

2.2 量子力学

- 19世紀物理学の2つの暗雲(1900年, ケルビン卿)
 - (i) 黒体輻射の問題(原子からの熱輻射のスペクトルが古典論からの予言と合わない)
 - (ii) マイケルソン・モーレーの実験結果(1887年)
(光速度が誰から見ても一定で, エーテル仮説と矛盾する)
- (i)の解決→エネルギー量子仮説(プランク)・光量子仮説(アインシュタイン): **量子力学**の幕開け
- (ii)の解決→**特殊相対性理論**

2.2 量子力学

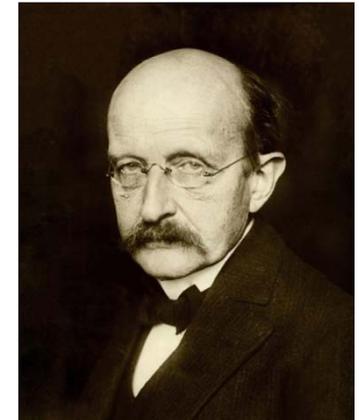
- プランクのエネルギー量子仮説(1900年)

振動数 ν の熱輻射がとりうるエネルギーは $h\nu$ の整数倍に限られる。 $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$: プランク定数

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-\frac{nh\nu}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{nh\nu}{kT}}} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

cf. 等比数列の無限和(参考資料の問題5, 6)

: プランク分布(の本質的部分): (祭)



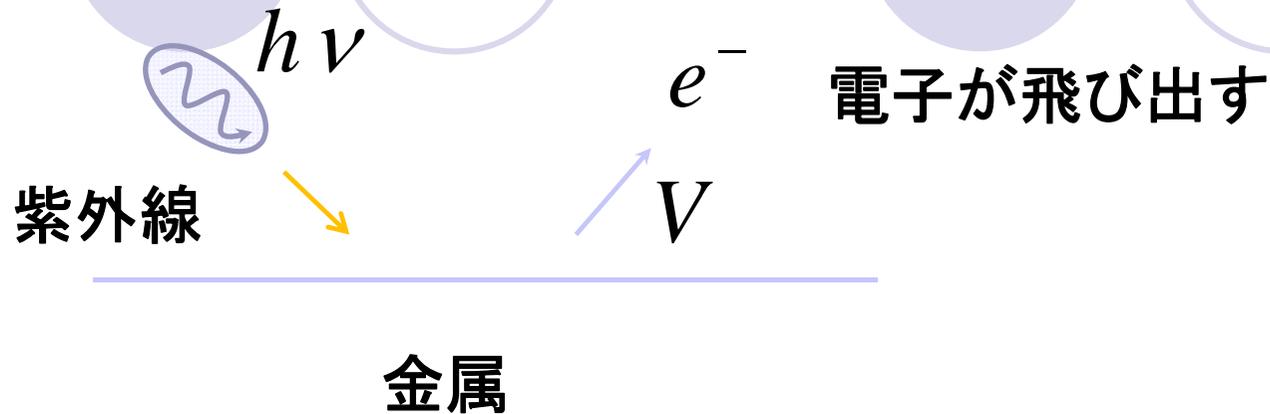
Max Planck [16]

- アインシュタインの光量子仮説(1905年)

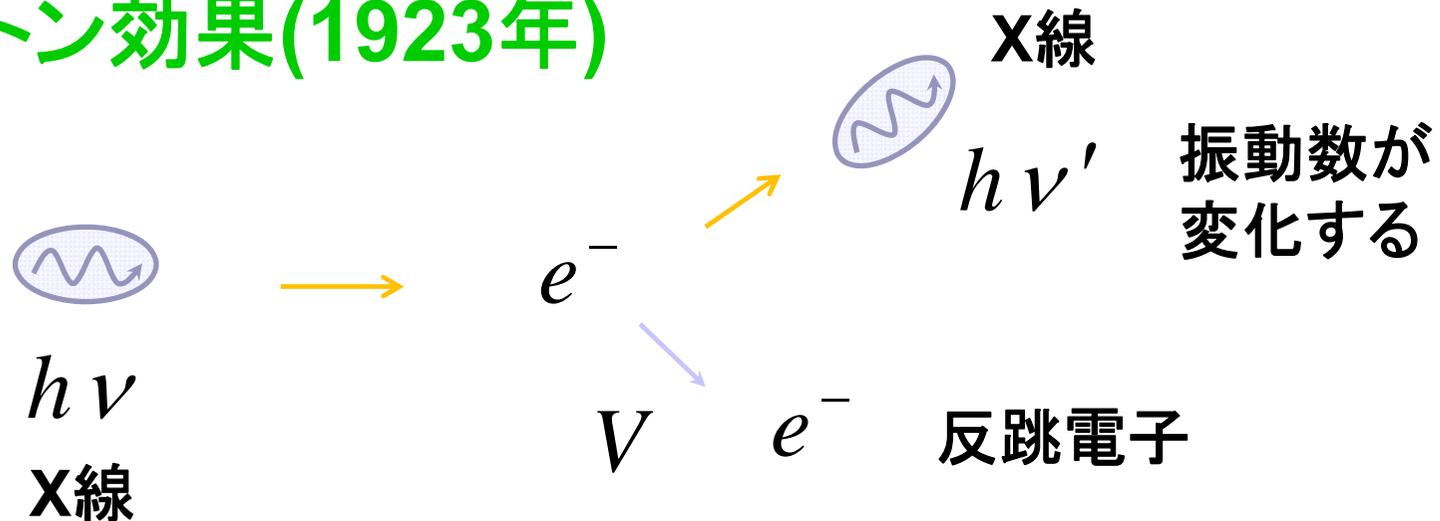
振動数 ν の光はエネルギー $h\nu$ を持つ粒子(光子)として振る舞う(光の粒子性)

光量子仮説の応用

● 光電効果(アインシュタイン、1905年)



● コンプトン効果(1923年)



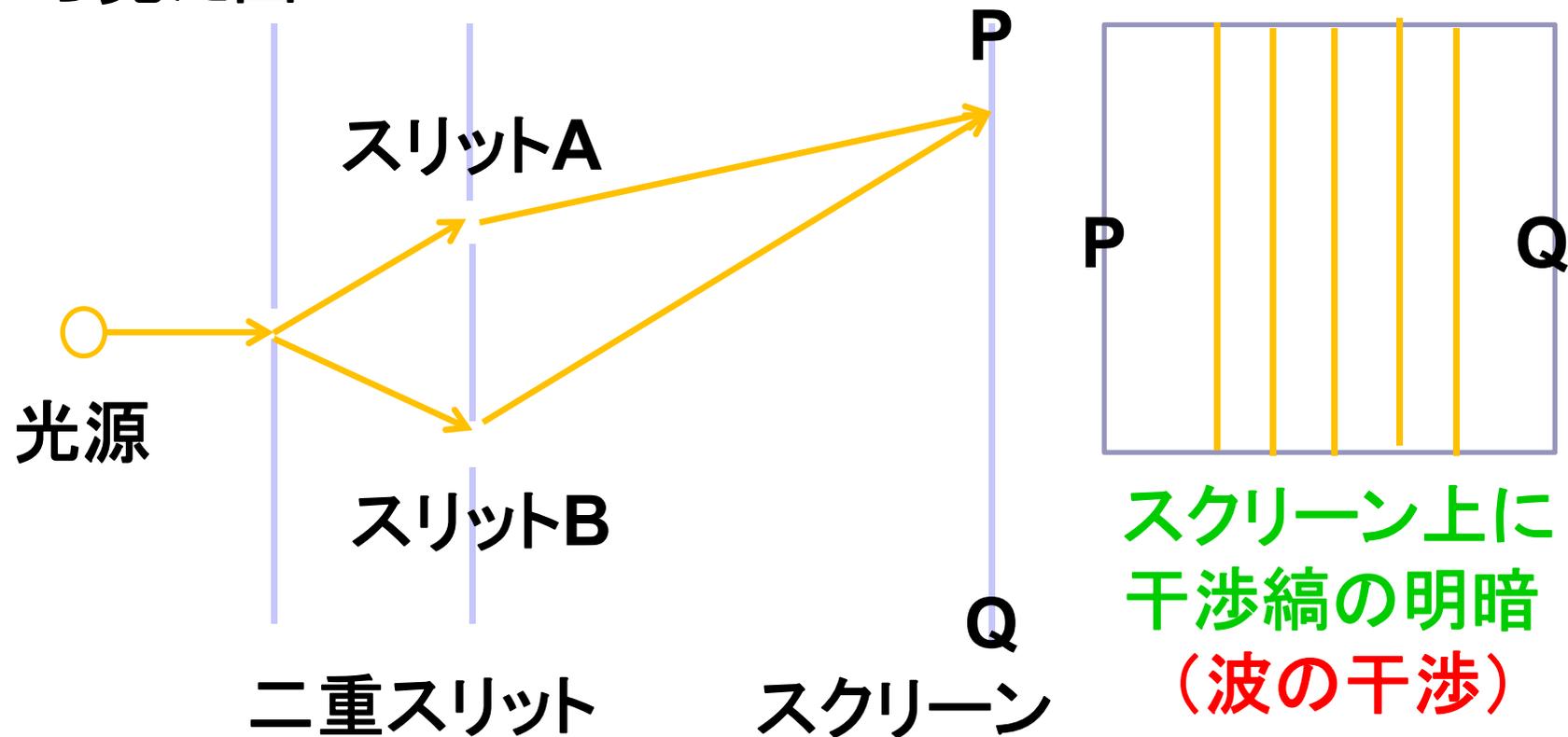
● 質量とエネルギーの等価性の証明(参考資料4)

粒子性と波動性

- 光は波であるが粒子的性質を持つことが分かった。
- 粒子が波動的性質を持つか？

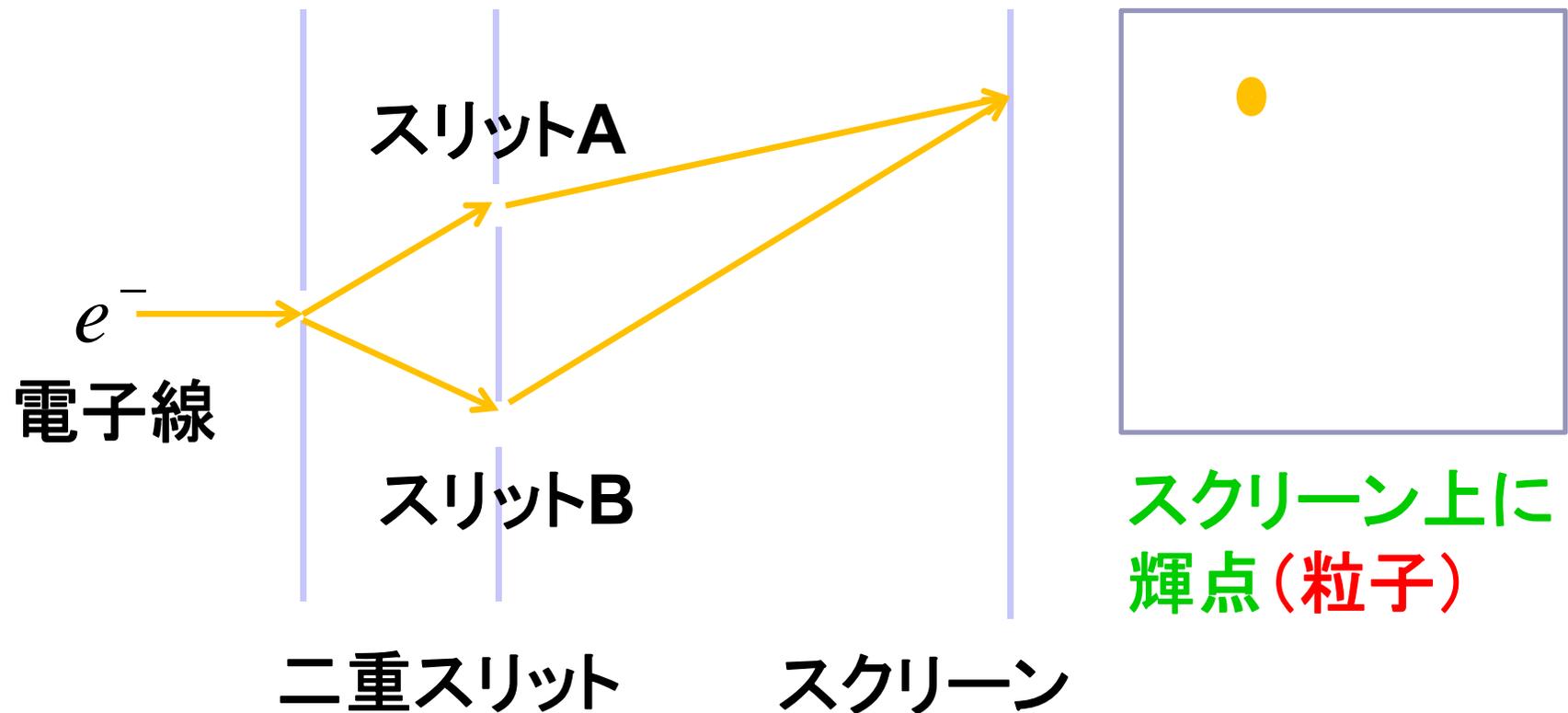
光の波動性：ヤングの実験

上から見た図



粒子性と波動性

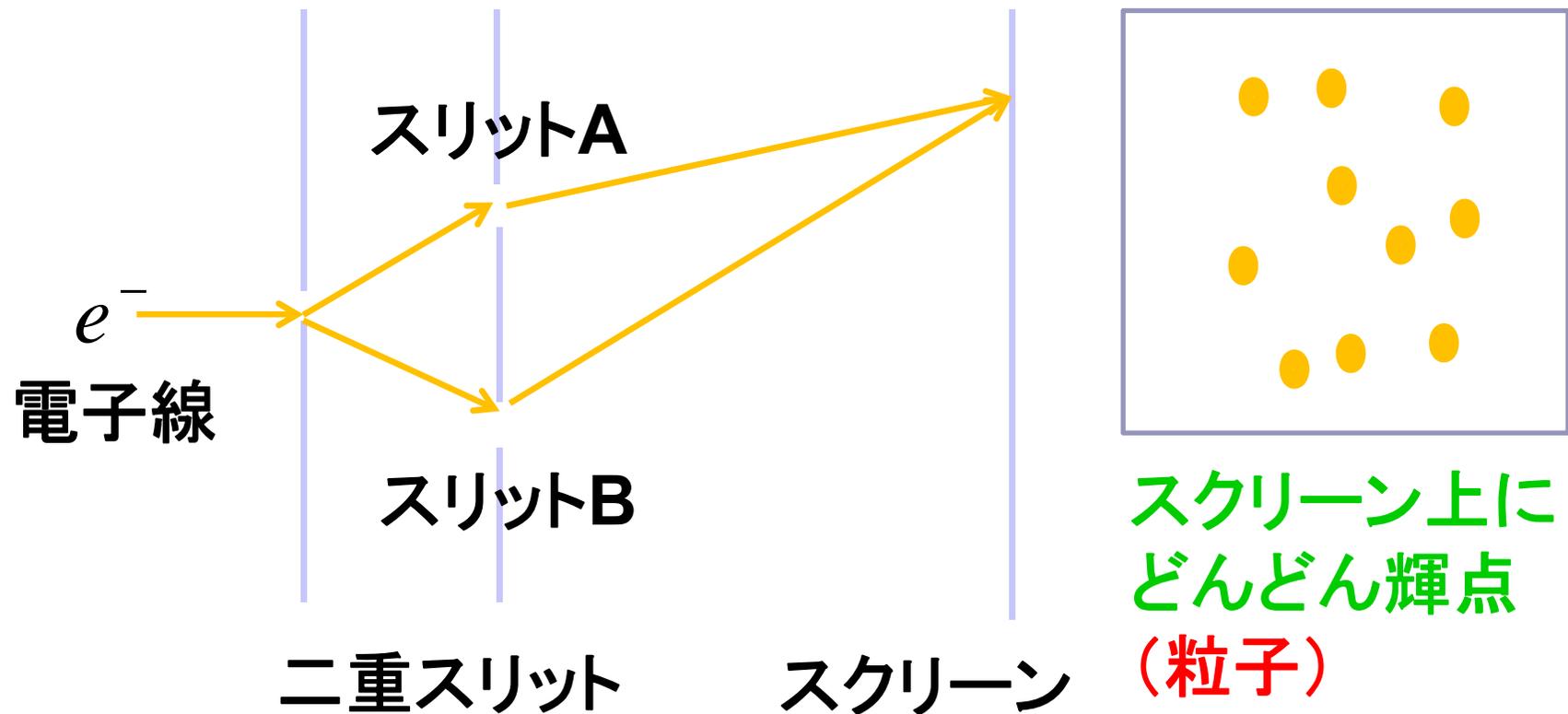
- これを電子(粒子)に対してやってみよう！
電子の二重スリット実験



粒子性と波動性

- これを電子(粒子)に対してやってみよう！
電子の二重スリット実験

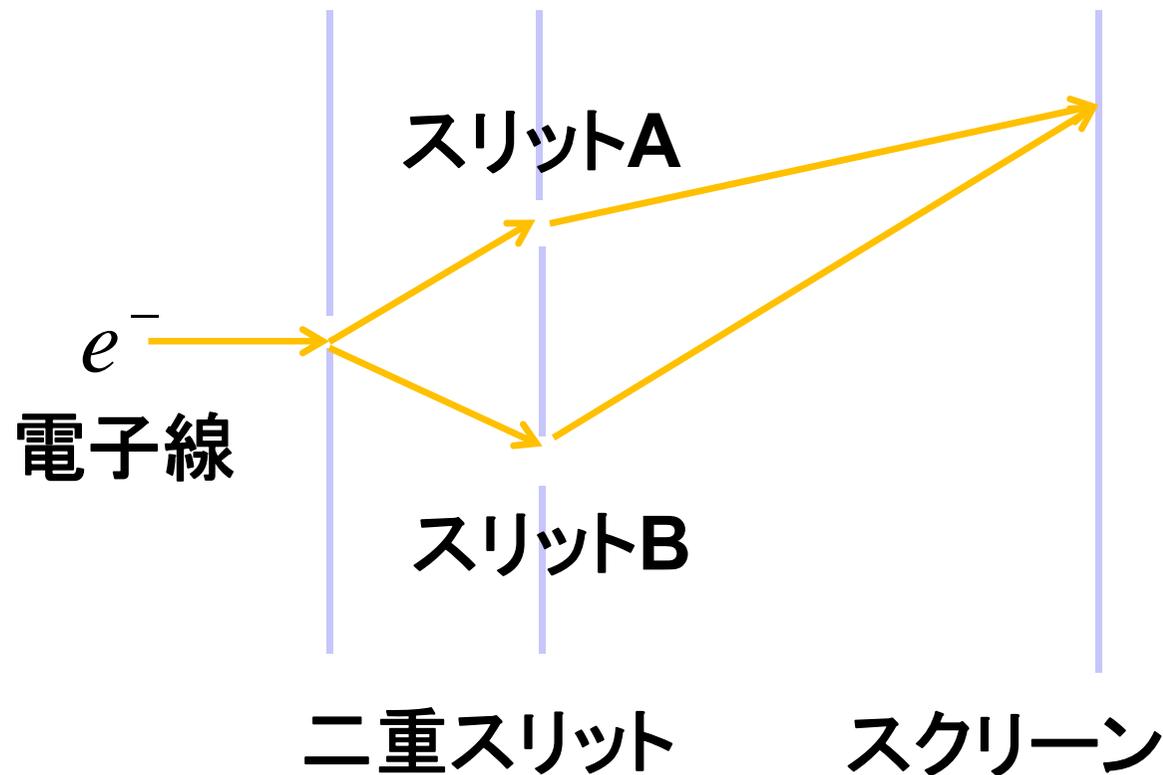
どんどん飛ばす.....



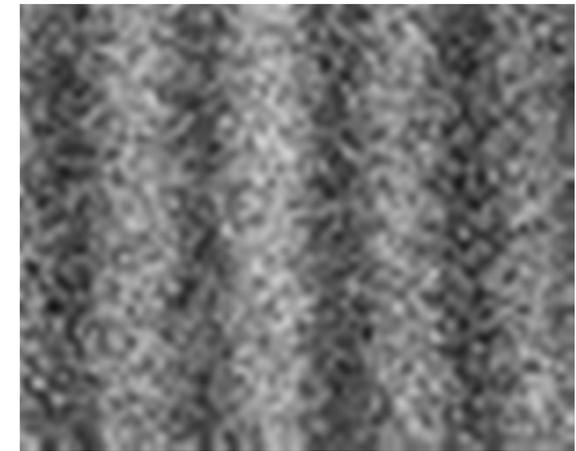
粒子性と波動性

- これを電子(粒子)に対してやってみよう！
電子の二重スリット実験

すると...



日立製作所HP[17]
外村彰さんの実験



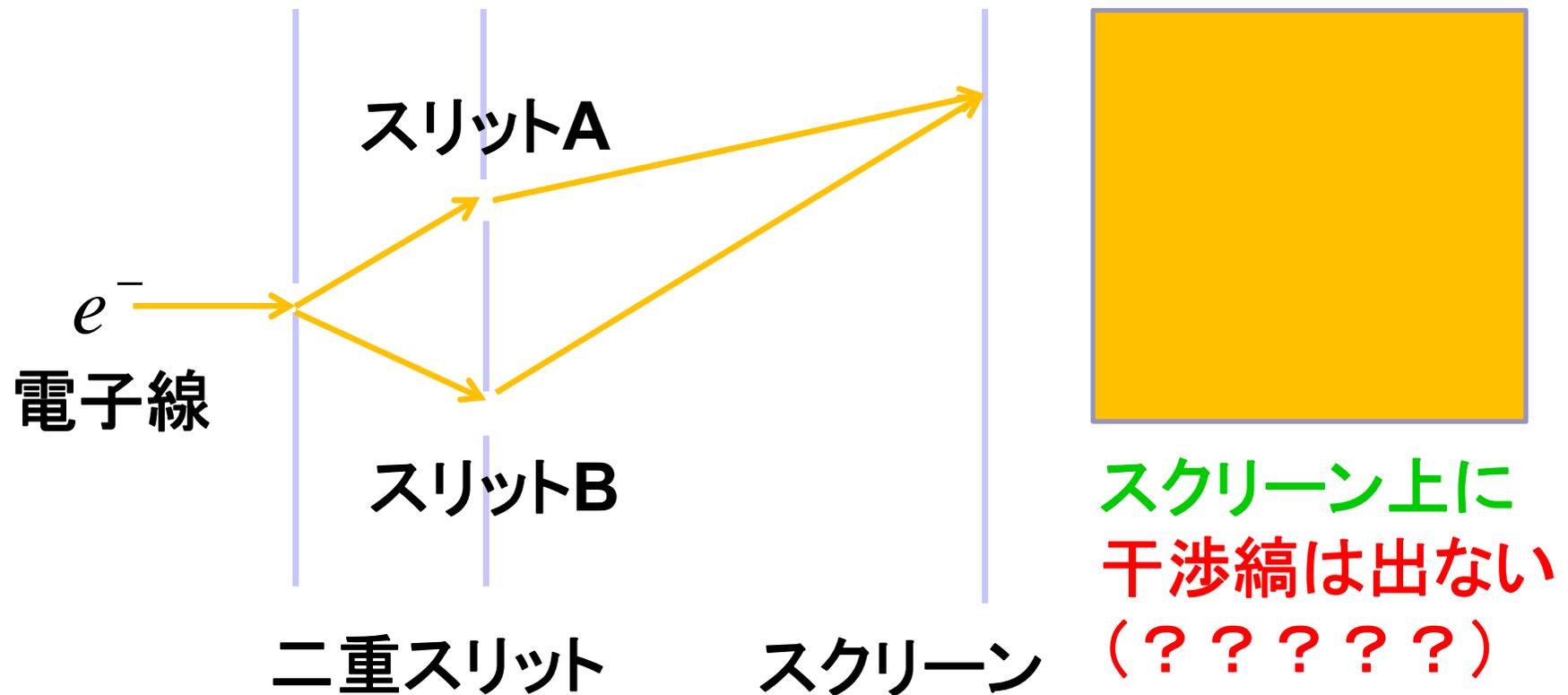
スクリーン上に
干渉縞！！！！
(波動性？！)

粒子性と波動性

- これを電子(粒子)に対してやってみよう!

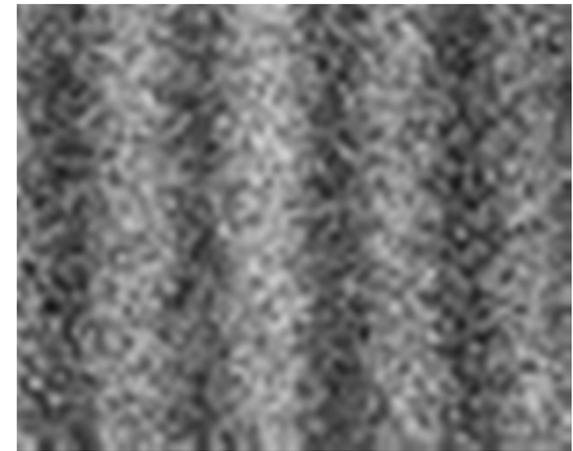
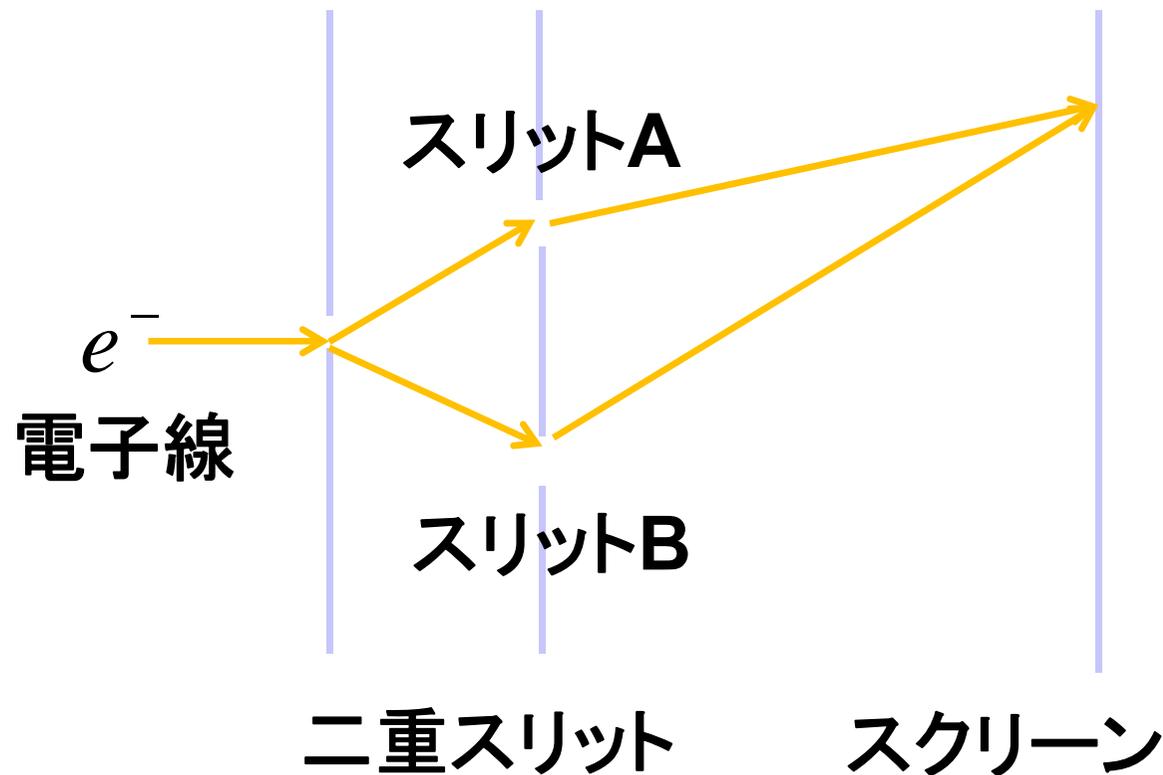
電子の二重スリット実験

どちらのスリットを通ったか(あるいは通らなかったか)を事前確認すると...



これに対する量子力学的解釈

- 干渉を起こす電子は両方のスリットを通った!

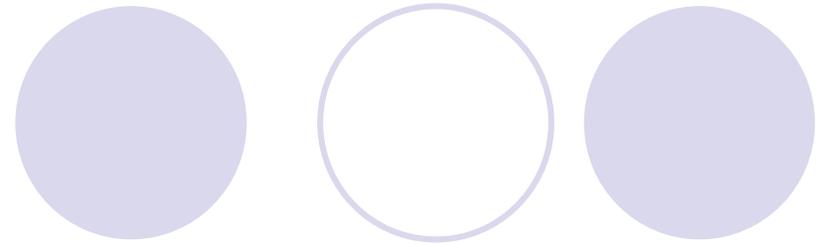


cf. 朝永振一郎
「光子の裁判」
「鏡の中の物理学」
(講談社) 収録

粒子性と波動性

- ド・ブロイ仮説(1923年)

運動量 p の粒子は波長 $\lambda = \frac{h}{p}$ の波であるとも解釈できる



- (祭) ド・ブロイ仮説を平面波の式に素朴に代入:

$$\psi(x, t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial x} \psi(x, t) = \frac{i}{\hbar} p \psi(x, t), \quad \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = \frac{-i}{\hbar} E \psi(x, t)$$

● (祭) シュレーディンガーの量子化:
古典論の関係式において

$$p \mapsto \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}, \quad E \mapsto i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

と置き換える操作のこと。これを

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$

に適用すると以下の方程式が得られる:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right] \psi(x, t)$$

シュレーディンガー方程式 (プサイψって何??)

Erwin Schrödinger
ウィキペディア[18]

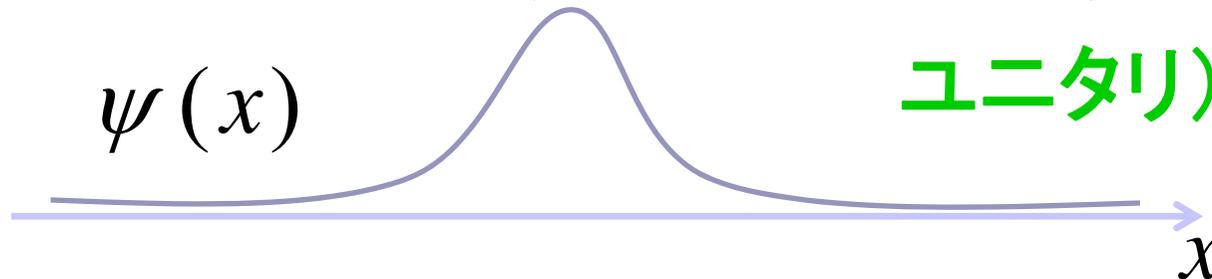


量子力学の基本原理

Max Born
ウィキペディア[19]



- ボルンの確率解釈: プサイ Ψ は粒子の存在確率分布を表す! (時間発展はユニタリ)



- プサイ Ψ の状態を観測して測定値が得られたとすると、状態 Ψ は突然、測定値に対応する固有状態ファイ φ に遷移する。(祭)

(Ψ はもともと φ の線形重ね合わせ)

→「観測問題」 cf. EPRパラドックス

アインシュタイン曰く「神がサイコロを振るはずがない」

cf. 並木美喜雄
「量子力学入門」
(岩波新書)

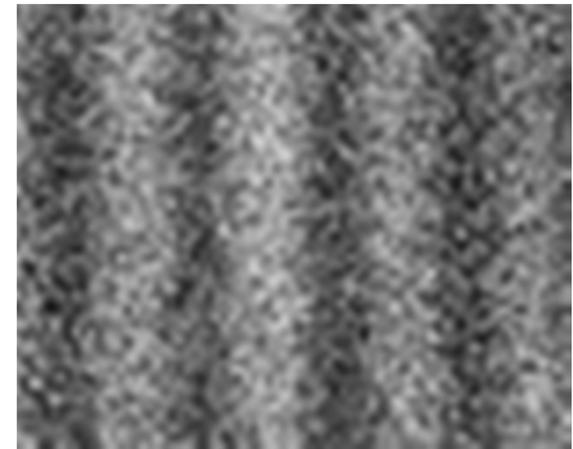
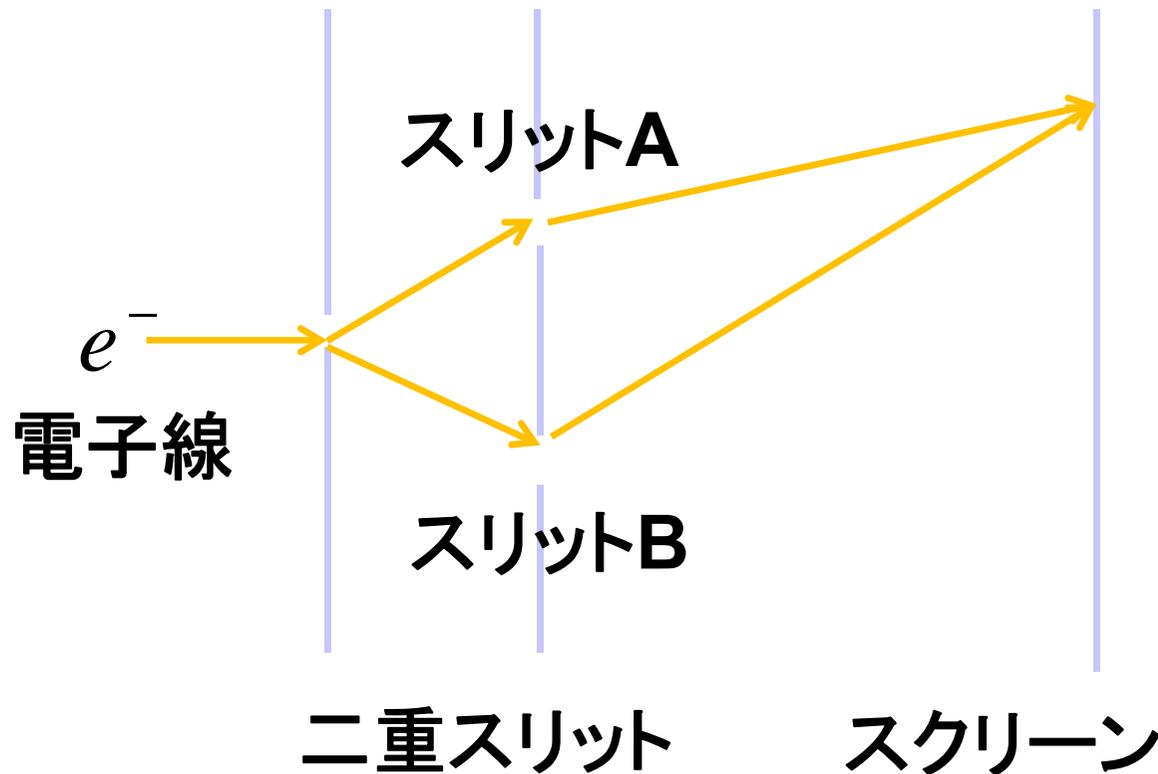
二重スリット実験に対する量子力学的解釈

- 干渉を起こす電子は両方のスリットを通った!

Aを通った状態 ↓ Bを通った状態

$$\psi = \varphi_A + \varphi_B$$

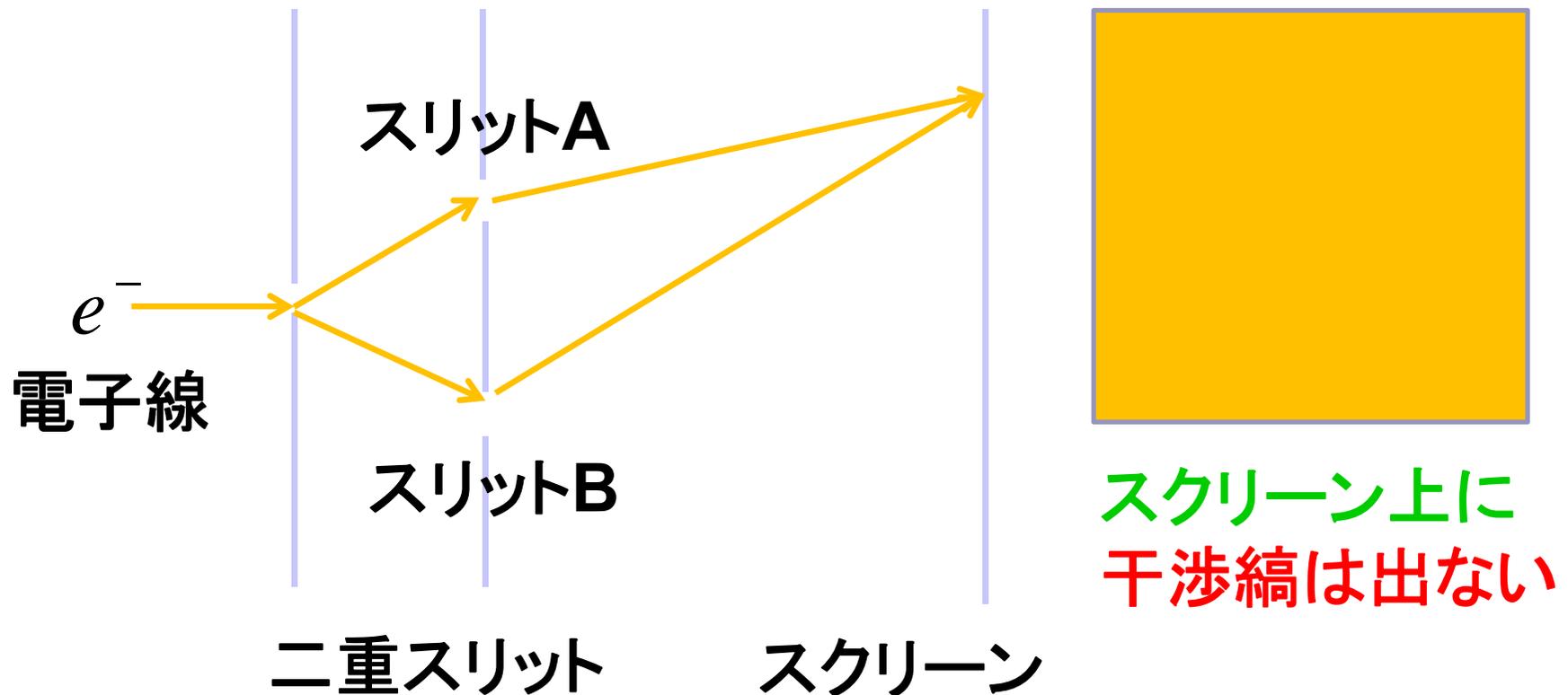
2つの状態の線形重ね合わせ(⇔干渉)



二重スリット実験に対する量子力学的解釈

- どちらのスリットを通ったか(あるいは通らなかったか)事前確認すると、

$\psi = \varphi_A \text{ or } \varphi_B$: 観測によって1つの状態に遷移
⇔ 重ね合わせなし ⇔ 干渉なし



量子力学の性質

Werner Heisenberg
ウィキペディア[20]



- ハイゼンベルグの不確定性関係:

粒子の座標 x と運動量 p の
ゆらぎの間に次の関係式が成り立つ。

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar / 2$$

(座標と運動量を同時に

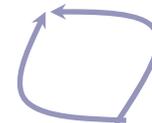
確定させることはできない！

$\Leftrightarrow \Delta x = 0, \Delta p = 0$ は不可能):

いわゆる「量子ゆらぎ」の一つ

(場の量子論でも量子ゆらぎは本質)

例: 粒子・反粒子の対生成・対消滅



まとめ

- 20世紀物理学の2大柱

特殊相対論

量子論



場の量子論(素粒子論): 3章

- 特殊相対論→時空の概念を一変させた
- 量子力学→あまりにも奇想天外クレイジー
(しかし実験事実と完璧に合う！)

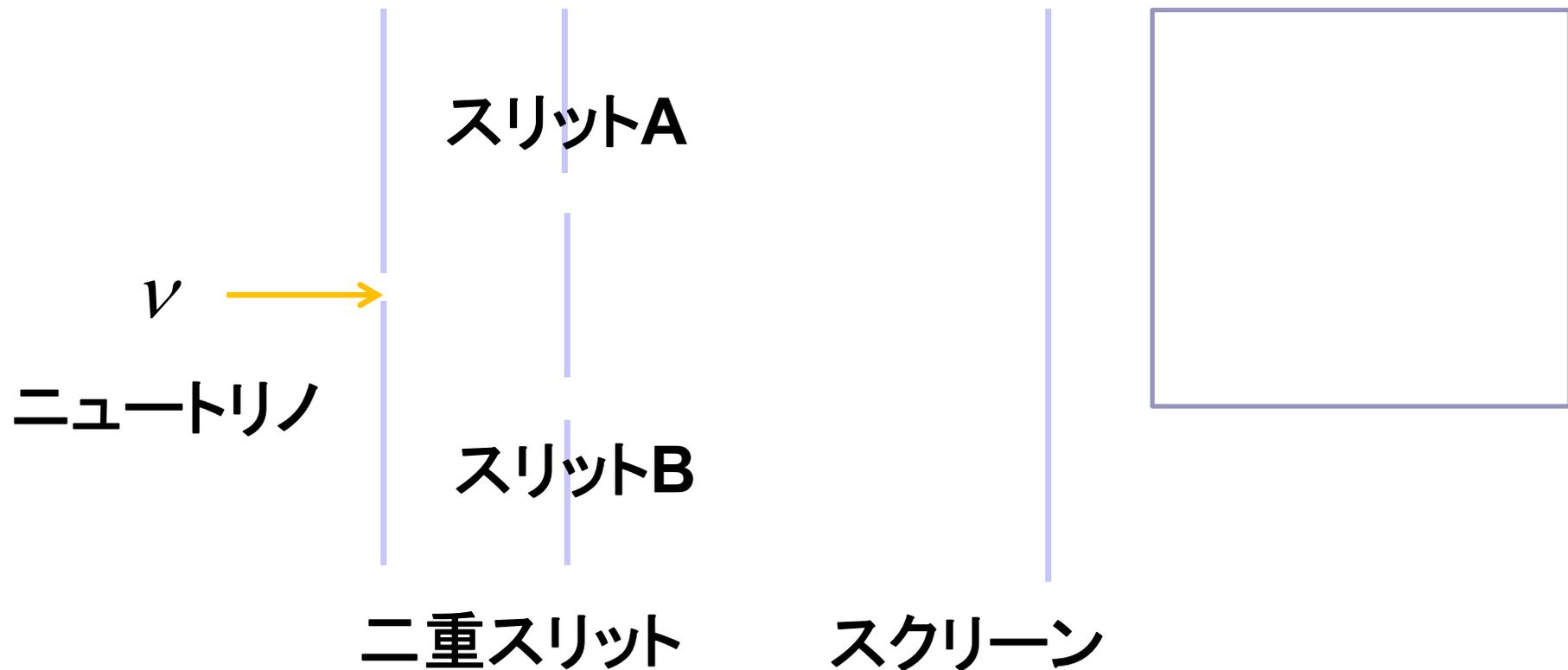
(例) 水素原子のエネルギースペクトル問題を完全に解いた。(実験と完全一致！)



by Niels Bohr [21]

☆ここで緊急^{仮想}実験開催☆

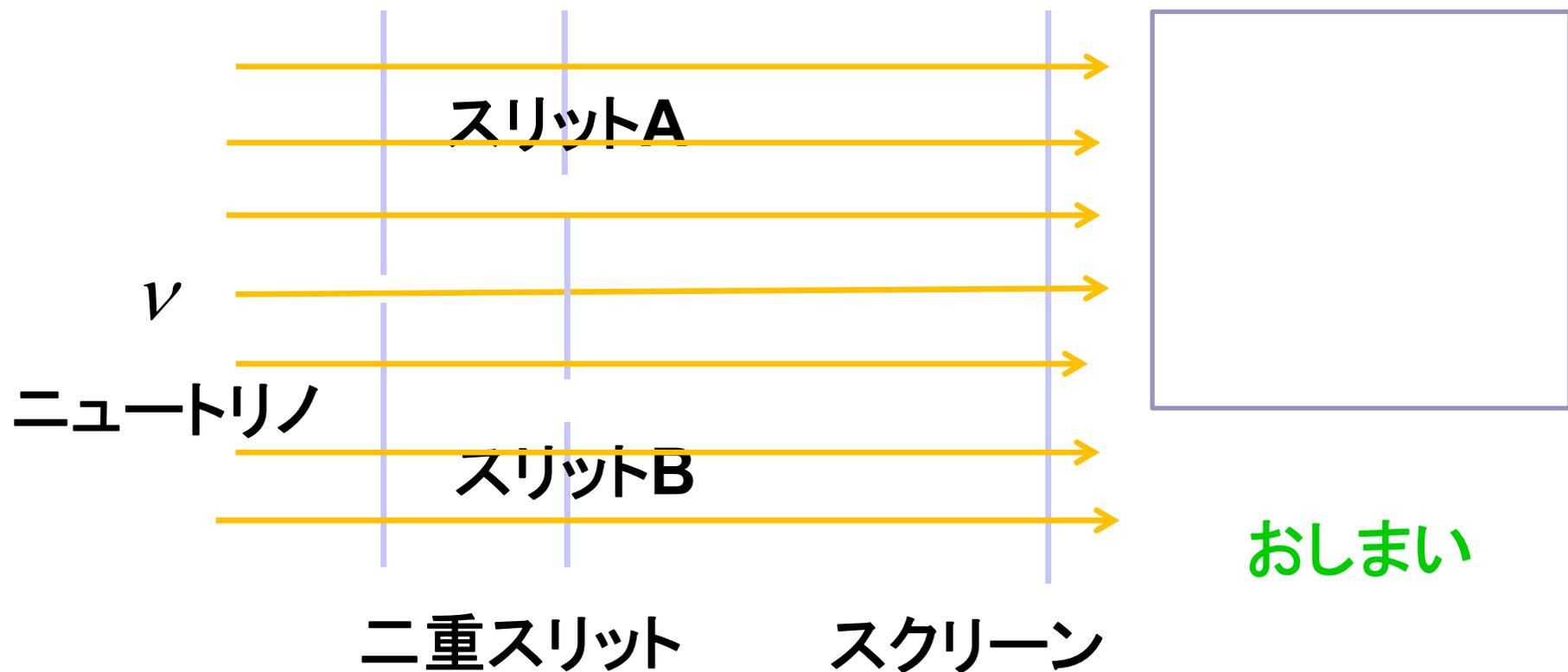
- これをニュートリノに対してやってみよう！
ニュートリノの二重スリット実験(世界初??)



☆ここで緊急^{仮想}実験開催☆

- これをニュートリノに対してやってみよう！
ニュートリノの二重スリット実験(世界初??)

(ほぼ) 素通り



☆でもさらに超緊急追加^{仮想}実験開催☆

- これを**重力波**に対してやってみよう！
重力波の二重スリット実験(世界初??)

