線形代数学Ⅰ

須田　淳

行列式を求める式は

$$\det A = \sum a_{i_1 1}\, a_{i_2 2}\, a_{i_3 3} \cdots a_{i_n n} \det\left[\boldsymbol{e}_{i_1},\ \boldsymbol{e}_{i_2},\ \cdots,\ \boldsymbol{e}_{i_n}\right]$$

各列から重複なく行を選ぶすべての組み合わせ(n!)の和

行の選ぶ順番が 1,2,3…の偶数回入れ替えの場合＋、順番を奇数回入れ替えたものは－する

問１

3 次の行列について上記の基本式に従って行列式の表式を求めよ。

第 1 列目:1 行目(a_{11})、第 2 列目:2 行目(a_{22})、第 3 列目:3 行目(a_{33}) 1,2,3 なので＋

第 1 列目:1 行目(a_{11})、第 2 列目:3 行目(a_{32})、第 3 列目:2 行目(a_{23}) 1,3,2 なので－

全部で 6 通りを計上すればよいですね。

4 次の行列式となると 24 項となって書き出すのが大変ですが、ゼロの成分があるとその成分を含む項がすべて消えるので式が簡単になります。いくつかの例をやってみましょう。

問２

次の行列式を求めよ。（対角行列の行列式）

$$\det\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix}$$

問３

次の行列式を求めよ。（下三角行列の行列式）

$$\det\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

問４

次の行列式を求めよ。

$$\det\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

※求めた式を因数分解できないか考えてみよう。

問 5

次の行列式を求めよ。

$$\det\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

問 6

次の行列式を求めよ。（来週に出てくる余因子展開の基本の式その 1 です）

$$\det\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

問 7

次の行列式を求めよ。（来週に出てくる余因子展開の基本の式その 2 です）

$$\det\begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

フォーム欄には、レポートに要した時間、行列式の雰囲気がわかったかどうかの感想を記入してください。フォーラムで取り上げて欲しい(転記して欲しい)質問などあれば記載してください。

以上