２章　システムの計画と評価

これからお金の話をします。

システムは経済（お金）的な評価が必要です。システムの経済性は目的や制約になります。

例：　製品のコストを出来るだけ低くしたい（経済性が目的）

出来るだけ品質の良い製品を１万円以内のコストで作りたい（経済性が制約）

どちらかしかもらえないとしたら、どちらを選びますか？

A:　入学祝いの 10 万円、今すぐもらえる

B:　卒業祝いの 20 万円、４年後にもらえる

お金の時間的価値（Time value of money）

同じ金額なら、お金は早くもらいたい。

1．早く得られれば運用して増やせる（投資）

2．リスクを避けられる（支払い先の倒産など）

3．インフレーション（同じ商品が同じ金額で未来に買えない）

例：アメリカでは１９９７年に１ドルで買えたものが、２０２０年には１．４６ドルになっている。

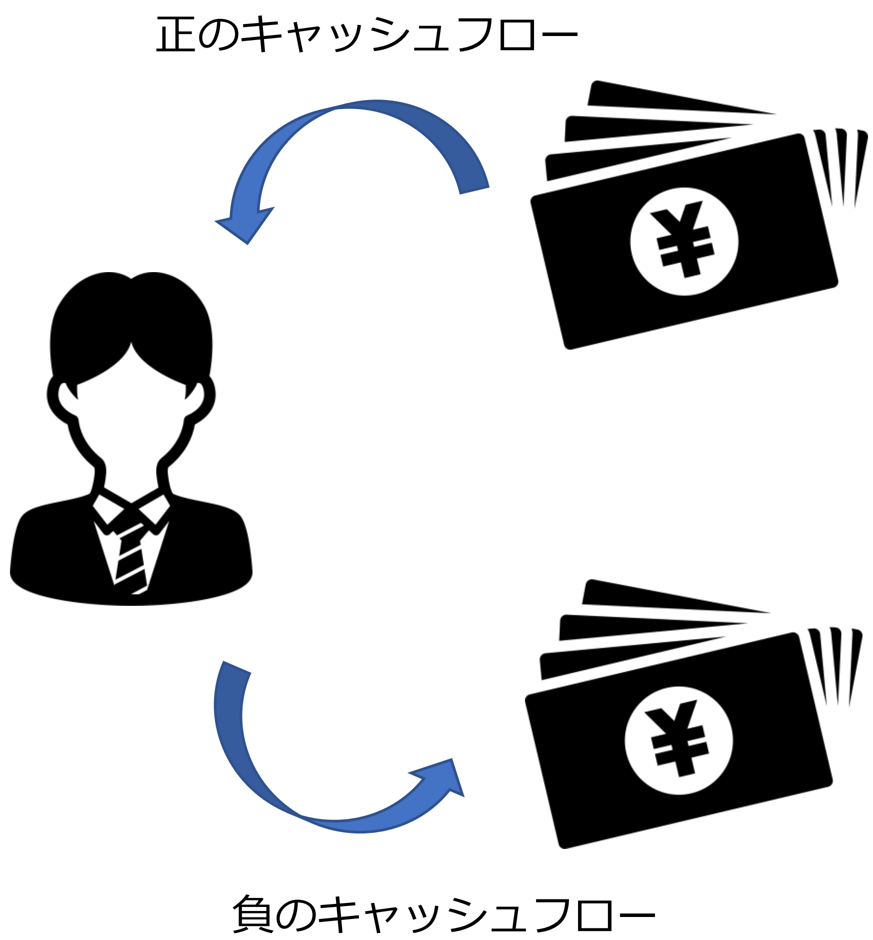
逆に、同じ金額なら支払は先に延ばしたい。

1．手元にあるお金を運用して、増やした後で支払える

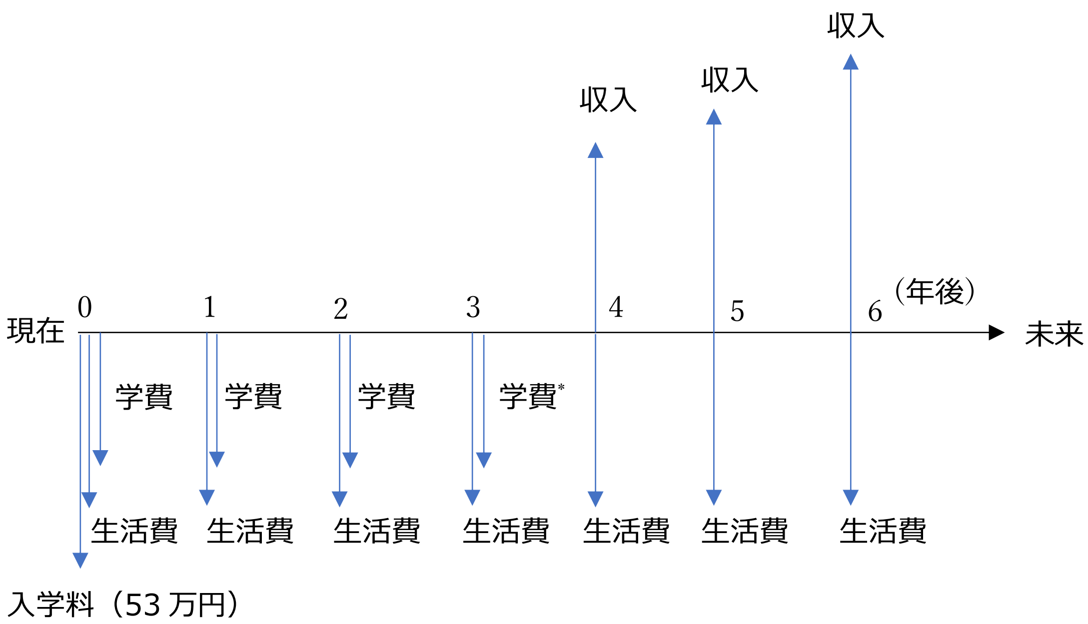
2．支払う相手にリスクを負わせることが出来る（自分の会社が倒産してしまえば支払わなくて済む）

3．自分の収入額は将来に増えている可能性が高い（インフレーションなどの理由）

キャッシュフローの定義



キャッシュフローを図示してみる



* 名古屋大学の授業料：年間 535,800 円

時間と共に増えるお金

例：１００万円にかかる利率を１０％とすると、

１年後：１００万円　×１．１　＝１１０万円

２年後：１１０万円　×１．１　＝１２１万円

３年後：１２１万円　×１．１　＝１３３万円

複利の計算（教科書 2.2.1）

現在の資金を P（円）、年毎の利率（interest rate）を i とする。

1 年後：$P(1+i)$　　（円）

2 年後：$\left[P(1+i)\right](1+i) = P(1+i)^2$　（円）

3 年後：$\left[P(1+i)^2\right](1+i) = P(1+i)^3$（円）

…

n 年後：$P(1+i)^n$（円）

終価（Final worth）F（円）を定義する

$$F = P(1+i)^n \quad （円）$$

ここで、$(1+i)^n$ を終価係数(final worth factor)と呼ぶ。

これに対し、P （円）を現価（Present worth）と呼ぶ。

終価の計算例

例）利率を 0.05(5%)と仮定し、１０万円の４年後の価値を計算してみる。

$F = P(1+i)^n$ に代入すると、

F = 100,000 × (1+0.05)^4 = 121,550　(12.1 万円)

つまり、今１０万円を手にして利率５%で投資すれば、４年後には１２．１万円になる。

同じ計算を、利率 i=0.2(20%)と変更して計算してみると

F = 100000 × (1+0.2)^4 = 207,360　(20.7 万円)

利率の設定によって結果が大きく変わる。

終価から現価への変換

$$F = P(1+i)^n \quad （円）$$

この式の両辺を$(1+i)^n$で割ると

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

ここで、$1/(1+i)^n$を現価係数(present worth factor)と呼ぶ。

終価から原価への計算例

例）利率を 0.05(5%)と仮定し、２０万円が４年後にもらえるときの現価を計算してみる。

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$ に代入すると、

$$F = 200{,}000 \times (1+0.05)^4 = 164{,}541 \quad (16.5\text{万円})$$

つまり、利率５%で投資して４年後に２０万円にするためには、今日 16.5 万円が必要である。

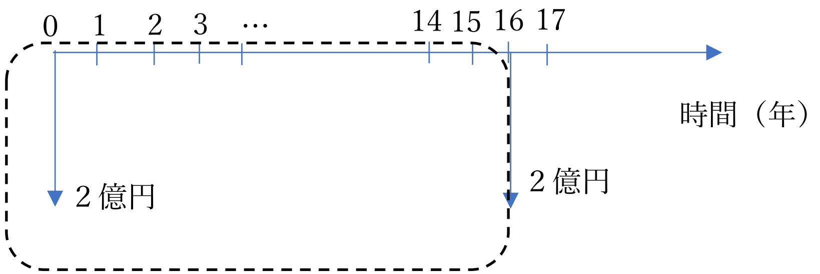
例題２．１

	設備Ａ	設備Ｂ
価格	２億円	１．３億円
耐用年数	１６年	８年

どちらが経済的か？ただし利率を１２％とする。

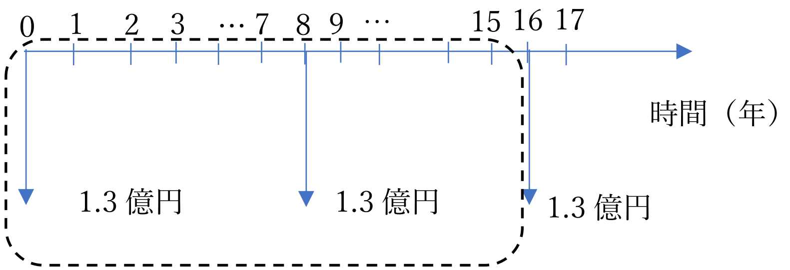
（解答）

設備Ａを導入した場合のキャッシュフローは



すなわち、現在価値で計算すると、P=-2 億円

設備Ｂを導入した場合のキャッシュフローは



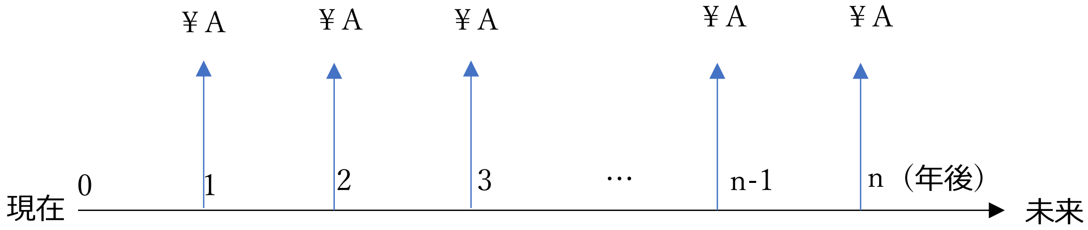
１６年を基準として考える（８と６の最小公倍数）。現在価値で計算すると、

$P = -1.3 - 1.3 / (1+0.12)^8 = -1.825$ 億円

すなわちＢの方が経済的である。

（解答終）

年金（Annuity）



毎年一定額がもらえる場合を年金(annuity)と呼ぶ。終価を計算すると

$$F = A(1+i)^{n-1} + A(1+i)^{n-2} + \ldots + A(1+i) + A \qquad \text{(A)}$$

両辺に(1+i)をかけると

$$(1+i)F = A(1+i)^{n} + A(1+i)^{n-1} + \ldots + A(1+i)^{1} + A(1+i) \qquad \text{(B)}$$

ここで (B)-(A)を計算すると

$$iF = A(1+i)^{n} - A$$

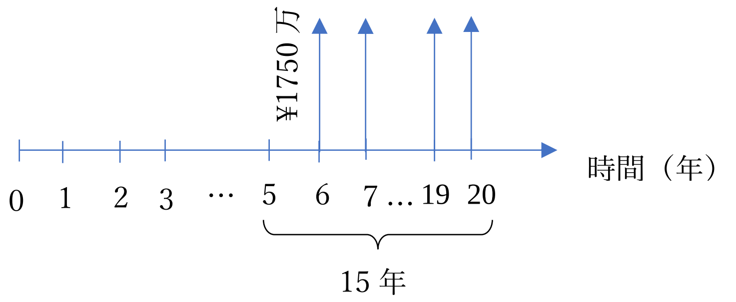
整理すると

$$F = A\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

現価に変換すると、$P = \dfrac{F}{(1+i)^{n}} = \dfrac{1}{(1+i)^{n}} A\left[\dfrac{(1+i)^{n}-1}{i}\right] = A\left[\dfrac{(1+i)^{n}-1}{i(1+i)^{n}}\right]$

例題２．２

６年目（今日から５年後）から１５年間に渡り、毎期末に１７５０万円が得られるとき、現在価値を計算せよ。ただし利率を１０％とする。



（解答）

５年目における現在価値 P5 は

$$\text{P5} = A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right]=1750\times\left[\frac{(1+0.1)^{15}-1}{0.1(1+0.1)^{15}}\right]=13310\ \text{万円}$$

この５年目における現在価値を今日の現在価値に換算すると

$$\text{P} = \frac{P5}{(1+0.1)^5} = \frac{13310}{(1+0.1)^5} = 8264\ \text{万円}$$

（解答終）

システムの経済性評価（教科書 2.2.2）

例題２．３－２．４

タンカーで石油を運ぶ事業に投資すべきでしょうか？　積載**1 トン当たり毎月 630 円**の利用料を得られそう。

https://en.wikipedia.org/wiki/Oil_tanker

購入価格：84 億円

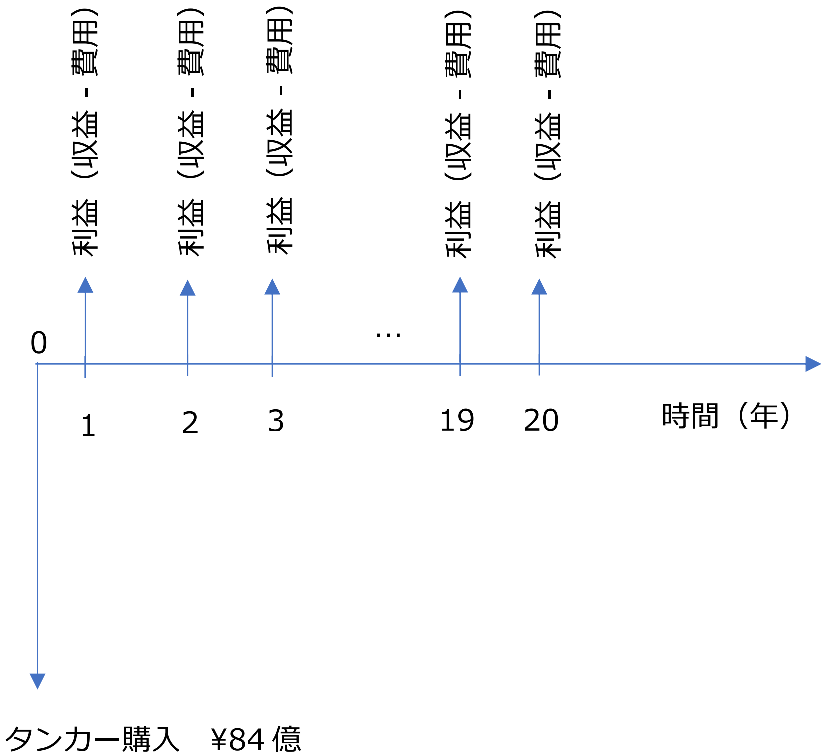
積載量：20 万トン

運用年数：20 年間

年間操業費用：4.2 億円

年当たりの稼働月数：11.5 か月（1 年間 12 カ月から、メンテナンスや休暇を差し引いた期間）。

キャッシュフローの図示



利益 = 収益 – 費用

収益は　タンカー積載量　×　利用料　×　利用月数

200,000　×　630　× 11.5　= **14.49 億円/年**

（トン）　(円/トン/月)　（月/年）

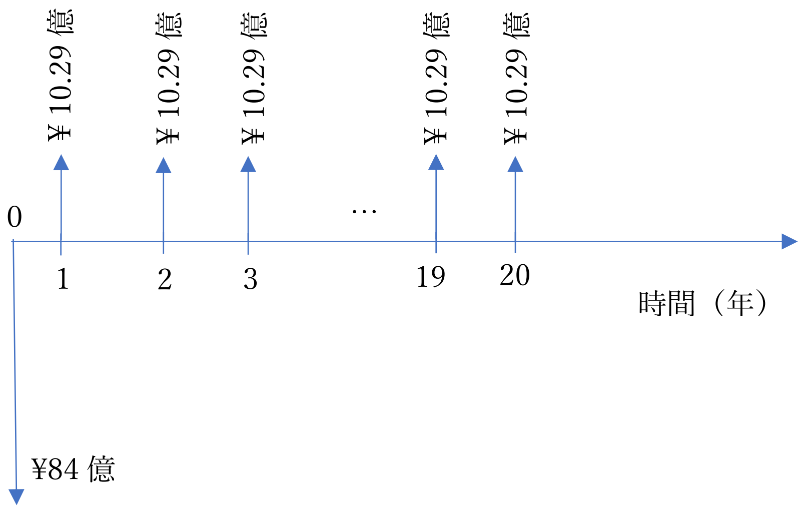
費用は　**4.2 億円/年**

従って、利益は

14.49 – 4.2 = 10.29　億円/年

正味現価　（教科書 2.2.2）

全部のキャッシュフローを現価にして足したものを正味現価（Net present value (NPV), Net present worth (NPW)）と呼ぶ。



例：利率を 10%として計算してみる

毎年の利益を現価に換算するため、年金の公式を使う。A=10.29（億円）、i=0.1、n=20（年）

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = 10.29\left[\frac{(1+0.1)^{20} - 1}{0.1(1+0.1)^{20}}\right] = 10.29 \times 8.51 = 87.6 \qquad (億円)$$

タンカー購入額と毎年の利益を現価に換算して足したものが、正味現価 NPW となる。

NPW ＝ − 84 ＋ 87.6 ＝ **3.6 （億円）**

利率 i の設定

正味現価は以下の様に計算した。

$$NPW = -84 + 10.29\left[\frac{(1+i)^{20}-1}{i(1+i)^{20}}\right]$$

上の例では i=0.1 とした。これを、i を変えながら計算してみる。

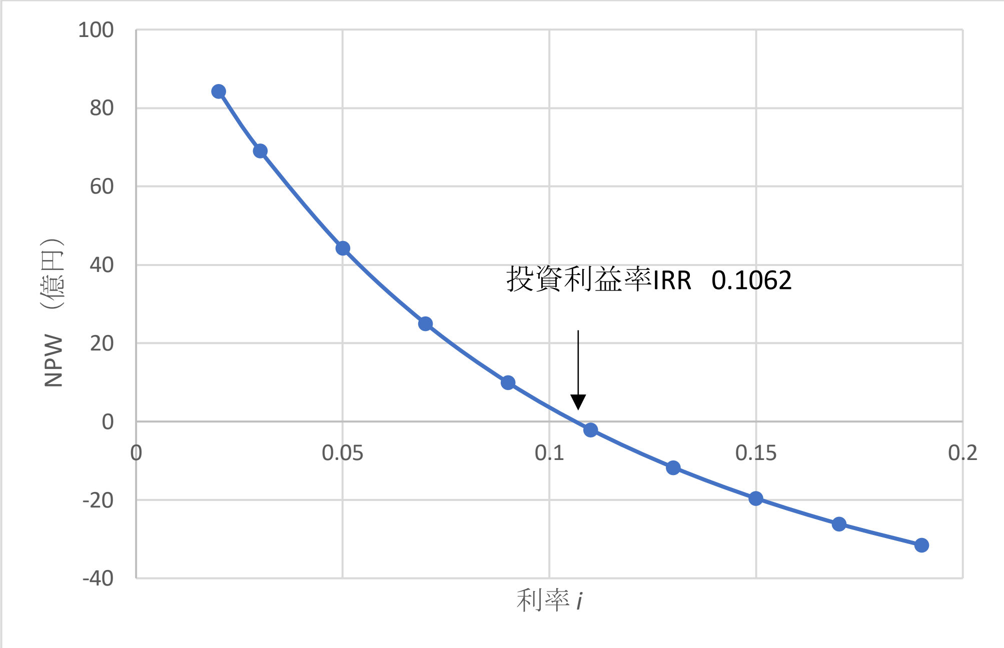
i=0.1 のとき、NPW=3.6 （億円）

i=0.105 のとき、NPW=0.696（億円）

i=0.11 のとき、NPW=-2.5 （億円）

i を大きくすればするほど将来の収益にかかる割引率が厳しくなり、正味現価 NPW は小さくなる。

投資利益率



この例題では、i=0.105 付近で正味現価 NPW は 0 に近い値になる。

（正確には i=0.1062）

NPW が 0 になるときの利率 i を、投資利益率または内部収益率（Interest rate of return, または internal rate of return, IRR）と呼ぶ。

IRR が大きいほど、厳しい割引率でも利益を出す。すなわち、経済性が良い投資と言える。