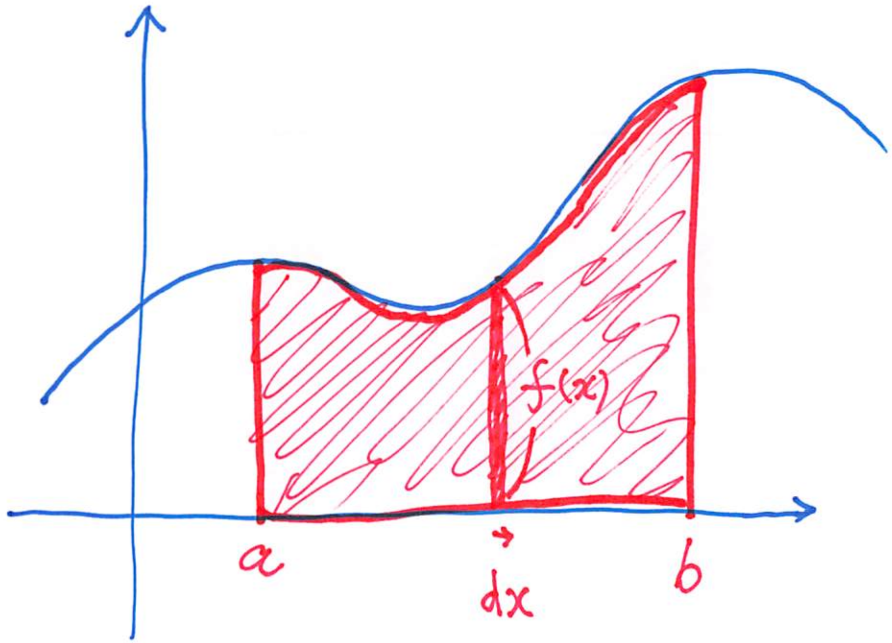
有限分割
和分

無限分割
積分

$$S_N = \sum_{i=1}^{N} f(x_i) \cdot \Delta x_i \xrightarrow{N \to \infty} S = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$$





電荷線密度 λ

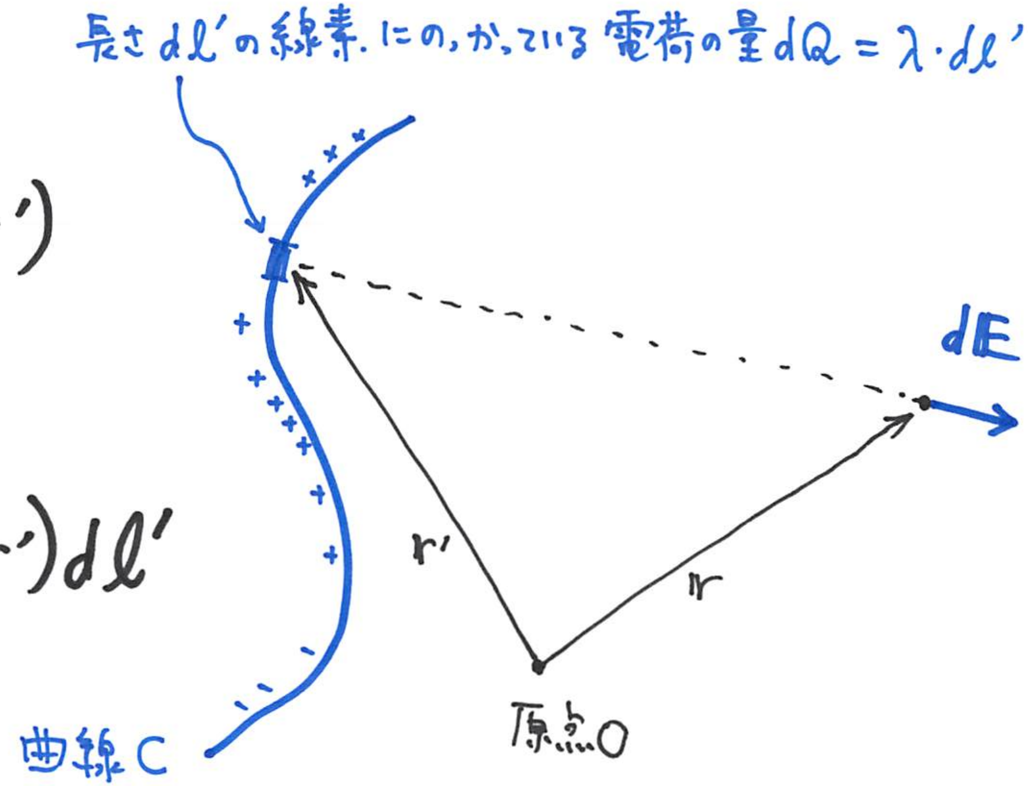
長さ dl の線要素にのっかっている電荷量 $dQ = \lambda \cdot dl$

線電荷が作る電場

曲線 C に沿って点 $\mathbf{r}'$ の近傍に線密度 $\lambda(\mathbf{r}')$ の電荷が分布しているとき、位置 $\mathbf{r}$ にできる電場

$$
\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_C \frac{dQ(\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|^3} (\mathbf{r}-\mathbf{r}')
$$

$$
= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_C \frac{\lambda(\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|^3} (\mathbf{r}-\mathbf{r}') \, dl'
$$

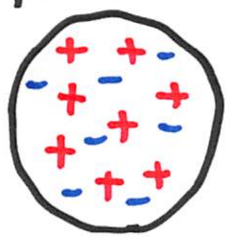


課題

自習用テキスト 1　問 1-1

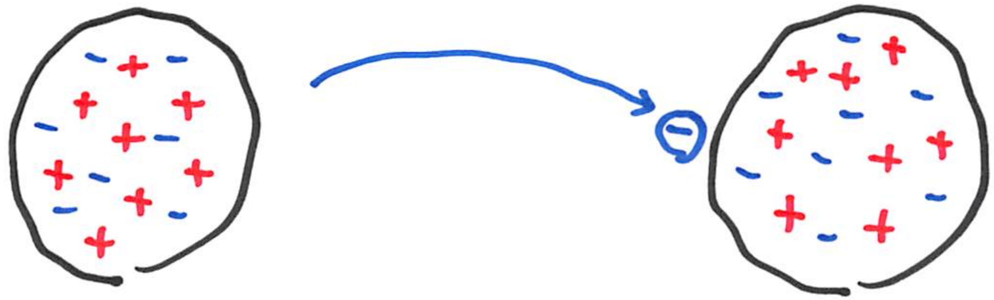
しめきりは
次回の講義の
開始時刻。

炭素のかたまり 12g



プラス・マイナスが等量ある。

1億分の1の割合で電子がのり移ったとする。



ほんのちょっぴり
プラス

ほんのちょっぴり
マイナス
に帯電

1メートル
離しておく

2つのかたまり~~[illegible]~~が
互いに及ぼす引力の
大きさを求めよ。