線形代数学 I

須田　淳

問 1

原点を中心に$y = x$ の直線の方向には等倍、それと直交する $y = -x$ の直線の方向には 1/2 倍になるような線形変換を表す行列を求めよ。

問 2（定期試験レベル）

原点を中心に$y = x$ の直線の方向には 2 倍(拡大)、$y = 2x$ の直線の方向には 1/2 倍(縮小)という線形変換を考える。この変換を表す行列を求めよ。

※n 次元の線形変換を表す行列を求める 3 通りの戦略

1． 単位ベクトルがそれぞれどのように変換されるかを求める。変換後の列ベクトルを並べることで即座に行列が求められる。
2． 単位ベクトルではないが、変換後を求めやすい n 個(方向が異なる、厳密に言えば一次独立な)のベクトルについてそれぞれどのように変換されるか求める。あとはレポート 4 の問 6 のように機械的に連立方程式を解くことで行列の成分が求められる。
3． 合成が容易に思いつくなら合成で考える。積の順番を間違えないように注意。

問 3

次の 2 次行列が直交行列になるように a,b を定めよ。求めた直交行列を記すこと。

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & a \\ \frac{1}{2} & b \end{bmatrix}$$

問 4

次の 3 次行列が直交行列になるように a,b,c,d,e を定めよ。求めた直交行列を記すこと。

$$\begin{bmatrix} 1 & a & c \\ 0 & 1/\sqrt{2} & d \\ 0 & b & e \end{bmatrix}$$

問 5

次の行列の逆行列を①行列式と外積の公式を使う方法、②連立方程式を解く方法（先取り学習している人は掃き出し法でも OK）の 2 通りの方法で求めよ。どちらが楽だろうか？

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

以上