

第9章の課題

最適設計特論2 担当 畔上秀幸

第9章の演習問題 9.2 の回答では, 問題 9.15.1 (Robin 型 Poisson 問題) を状態決定問題として, 評価関数を

$$f_i(\phi, u) = \int_{\partial\Omega(\phi)} \eta_{Ri}(\phi, u) d\gamma$$

とおいたとき, $f_i(\phi, u(\phi)) = \tilde{f}_i(\phi)$ の形状微分は, 関数の形状微分を用いた汎関数の形状微分の公式 (式 (9.3.5) と式 (9.3.15)) を用いて,

$$\tilde{f}'_i(\phi)[\varphi] = \int_{\Omega(\phi)} (\mathbf{G}_{\Omega i} \cdot \nabla \varphi^\top + g_{\Omega i} \nabla \cdot \varphi) dx + \int_{\partial\Omega(\phi)} \mathbf{g}_{\partial\Omega i} \cdot \varphi d\gamma + \int_{\Theta(\phi)} \mathbf{g}_{\Theta i} \cdot \varphi d\varsigma$$

とかくことができた ($\mathbf{G}_{\Omega i}$, $g_{\Omega i}$, $\mathbf{g}_{\partial\Omega i}$, $\mathbf{g}_{\Theta i}$ は演習問題 9.2 の解答を参照). 関数の形状偏微分を用いた汎関数の形状微分の公式 (式 (9.3.15) と式 (9.3.27)) を用いた場合には,

$$\tilde{f}'_i(\phi)[\varphi] = \int_{\partial\Omega(\phi)} \bar{\mathbf{g}}_{\partial\Omega i} \cdot \varphi d\gamma + \int_{\Theta(\phi)} \bar{\mathbf{g}}_{\Theta i} \cdot \varphi d\varsigma$$

となる. このとき, $\bar{\mathbf{g}}_{\partial\Omega i}$ と $\bar{\mathbf{g}}_{\Theta i}$ を求めよ. ただし, $c_{\partial\Omega}(\phi)$, $p_R(\phi)$, $\eta_{Ri}(\phi, u)$ は空間固定の関数とする.

(ヒント) 式 (9.8.37) から (9.8.39) を基にして考えよ.