

1-1

$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+x}$ を計算する場合に、分母を有理化し $f(x) = x\sqrt{x^2+1} - x^2$

として計算することもできる。有理化する前と後を乗除算の回数で比較せよ（ただし、 x^2 を複数回計算する場合は計算した結果を再利用することとする）。

簡単だと思って1点の配点しかしませんでした。混乱してしまった人も多いようです。試験中に注意したように、開平の計算は乗除算にカウントしません（たいていのプログラミング言語には `sqrt(n)` のような組み込み関数があります）。

有理化する前は x の2乗の計算と、割り算が1回で合計2回、有理化後は x の2乗の計算と $x \times \sqrt{x^2+1}$ の計算で1回の合計2回。

1-1(1点)

1-2

有効桁数が8桁の計算機で計算を行うとする。その場合、有理化する前とした後とを比較し、どちらが計算の精度が良いかを示し、その理由を説明せよ。尚、有効桁数9桁の計算結果は $f(10^4) = 0.49999987$ である。（ヒント： $x = 10^4$ として考えてみよ）。

計算機の有効桁数とは、計算機が扱えることができる最大の“桁数”を表す（有効数字ではないことに注意）。

ヒントの通りに 10^4 を代入すると、有効数字が8桁なので、 10^8+1 は9桁になり桁落ちをおこして 100000001 は 10^4 になります。なので、有理化前は 0.5 になり、有理化後は 0 になります。ここでの議論に近似的な議論は不要で、厳密に違った答えが出ます。

有理化しただけですから、数式上では同じ答えがでないといけないのですが、両者は計算量も同じなのに（1-1で確かめたように）、有理化後では、桁落ちの結果、同数同士の引き算となり答えが大きく異なってしまいます。絶対値がほぼ等しい計算になる場合は、よく注意することが必要なことがわかつています。

1-2(2点)

1(3点)

氏名

学籍番号

2

ガウスの消去法を用いて以下の連立1次方程式を解け。

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$2x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 5$$

この問題はみなさんよく出来ていました。何故かクラメルの公式を使って解いている人が若干名いましたが... 正解は $(x_1, x_2, x_3)=(1, 3, 2)$ です。

氏名

学籍番号

2 (4点)

3

LU分解を用いて以下の連立1次方程式を解け。ただし、上三角行列、下三角行列、それらを用いて連立方程式を解く計算過程を示すこと(解のみの場合は零点)。

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 = -9$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 = -3$$

$$-x_1 + 3x_2 + x_3 = 12$$

よく勉強している人が多く、計算しやすいように部分ピボット選択をしている人を数多く見受けました。完答できた人は4割ぐらいしかいませんでしたがほとんどの人は解法については間違っていないでした。

ただ、全く理解できていないと思われる人も若干いたので、よく復習しておいてください。尚正解は $(x_1, x_2, x_3) = (-2, 3, 1)$ です。

氏名

学籍番号

3 (5点)

4-1

ガウスの消去法のアルゴリズムを示せ。行列の要素は a_{ij} と表記し、繰り返しの計算の表記には for j=1 to n (jは任意の変数) のように forを用いること。代入、比較については = の表記を用い := などを用い区別しなくても構わない。

正解者は2名しかいませんでした。この問題が理解できないと、どれだけプログラミング言語に習熟していても、絶対にガウスの消去法のプログラミングはできません。逆に、この問題が本当にキチンと理解できていれば、プログラミング言語などよく知らなくても、ちゃんとプログラミングすることができます。

みなさんはちゃんとガウスの消去法も(LU分解までも!)手計算で計算できるのです。でも、何故この問題が解けないか?それは、アルゴリズム的に手順を組みのって難しいのです。もう一度、ゆっくりと考えてみてください。

4-1 (4点)

4-2

乗算と除算に着目し、上述したアルゴリズムに基づきガウスの消去法のアルゴリズムの計算量を求めよ(単に計算量のみ解答した場合は零点)。

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

4-1が解けていなくても、この問題だけ解いている人がいましたが、その多くは自分がやっている計算の意味がわかっていないので、トンチンカンな計算をしていました。この問題は4-1がキチンと理解できないと、計算だけでも「全く意味がありません!」。なので、4-1とセットでよく理解できるようにしておいてください。

4-2 (4点)

1-1 (1)	1-2 (2)	2 (4)	3 (5)	4-1 (4)	4-2 (4)	Total (20)

氏名

学籍番号

4 (8点)