NO. 2-1

DATE

第2回

▷ 前回のまとめ

◎ 位置 $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ 速度 $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$ 加速度 $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$

tでビブン　　tでビブン

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

成分では $a_i = \dfrac{dv_i}{dt} = \dfrac{d^2 i}{dt^2}$　$i = x, y, z$

◎ 微分方程式

変数分離形　$\dfrac{df}{dt} = F(f)\,T(t) \rightarrow \dfrac{df}{F} = \dfrac{dt}{T}$

$$\int \frac{df}{F} = \int \frac{dt}{T}$$

▷ ニュートンの第1，第2法則

第1法則（慣性の法則）　物体に働く力の和がゼロであるとき，物体は静止または等速直線運動する

第2法則　物体に働く力 $\vec{F}$ に対して

$$m\vec{a} = \vec{F} \qquad \text{運動方程式}$$

が成立。比例係数 m を質量と呼ぶ

（注）第1法則は第2法則の特別な例ではなく，前提である！

▷ 運動方程式からわかること.

(1) $\vec{F}$ がわかれば $\vec{a}, \vec{v}, \vec{r}$ が t の関数としてわかる

(2) (1)の逆で, $\vec{r}$ が t の関数としてわかれば $\vec{F}$ がわかる
(目に見える運動から, 目に見えない力 $\vec{F}$ を「みる」)

(3) ベクトルの方程式
→ 位置ベクトルの原点や単位ベクトルのとり方によらない
→ 私たちが自由に座標軸や向きを決めて
成分表示できる.

▷ 力の単位

物理量には単位があり, 式の両辺で単位は等しい。

位置(距離) $\vec{r}$ の単位	m	
速度 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ 〃	m/s	"meter per sec" とよむ
加速度 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$	m/s^2	
力 $\vec{F} = m\vec{a}$	$kg \cdot m/s^2 \equiv N$ (ニュートン)	

質量の単位は kg とした。

国際単位系 m, kg, s, A, K, mol, cd

放物運動

地球上では鉛直方向に mg の重力が働く.

g : 重力加速度　$9.8\ m/s^2$

1 kg の質量に働く重力は　9.8 N なので
1 N はだいたい 100g の物体の「重さ」に相当

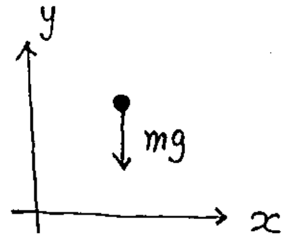
運動方程式は　$m\vec{g} = m\vec{a}$　とかけるから,
放物運動は等加速度運動

質点.

質量 m, 大きさゼロの点.　「物体の抽象化」

これによって物体の運動を $r(t)$ で記述できる

運動方程式をとく



水平方向に x 軸, 鉛直上向きに
y 軸をとる.

運動方程式
$$
\begin{cases}
m\dfrac{d^2x}{dt^2} = 0 & \cdots ① \\
m\dfrac{d^2y}{dt^2} = -mg & \cdots ②
\end{cases}
$$

①②を解く.

① 式を一回積分 $\dfrac{dx}{dt} = v_x(0)$

もう一回 〃 $\boxed{x(t) = v_x(0)\,t + x(0)}$

② 式も同様 $\boxed{y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_y(0)\,t + y(0)}$

初期条件によって $x(0)$, $y(0)$, $v_x(0)$, $v_y(0)$ が決まる.

$t=0$ での位置 $(x(0), y(0))$, 速度 $(v_x(0), v_y(0))$ を指定すると運動は確定

(i) 自由落下

$x(0)=0$, $v_y(0)=0$ $y(0)=h$, $v_y(0)=0$

(ii) 鉛直投げ上げ [下げ]

$x(0)=0$, $v_x(0)=0$ $y(0)=0$ $v_y(0)=V$

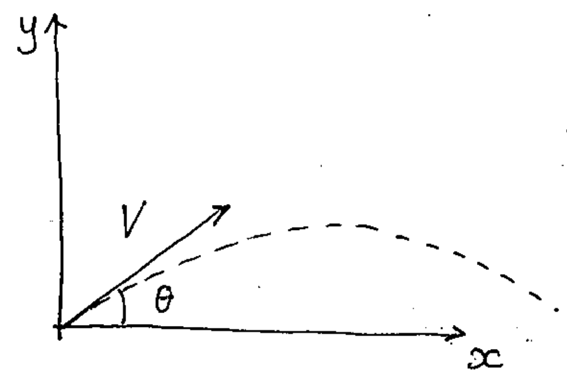
(iii) 水平投射

$x(0)=0$ $v_x(0)=V$ $y(0)=h$ $v_y(0)=0$

(iv) 斜方投射

$x(0)=0$ $v_x(0)=V\cos\theta$ $y(0)=0$ $v_y(0)=V\sin\theta$

$$\begin{cases} x(t) = Vt\cos\theta \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + Vt\sin\theta \end{cases}$$



t を消去すると

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V\cos\theta}\right)^2 + x\tan\theta$$

放物線を描く.

着地点は $y=0$ として

$x = \dfrac{V^2}{g}\sin 2\theta$ $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ で最大