3.1 素粒子物理学(標準模型関連)

素粒子物理学のはじまり(1930～40年代)

- 理論と実験の素晴らしい二人三脚

  宇宙線の観測→新粒子の発見

  理論の進展→新粒子の予言

泡箱での粒子秘跡

泡箱TEEシャツ[26]

- 陽電子(ディラックが1928年に理論から予言・アンダーソンが1932年に発見)
- パイ中間子 (湯川秀樹が1934年に理論から予言・パウエルが1947年に発見)
- ニュートリノ(パウリが実験事実から1930年に予言・ライネスとカワンが1956年に発見)

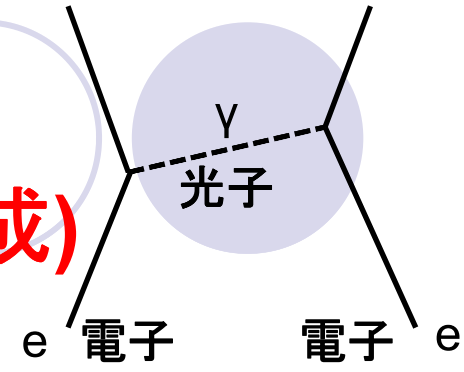
湯川秀樹

ウィキペディア[27]

パウリ

[28]

電磁相互作用の理論



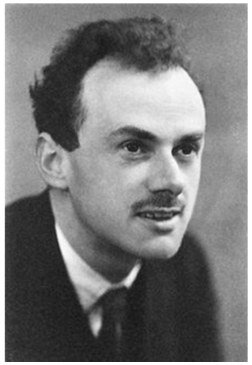
- 古典論＝マクスウェルの電磁気学(完成)
- 量子論＝量子電磁力学(Quantum ElectroDynamics=QED)

「世界一正確」な理論！
cf.木下東一郎氏の計算（スライドp13）

- 1948年：くりこみ理論の完成(実験との比較が可能に)

[ファインマン、シュウィンガー、朝永振一郎]

- ゲージ原理(後述)の立場では、U(1)ゲージ理論


Paul Dirac
Wikipedia[29]


Richard Feynman
Wikipedia[30]


Julian Schwinger
Wikipedia[31]


朝永振一郎
ウィキペディア[32]

ゲージ原理

YangMills60
HP[33]

ワイル[34]

- 内部対称性の局所化とゲージ場の導入
- 対称性の表現として群Gの言葉を用いる
- 1954年：ヤン·ミルズ理論㊗ (cf. 内山龍雄)

$$L = -\frac{1}{4g^2} Tr\, F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \qquad F_{\mu\nu} := \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + A_\mu A_\nu - A_\nu A_\mu$$

電場·磁場の拡張

ゲージ場 $A_\mu : N \times N$ 行列 (最初に提唱されたのはN=2の場合)

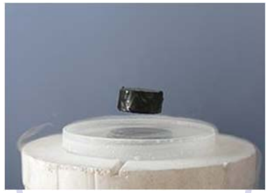
- ヤン·ミルズ理論のくりこみ可能性の証明

  G=U(1)(=電磁気学)：1948年(前述)

  G=SU(N)：1971年 [トフーフト·ベルトマン]

- ヤン·ミルズ理論の困難：ゲージ場の質量はゼロでなければならない！

ヒッグス機構



マイスナー効果
ウィキペディア[35]

- 超伝導のBCS理論:電子のペア(クーパー対)が凝縮して、超伝導状態となり、光子が質量を持つ)
  [バーディーン、クーパー、シュリーファー, 1957年]
- 超伝導の本質は対称性の自発的破れにあり
  (南部陽一郎)→素粒子論に適用

南部陽一郎
工作舎HP[36]

- ヒッグス場の導入(1964年)
  ヒッグス場が凝縮して真空期待値を持つ
  → 対称性が自発的に破れて
  ゲージ場(の一部)が質量を持ちうる！

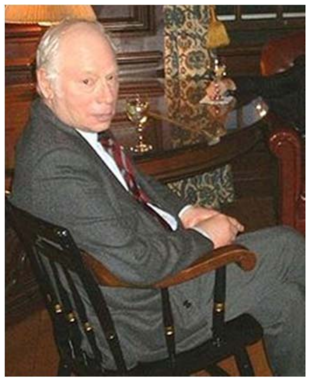
「ゲージ場が南部ゴールドストン・モードを食べて重くなった」

弱い相互作用の理論(核分裂を引き起こす力)

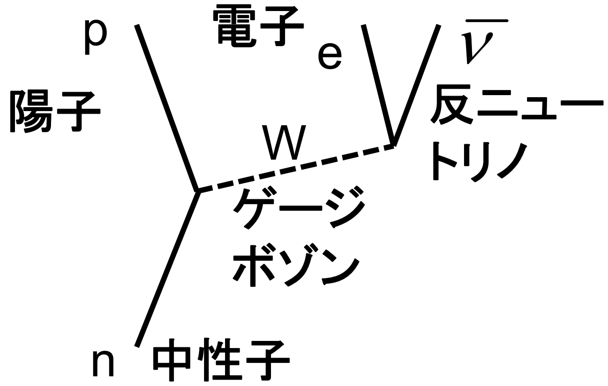
- 量子論(1967年頃)＝グラショウ・ワインバーグ・サラム(GSW)の理論
- ゲージ原理の立場では、SU(2)×U(1)ゲージ理論
- ヒッグス機構によってゲージ場が質量獲得(W,Z)
- 1971年のくりこみ可能性証明により一挙注目

Sheldon Glashow[37],

Abdub Salam[38],



Steven Weinberg [39]



強い相互作用の理論(陽子を核内に収める力)

- 量子論＝量子色力学(QuantumChromoDynamics=QCD)
- ゲージ原理の立場では、SU(3)ゲージ理論

ゲルマン

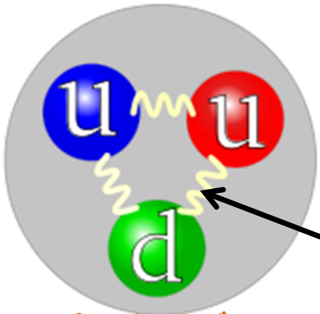
Novel財団HP[40]

1964年：クォーク模型(ゲルマン)

陽子・中性子などは3つのクォークから成る

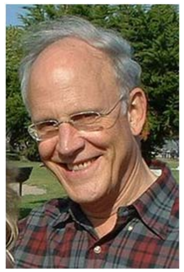
（電磁気の意味での）電荷の単位は1/3

「色荷」という別種のチャージを持つ(赤・青・緑 3種)



陽子　ウィキペディア[40]

u(アップ) クォークの電荷：＋2/3
d(ダウン) クォークの電荷：－1/3
色荷の合計＝白色で中性(安定)
グルーオン（ゲージ粒子：色荷を持つ）



[41]

[42]

[43]

by グロス(左)、ポリツァー(中)、ウィルチェック(右)

- 1973年：漸近自由性(クォークは単独で取り出せない)

ゲージ理論と双対性

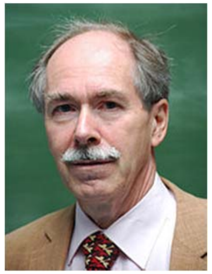
- 電磁双対性：以下の入れ替えで理論が「等価」

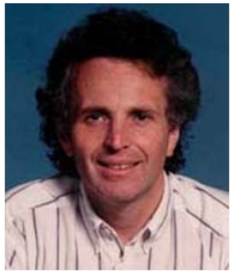
弱結合理論↔強結合理論、素粒子↔ソリトン

- モノポール(単磁子)：ソリトンの一種

(例) ディラック・モノポール、トフーフト・ポリヤコフモノポール

トフーフト
ウィキペディア[44]





ポリヤコフ
ウィキペディア[45]

- インスタントン(瞬間子)：４次元ユークリッド空間に住む「ソリトン」。非摂動論的効果の理解に不可欠

- ゲージ理論＝数学のベクトル束の理論（接続・曲率）

インスタントン・モノポールは数学的にも非常に重要な対象

ADHM(Atiyah-Drinfeld-Hitchin-Manin)構成法
ゲージ理論の数学(ベクトル束)の最高峰の成果

4次元ASDヤン・ミルズ方程式

$$F_{z_1\bar{z}_1}+F_{z_2\bar{z}_2}=0$$
$$F_{z_1 z_2}=0$$

N × N PDE

解：インスタントン
(G=U(N), C_2 =k)

$$A_\mu : N\times N$$

難

1:1

ADHM方程式(≒0次元ASDYM)

$$[B_1,B_1^+]+[B_2,B_2^+]+I\,I^+-J^+J=0$$
$$[B_1,B_2]+IJ=0$$

k × k行列方程式

解：ADHMデータ
(G=`U(k)’)

$$B_{1,2}:k\times k,\quad I:k\times N,\quad J:N\times k$$

易

ポリヤコフ曰く「現代数学が役に立つ瞬間を初めてみた」 半分冗談

素粒子の標準模型

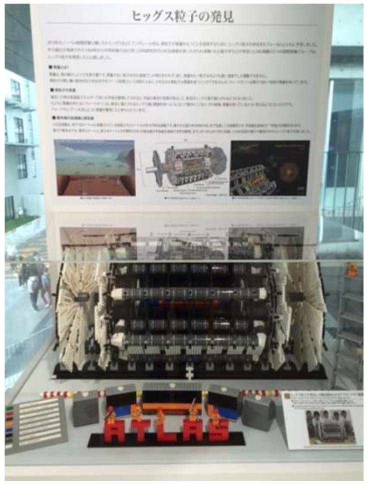
- 相互作用:SU(3)×SU(2)×U(1)ゲージ理論
- 物質:3世代のクォーク･レプトン(小林･益川理論含)
- ヒッグス場
- 標準模型のラグランジアン(祭):


小林誠･益川敏英
ともに[46]

CERN Equation T-shirt
CERN HP[47]

巨大加速器@CERN(スイス、ジュネーヴ)

CERN全貌 HERMETICS, NEWS, SCIENCE, TECHNOLOGYより[48] 直径約10㎞!



ATLAS実験検出器のレゴ模型
[名古屋大学ノーベル賞展示室]
(講演者撮影)
長さ約44m(実物が)

素粒子の標準模型の限界

- ニュートリノの質量がゼロになってしまう
  (実際はノンゼロ by 梶田さん達の観測結果)
- 重力相互作用を記述しない
- なぜ3世代分のクォーク･レプトンから成るのか？
- なぜ質量･電荷が現在のようになっているのか？
- ･･･
- →より根源的な新しい理論･理解が必要
  (超対称性、大統一理論、弦理論、･･･)
- 超対称性：ボゾンとフェルミオンを入れ替えても
  理論が変わらないという(大きな)対称性

ボゾン: スピンが0, 1, 2(整数)の粒子

重力子はスピン2

フェルミオン:スピンが1/2, 3/2(半奇数)の粒子

KEK HPより[1]

ウィッテンのモース理論(1982年)

- 惑星の形(トポロジー)を求めるには

→惑星に高さ関数だけ乗っけるのではなく

超対称性ゲージ理論を丸ごと乗っければいい！

m_p: 臨界点に住むE≒0の

フェルミオンの数

物理量： $Tr\,(-1)^F =$

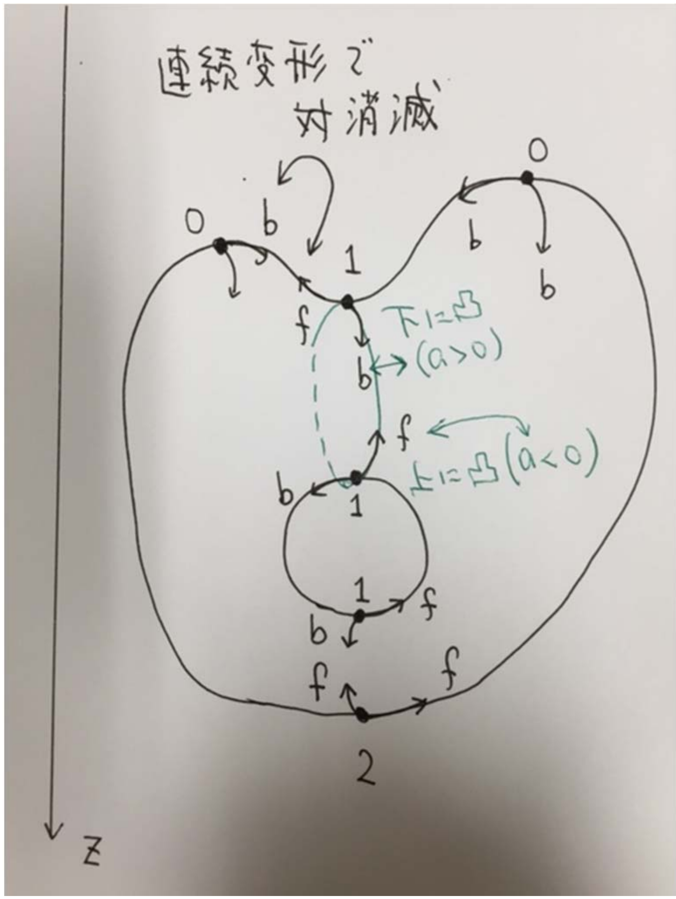
$$(-1)^2 + (-1)^1 + (-1)^1$$

$$+ (-1)^1 + (-1)^0 + (-1)^0$$

$$= 0 = \chi(T^2)$$ ：位相不変量

※物理からの新しい視点と局所化のアイデア

→その後の数学・物理学に絶大な影響！



理論の詳細ド(祭)

- ハミルトニアン(量子力学バージョン)

$$H = Q^*Q + QQ^*$$

微分(資料2ページ目微分の例3)！

- 基底状態

$$Q^*\varphi_F = \left(\frac{d}{dx} + W'(x)\right)\varphi_F = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_F = e^{W(x)}$$

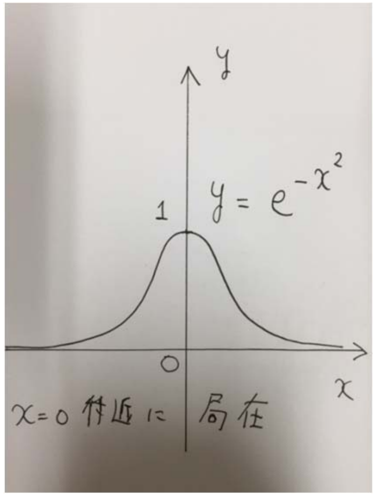
$$Q\varphi_B = \left(\frac{d}{dx} - W'(x)\right)\varphi_B = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_B = e^{-W(x)}$$

- 臨界点近傍で(ある断面に沿って) $W(x) \cong ax^2$

$$a > 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_B = e^{-ax^2}$$

$$a < 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_F = e^{+ax^2}$$

これが規格化可能解



詳しくは原論文を読もう！

Edward Witten,
``Supersymmetry and Morse theory,"
J. Differential Geom. Vol.17(1982)p661-692.