

# 模擬講義

## ～ファイナンス事始め～

2019/8/7

経済学部 中島英喜

# はじめに

- **45分** (講演時間)

  - ⇔ 大学の講義 (1単位) は90分 × 15回

- 皆さん (経済学に興味のある高校生)

  - ⇒ 分かり易さ ⇔ 専門性

- 今日のテーマ

  - ⇒ **株式の最適投資額**を求めてみよう!

  - ⇒ 「ノート」に**数値を記入**して完成させる

# その前に！

- 確率変数の期待値は、不確実ではありません！

⇒ サイコロの出目(1,2,⋯,6)は**不確実**

⇒ 出目の**期待値は 確実に3.5**

$$(1+2+3+4+5+6) \div 6 = 3.5$$

# ノート

- 数値を順次記入していきましょう！

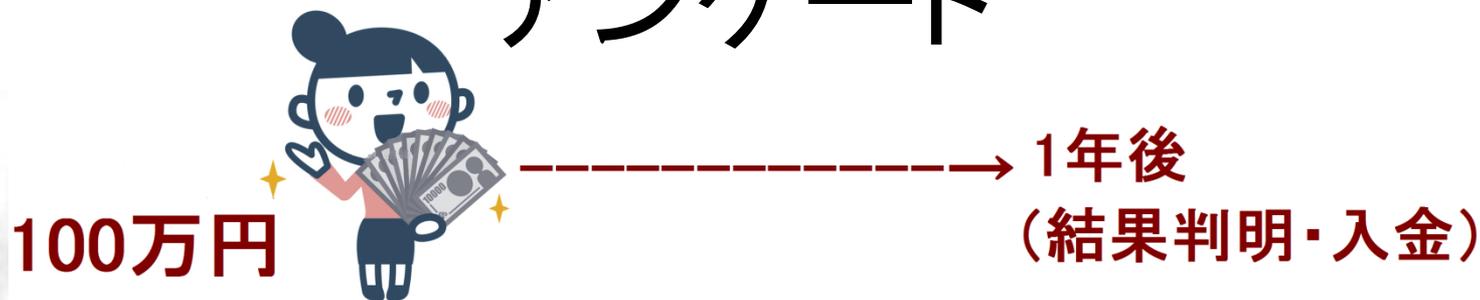
$$p = \text{-----} \text{万円}$$

$$Y_{\text{intent}} = \text{-----} \text{万円}$$

$$Y^* \doteq (117 \times 25) / (100 - p) = \text{-----} \text{万円}$$

$$\text{年率 } 7.1\% \times (Y_{\text{intent}} / Y^*) = \text{年率 } \text{-----} \%$$

# アンケート

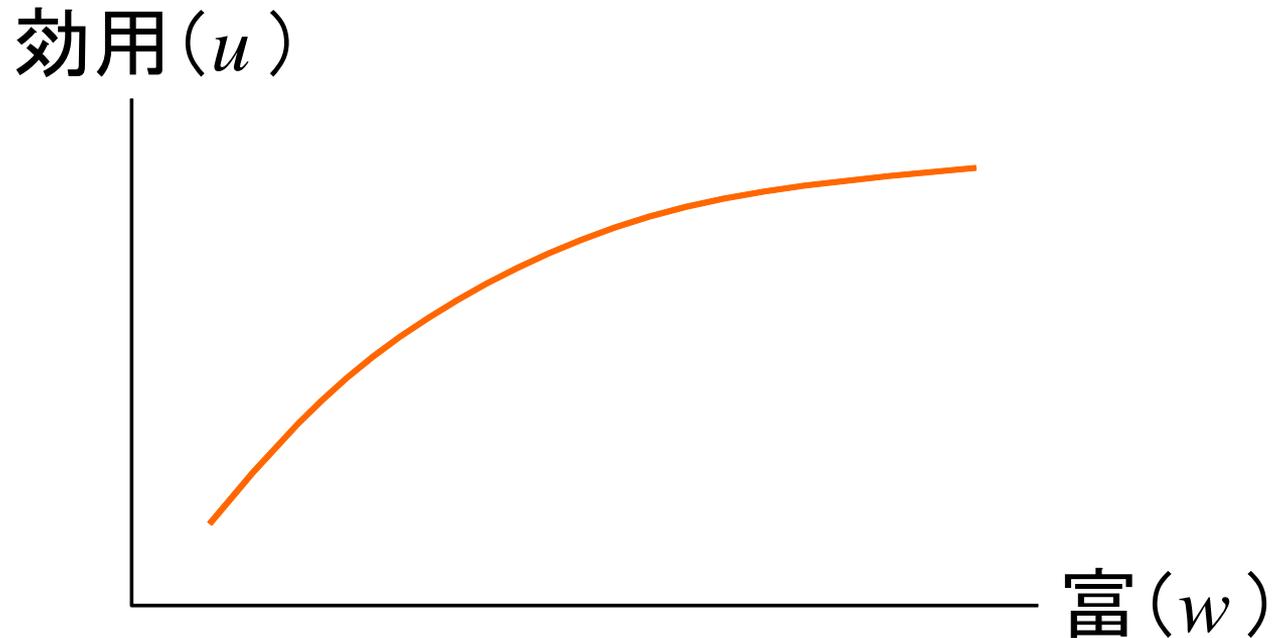


<https://www.shutterstock.com/ja/image-vector/rich-young-woman-407495281>

- 下記の「くじ」の購入の**上限額**( $p$ )
  - ⇒ 当たり(◎) … 150万円もらえる
  - ⇒ はずれ(×) … 50万円もらえる
  - ⇒ 当たり・はずれの確率 … 5分5分
- よく分散投資された**国内株式ファンド**の**購入希望額**( $Y_{\text{intent}}$ )
  - ⇒ 直感でOK!

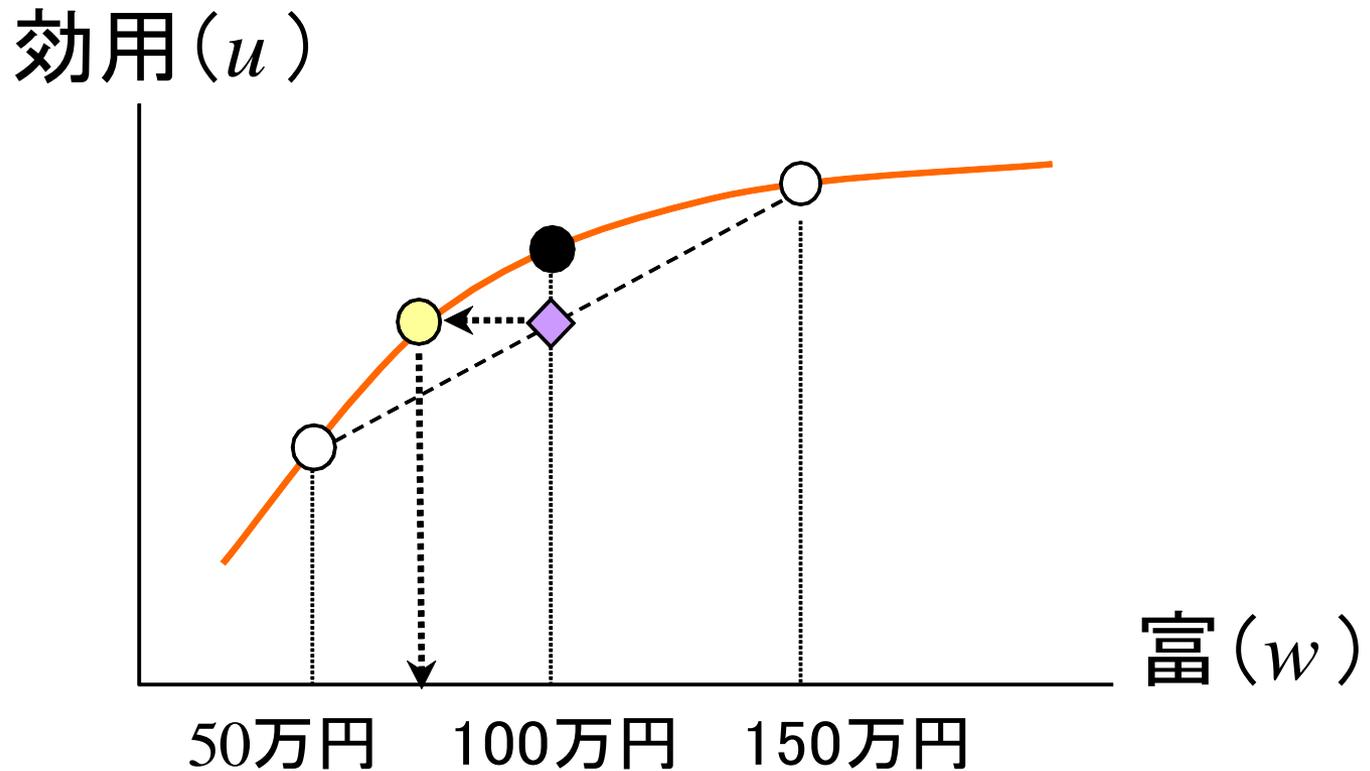
# 効用関数

- 保有している富 $w$ がもたらす満足度  
⇒ 個人に固有



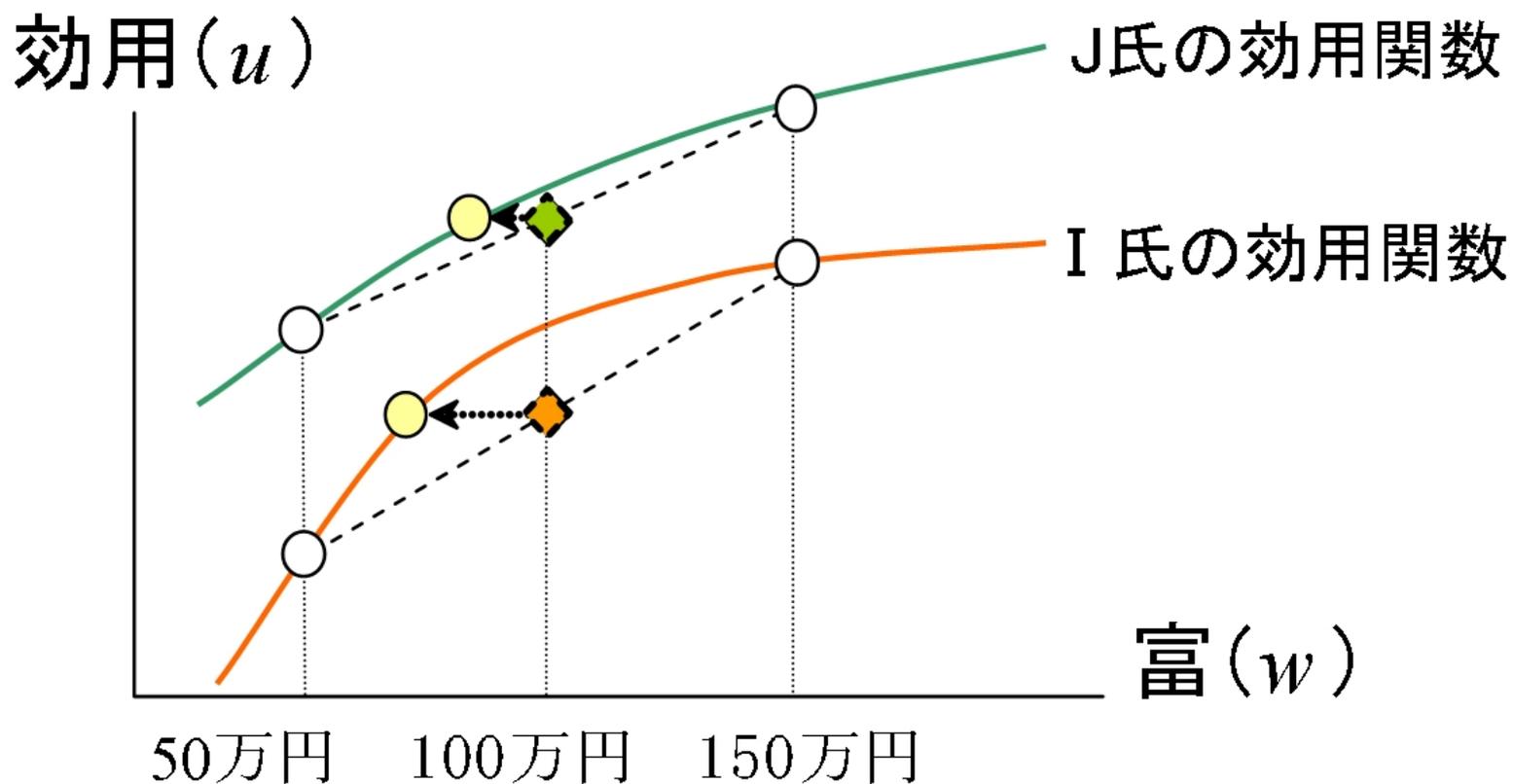
# 确实等価(1)

- 前頁の「くじ」購入の上限額



# 确实等価は人によって異なる

- リスク回避度・・・効用関数の曲がり具合



# 効用関数の期待値

## ● 効用関数 $u(w)$ の期待値 $E[u(w)]$

- 富  $\cdots w$
- 富  $w$  の効用  $\cdots u(w)$
- 富  $w$  の効用の期待値  $\cdots E[u(w)]$

⇒ 近似式

$$E[u(w)] \doteq E(w) - (\lambda/2) \text{var}(w)$$

= (wの平均) - (リスク回避度/2) × (wの分散)

# くじの賞金 $w$ の効用の期待値

●  $E[u(w)]$  = くじの賞金  $w$  の効用の期待値

$$\begin{aligned}\Rightarrow E[u(w)] &\doteq E(w) - (\lambda/2) \text{var}(w) \\ &= 100 - (\lambda/2) \times 2500\end{aligned}$$

- $E(w) = (0.5 \times 50) + (0.5 \times 150)$   
 $= 100$ 万円(個)

- $\text{var}(w) = w$  の標準偏差(ばらつき)の2乗  
 $= 50^2$   
 $= 2500$ 万円<sup>2</sup>(個<sup>2</sup>)

# 自分のリスク回避度 $\lambda$ の評価

- くじの不確実な賞金  $w$  と購入上限額  $p$  に関する確実等価の関係 (前ページ)

$$E[u(w)] = u(p) \doteq p$$

- 自分のリスク回避度  $\lambda$  を逆算できる！

$$\lambda \doteq \{ (100 - p) / 2500 \} \times 2$$

# 最適な株式投資額 ( $Y^*$ )

# 株式投資の相対的な期待効用

- 想定: **TOPIX連動の投資信託を Y 万円購入**  
⇒ 1年後の富 ( $w$ ) は不確実
- 期待効用の評価基準  
⇒ **Y万円を現金で保有 (株式投資しない)**
- **$F(Y)$**  : 株式投資の相対的な期待効用  
⇒  $F(Y) \doteq [E(w) - (\lambda/2) \text{var}(w)] - u(Y)$   
⇒  $\doteq [E(w) - (\lambda/2) \text{var}(w)] - Y$

# 株式投資のキャッシュフロー

- 想定: TOPIX連動の投資信託を Y 万円購入

⇒ w : 1年後の富(不確定)

$$E(w) = \frac{\text{1年後のTOPIXの期待値}}{\text{現在のTOPIXの値}} \times (\text{Y万円})$$

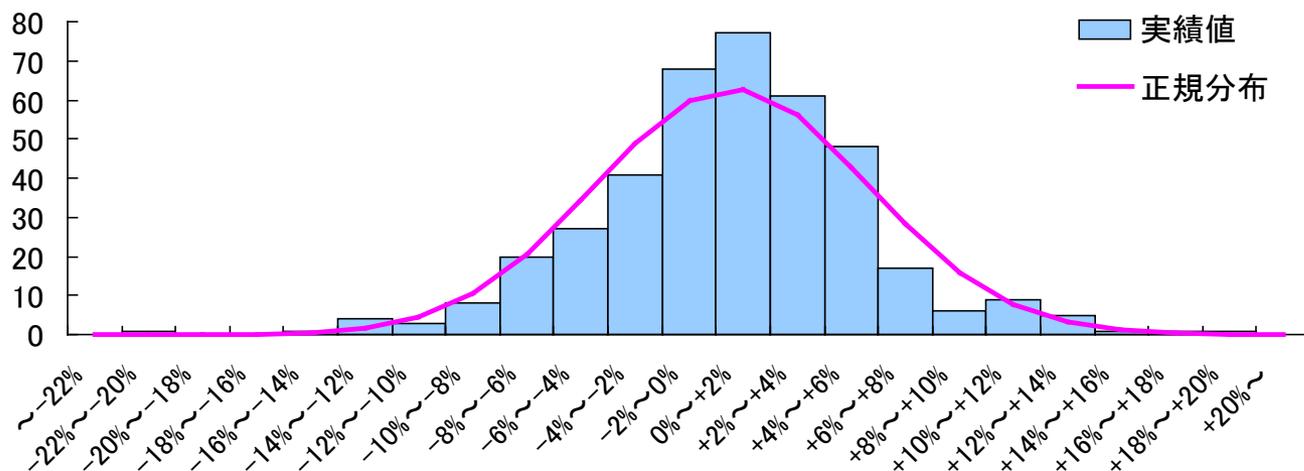
$$\text{var}(w) = \left[ \frac{\text{1年後のTOPIXの標準偏差}}{\text{現在のTOPIXの値}} \times (\text{Y万円}) \right]^2$$

# 株式投資の統計

## ● 日本の株式指数 (TOPIX) の月次リターン

	平均	標準偏差	自己相関
月次	0.6%	5.0%	0.06
年率換算	7.1%	17.4%	0.06

1973年1月～2006年4月 (399ヶ月)



# 株式投資の期待効用の評価

- 過去の統計値を、相対的な期待効用  $F(Y)$  に代入する

$$\begin{aligned}\Rightarrow F(Y) &\doteq [E(w) - (\lambda/2) \text{var}(w)] - Y \\ &= (7.1\%)Y - (\lambda/2) [(17.4\%)Y]^2\end{aligned}$$

$\Rightarrow F(Y)$  は  $Y$  の2次関数・・・**最大値**が存在

# 最適な株式投資の額

- 相対的な期待効用  $F(Y)$  を最大化する株式の購入額  $Y^*$  は下記を満たす

$$\begin{aligned}\Rightarrow dF(Y)/dY &\doteq (7.1\%) - \lambda (17.4\%)^2 Y^* \\ &= 0\end{aligned}$$

- 株式の最適購入額  $Y^*$  を求めることができる

$$\begin{aligned}\Rightarrow Y^* &\doteq (7.1\%) / [\lambda (17.4\%)^2] \\ &\doteq (2.35) / [\{ (100 - p) / 2500 \} \times 2] \\ &= (117 \times 25) / (100 - p) \text{ 万円}\end{aligned}$$

(※  $p$  は先のくじの購入上限額)

# 最適な株式投資の額

●くじ購入の上限額 ( $p$ ) と株式の最適購入額 ( $Y^*$ ) の関係

$p=55$	...	$Y^* \doteq 65$ 万円
$p=60$	...	$Y^* \doteq 73$ 万円
$p=65$	...	$Y^* \doteq 84$ 万円
$p=70$	...	$Y^* \doteq 98$ 万円
$p=80$	...	$Y^* \doteq 147$ 万円
$p=85$	...	$Y^* \doteq 196$ 万円
$p=90$	...	$Y^* \doteq 294$ 万円

# 解の吟味

- ここで求めた最適投資額  $Y^*$  と、先のアンケートで答えた投資希望額  $Y_{intent}$  を比較してみよう！

①  $Y^* \doteq Y_{intent}$

②  $Y^* > Y_{intent}$

③  $Y^* < Y_{intent}$

- ①は多数派か？

⇒ 何故乖離が生じるのか？

# 考察：乖離が生じた理由

● ①は多数派だったか？

$$\textcircled{2} \quad Y^* > Y_{\text{intent}}$$

⇒ 何故乖離が生じるのか？

● 復習：最適投資額  $Y^*$

$$\Rightarrow Y^* \doteq (7.1\%) / [\lambda (17.4\%)^2]$$

- ・ リターン期待値の評価 (7.1%) が過大
- ・ リターンの標準偏差の評価 (17.4%) が過小

# あなたの株式相場観

- 最適投資額  $Y^*$  の決定モデルを使い、株価に対するあなたの見通しを逆算

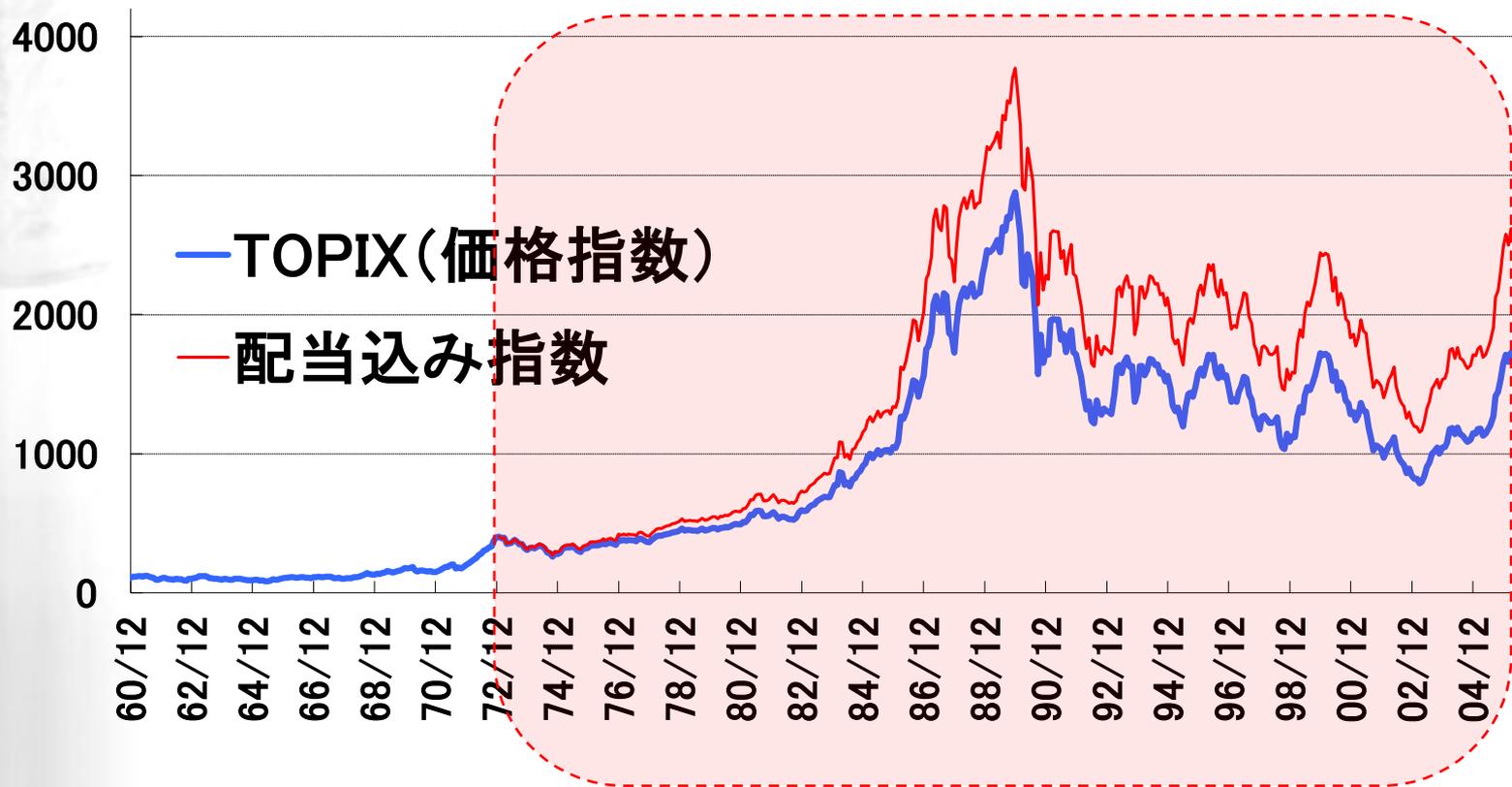
$$Y_{\text{intent}} \doteq ( \text{ } \% ) / [ \lambda (17.4\%)^2 ]$$

- 株式投資のリターンの **あなたの期待値**

$$= 7.1\% \times \frac{Y_{\text{intent}}}{Y^*}$$

# 歴史と経験

## ● TOPIXの推移(1960年末～2006年4月末)



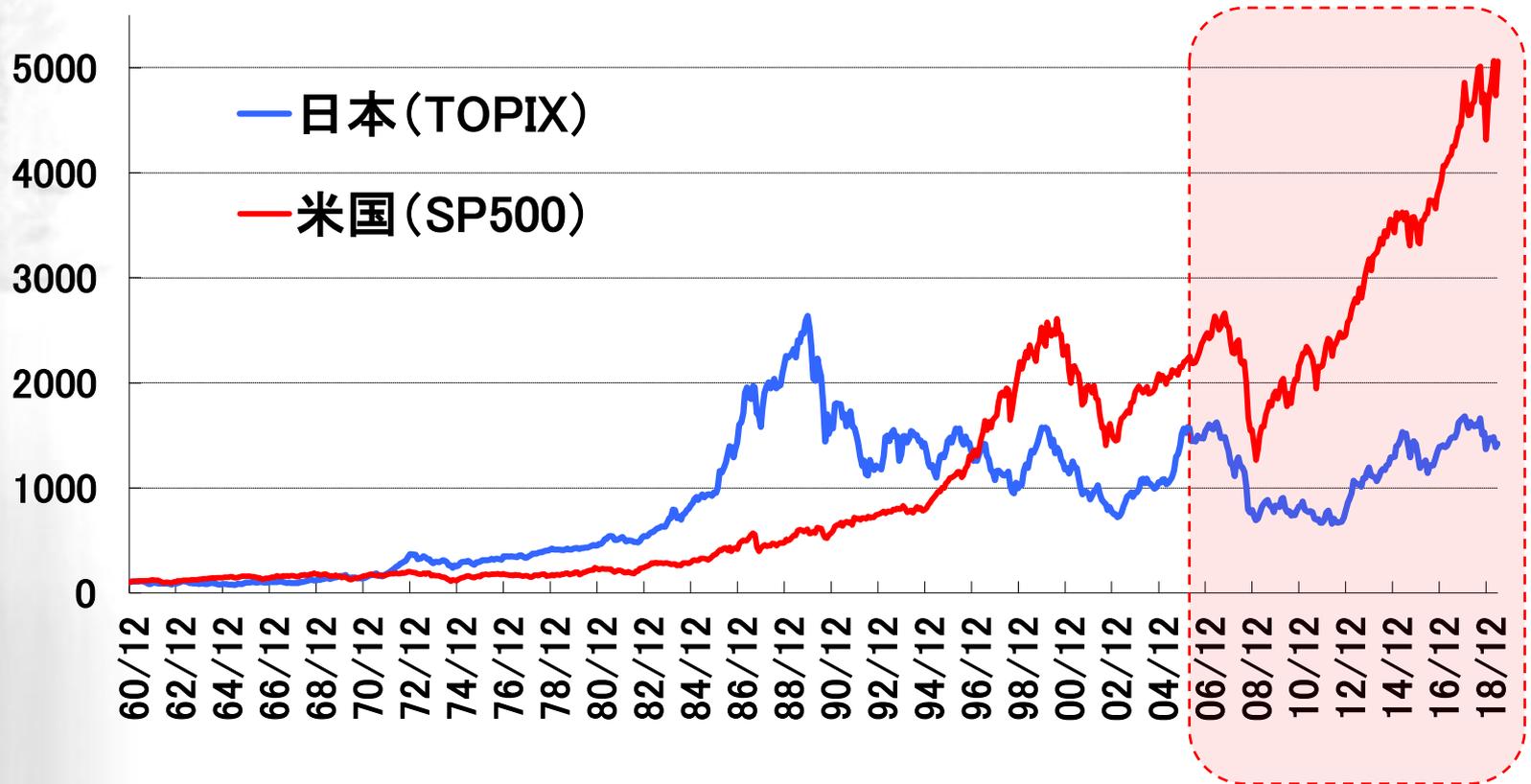
# 歴史と経験(2)

## ● TOPIXの推移(1960年末～2019年6月末)



# 歴史と経験(3)

## ● 日米の株価推移(1960年末を100とする)



# あなたの年金

## ● 公的年金の積立金

- ・約150兆円
- ・約100兆円・・・株式等のリスク資産投資
- ・働いてる加入者・・・約6500万人
- ・一人あたりリスク資産額・・・約150万円
- ・積立金の存続見込み・・・20～100年(?)
- ・株式の期待リターン・・・年率5～6%程度

高校／大学、楽しみながら  
学んでください！