

2015年度数学アゴラ & 数学公開講座 講義C「素粒子論と現代数学」



名古屋大学 大学院多元数理科学研究科
浜中真志 (はまなか まさし)

この資料は2015年8月 & 10月に名古屋大学多元数理科学研究科で行われた(主に)高校生向けの以下の公開講座での浜中の講演に基づく。(加筆修正有)²

数学アゴラ <http://www.math.nagoya-u.ac.jp/ja/public/agora/agora-2015.html>

- 8/5: 物理学と数学、微分・力学法則
- 8/6: トポロジー(オイラー数、モース理論)
- 8/7: 素粒子論と現代数学

秋の数学公開講座 http://www.math.nagoya-u.ac.jp/ja/public/2015/open_lecture.html

- 10/10: 物理学と数学, 相対性理論
- 10/24: 量子力学と素粒子論
- 10/31: 弦理論と現代数学

サポートページ: <http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~hamanaka/Agora.html>

この資料の目次

1. イントロダクション(数学と物理学)
 2. 20世紀の物理学
 - 2.1 相対性理論
 - 2.2 量子力学
 - 2.3 ブラックホール物理学
 3. 素粒子論と現代数学(かなり偏った歴史紹介です)
 - 3.1 素粒子物理学(標準模型関連)
 - 3.2 弦理論と現代数学
- 巻末: 参考文献・出典一覧(スライド中の[数字]と対応)

1. イントロダクション(数学と物理学)

物理学(素粒子論含む)と数学の深い関わり

- ニュートン力学 \Leftrightarrow 微分積分
- 一般相対論 \Leftrightarrow リーマン幾何学
- ゲージ理論(素粒子の理論) \Leftrightarrow ファイバー束の幾何
- 弦理論 \Leftrightarrow 現代幾何学

(ミラー対称性、位相的弦理論、弦双対性、
インスタントン、ダイバーク・ウィッテン理論、...)

素粒子論が現代数学に与えた影響は計り知れない

(宇宙は「良い」数学を採用している?)

物理と数学の相補的発展が弦理論では顕著である

物理学(素粒子論)とは何か

- **物理学**: 自然現象を支配する法則を、構成要素間の相互作用として捉えて解明する、自然科学の最も基礎的な分野。通常**数学的枠組み**でモデル化し、実験事実と照らし合わせて**定量的な説明**を与える
- **素粒子論**: 自然界の構成要素の中で「最小の」粒子とその相互作用を研究対象とする

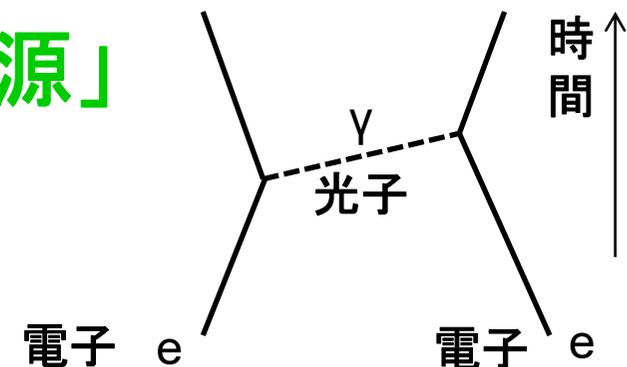
素粒子: 物質粒子(クォーク、レプトン): 構成要素

ゲージ粒子(重力子、光子、 \dots): 相互作用

ヒッグス粒子: 「質量の起源」

「粒子(particle)」=「場(field)」

素粒子の理論=場の理論



既知の素粒子一覧

物質粒子				力を伝える粒子	
	第1世代	第2世代	第3世代		
クォーク	 アップ	 チャーム	 トップ	強い力 グルーオン	
	 ダウン	 ストレンジ	 ボトム		
レプトン	 eニュートリノ	 μニュートリノ	 τニュートリノ		
	 電子	 ミューオン	 タウ	弱い力 Wボソン Zボソン	
ヒッグス場に伴う粒子				 ヒッグス粒子	

数学とは何か

- **数学**: 数量および空間に関して研究する学問。代数学・幾何学・解析学、ならびにそれらの応用を含む。[広辞苑第4版より]
- **注意1**: 物理学とは本来何の関係もない
- **注意2**: 思考を通じてのみ「見る」ことができる世界
- **素朴な疑問**: 数学の対象(数・図形など)はどこにあるのか?(そもそも存在するのか?)

ひとつの答え(立場)

- 数学の対象は「プラトンのアイデアの世界」にある。



プラトン
ウィキペディア[2]

- 数学の研究は登山によく例えられる。
- この文脈では、「プラトンのアイデアの世界」=山
- 「数覚」によって山を「見る」「登る」(by 小平邦彦)



[3]



小平邦彦
日本数学会HP[4]

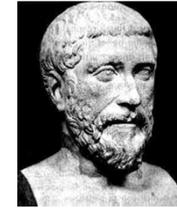
(例) ユークリッド山のピタゴラスの丘(定理)

- ピタゴラスの定理は「ユークリッド山」の見晴らしのよい「丘」の上にある

(cf. 大沢先生の講演)



[5]



ピタゴ
ラス [6]

- 良い定理の丘からの景色はとても見通しが良く、他の丘(定理)・峠・山頂・山脈などが良く見える(例:「余弦定理丘」は目前につながっている)
- ピタゴラスの定理を自分の頭で考えて証明するのは、自分の「足」でピタゴラスの丘まで一步一步踏みしめて登頂することに他ならない。(人の話を聞くより自分の足で実際に登って爽快な気分を味わいたい！)

物理学の対象はどこにあるのか？

- **物理学**：自然現象を支配する法則を、構成要素間の相互作用として捉えて解明する、自然科学の最も基礎的な分野。通常**数学的枠組み**でモデル化し、実験事実と照らし合わせて**定量的な説明**を与える
- 物理学の対象＝現実の宇宙・大自然(の一部)
- ただし一旦モデル化したあとは、その**数学的モデル**(in **アイデアの世界**)を研究対象とする



数学的モデル (アイデアの世界)

←
モデル化



現実の宇宙 [59]

数学の対象 V.S. 物理学の対象



数学山 (アイデアの世界)



物理山 (アイデアの世界)

- 研究論文 = 登山レポート・登頂記録
- 教科書・参考書 = 山登りのガイド



by マロリー(登山家) [7]

- なぜ山に登るのか? → 「そこに山があるからだ」

cf. 研究論文の例

PRL **109**, 111808 (2012)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending
14 SEPTEMBER 2012

Complete Tenth-Order QED Contribution to the Muon $g - 2$

Tatsumi Aoyama,^{1,2} Masashi Hayakawa,^{3,2} Toichiro Kinoshita,^{4,2} and Makiko Nio²¹*Kobayashi-Maskawa Institute for the Origin of Particles and the Universe (KMI), Nagoya University, Nagoya, 464-8602, Japan*²*Nishina Center, RIKEN, Wako, Japan 351-0198*³*Department of Physics, Nagoya University, Nagoya, Japan 464-8602*⁴*Laboratory for Elementary Particle Physics, Cornell University, Ithaca, New York 14853, USA*

(Received 24 May 2012; published 13 September 2012)

We report the result of our calculation of the complete tenth-order QED terms of the muon $g - 2$. Our result is $a_\mu^{(10)} = 753.29 (1.04)$ in units of $(\alpha/\pi)^5$, which is about 4.5 s.d. larger than the leading-logarithmic estimate 663(20). We also improve the precision of the eighth-order QED term of a_μ , obtaining $a_\mu^{(8)} = 130.8794 (63)$ in units of $(\alpha/\pi)^4$. The new QED contribution is $a_\mu(\text{QED}) = 116.584718951(80) \times 10^{-14}$, which does not resolve the existing discrepancy between the standard-model prediction and measurement of a_μ .

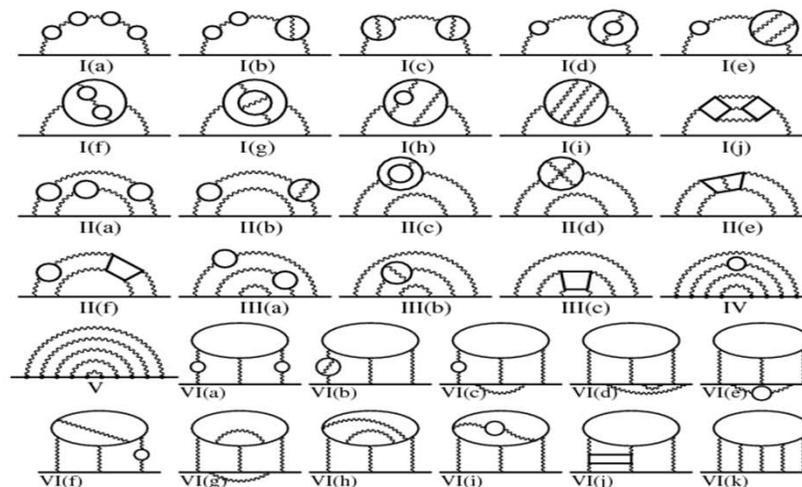
DOI: [10.1103/PhysRevLett.109.111808](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.111808)

The anomalous magnetic moment a_μ of the muon has been studied extensively both experimentally and theoretically since it provides one of the promising paths in exploring possible new physics beyond the standard model. For this purpose it is crucial to know the prediction of the standard model as precisely as possible.

On the experimental side the current world average of the measured a_μ is [1,2]:

$$a_\mu(\text{exp}) = 116\,592\,089(63) \times 10^{-11} [0.5 \text{ ppm}], \quad (1)$$

New experiments designed to improve the precision further



木下東一郎
素粒子論
グループHP[8]

数学の対象 V.S. 物理学の対象

- 数学も物理学も、どちらも**アイデア**の世界に存在する
数式や性質を実際上は研究している
- **最終目標がまったく異なる！**
- **数学**→**数学的アイデアの世界(山)**そのものの解明
その手法は厳密な論証と計算に基づく
- **物理学**→**自然法則の解明(そのモデル化=山)**
その手法は論証と計算に基づくが、
(数学的厳密性はそこまで重視されず)
最終的に実験事実が説明できればよい
(**実験的検証が不可欠！**)

数学の対象 V.S. 物理学の対象



数学山 (アイデアの世界)

相補的
発展



物理山 (アイデアの世界)

- 物理山脈は数学山脈の断片的一部分
 - 高い山・美しい山といったものがある(主観)
 - 物理山脈の風景は予想以上に素晴らしかった！
- 新しい数学の予言→数学の発展→物理の発展→

重要なコメント

- 難しい数式・概念(以後「(祭)」マークで表示)に出くわしたときの対処法

→ (美しい)山脈の絵が描いてあると思おう！

