1

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3) = 0$ の解を2分法で求める。この場合の解は$x=1,2,3$の3つであるが、初期値 a,b を(i) $(a,b) = (2.5, 1.5)$, (ii) $(a,b) = (-2, 5)$とした場合、それぞれどの解が計算されるか。

i) 2 (1回で1に収束する)

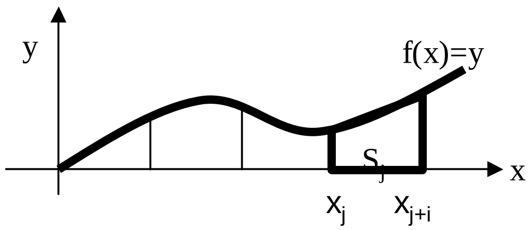
ii) 1 1回の反復で $-2 < 1 < 1.5$ となる。

この区間に他の解はなく、収縮写像を繰り返すので1に収束する。

1(4点)

3-1

数値積分の手法の1つである台形公式を、図を用いて説明しながら導け。



$$S = \frac{1}{2} h\left(\frac{y_0}{2} + y_1 + \ldots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}\right)$$

3-2

3-1**で導いた台形公式を用いて** $S = \int_1^2 \frac{1}{x} dx$ **の近似値を計算する計算式を示せ**

(**<u>計算はしなくてよい</u>**)。**ただし、積分区間は**10**等分するものとする。**

$$S = \frac{1}{2} \times 0.1 \times \left(\frac{1}{2}\frac{1}{1.0} + \frac{1}{1.1} + \ldots + \frac{1}{1.9} + \frac{1}{2}\frac{1}{2.0}\right)$$

4-1

以下の文のカッコにに該当する数式、言葉を示せ。

積分区間[a,b]内の隣接する3つの分点 $x_j < x_{j+1} < x_{j+2}$ を含む区間を考える。この区間において $f(x_j) = f_j$, $f(x_{j+1}) = f_{j+1}$, $f(x_{j+2}) = f_{j+2}$ とすると、f_j, f_{j+1}, f_{j+2} を通る2次のラグランジュ多項式 $P_2(x) =$（　　①　　）となる。これをx_jからx_{j+2}まで積分することにより、

$$\int_{x_j}^{x_{j+2}} P_2(x)dx = \frac{h}{3}(f_j + 4f_{j+1} + f_{j+2})$$

が得られる。これを繰り返し用いることによりシンプソンの公式 S = (　　②　　), j=0,1,2,…,n を得ることができる。

①

②

$$S = \frac{1}{3}h(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \ldots + 4y_{n-1} + y_n)$$

4-2

4-1で導いたシンプソンの公式を用いて $S = \int_1^2 \frac{1}{x}dx$ の近似値を計算する計算式を示せ

(<u>計算はしなくてよい</u>)。ただし、積分区間は10等分するものとする。

$$S = \frac{1}{3} \times 0.1 \times \left(\frac{1}{1.0} + \frac{4}{1.1} + \frac{2}{1.2} + \ldots + \frac{4}{1.9} + \frac{1}{2.0}\right)$$