

第 13 回 総復習

[1] 変数 y を変数 x_1, \dots, x_k で説明する線形重回帰モデルについて、誤差項を u とするとき、

(1) 最小二乗推定量にもとづいて仮説検定をする場合、必要な六つの仮定は何か？

(M1) 誤差項の平均： $E(u_i) = 0$

(M2) すべての説明変数は確率変数ではない。

(M3) 説明変数間の関係： x_{1i}, \dots, x_{ki} は定数を含まず、厳密な線形関係をもたない。

(M4) 誤差項の均一分散： $\text{Var}(u_i) = \sigma^2$

(M5) 誤差項間の独立性： $i \neq j$ について u_i と u_j は独立である。

(M6) $u \sim N(0, \sigma^2)$

(2) ガウス＝マルコフの定理とは何か？

仮定(M1)～(M5)が成り立つとき、最小二乗推定量は最良線形不偏推定量である。

(3) 多重共線性とは何か？

説明変数間の相関関係が非常に強いため、推定した回帰係数の標準誤差が大きくなり、推定の精度が悪くなること。

(4) x_1 が y に与える効果を測る場合にも、重回帰モデルを使うのはなぜか？

(各自復習しておくこと)

[2] 変数 y を変数 x で説明する単回帰モデル： $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$ ($i = 1, \dots, n$) (u_i : 誤差項, n : 標本の大きさ) において、 α と β の最小二乗推定量を $\hat{\alpha}$ と $\hat{\beta}$ とする。変数 x と y について、次のような大きさ 5 のランダム標本が得られたとする。

x	2	2	3	4	4
y	6	8	9	10	12

- a) $\hat{\alpha}$ と $\hat{\beta}$ を求めなさい。
- b) 誤差分散の推定値 $\hat{\sigma}^2$ を求めなさい。
- c) $\hat{\beta}$ の標準誤差 $se(\hat{\beta})$ を求めよ。
- d) β の 95%信頼区間を求めなさい。

[3] 製品 100 個あたりの不良品の個数 **scrap** を説明するための重回帰モデルを推定する。利用する説明変数は労働者一人当たりの訓練時間 (**hour**)，企業の売上高 (**sales**)，労働者の数 (**emp**)，企業に労働組合があれば 1，なければ 0 の値をとるダミー変数 (**union**) である。35 社のデータを利用して重回帰分析をおこない，次の結果を得た。

$$\begin{aligned} \log(\text{scrap}) = & 8.946 + 0.006 \text{ hour} - 0.670 \log(\text{sales}) + 0.222 \log(\text{emp}) + 0.976 \text{ union} \\ & (4.634) \quad (0.009) \quad (0.359) \quad (0.336) \quad (0.513) \\ n = & 35, \quad R^2 = 0.168, \quad \text{RSS} = 52, \quad \hat{\sigma}^2 = 1.75 \end{aligned}$$

推定係数の下の括弧内は標準誤差， R^2 は決定係数，RSS は残差平方和， $\hat{\sigma}^2$ は誤差の分散の推定値を表す。

また，上の回帰式で，説明変数 $\log(\text{emp})$ と **union** を除いて次のような推定結果を得た。

$$\begin{aligned} \log(\text{scrap}) = & 4.212 + 0.003 \text{ hour} - 0.284 \log(\text{sales}) \\ & (3.458) \quad (0.009) \quad (0.223) \\ n = & 35, \quad R^2 = 0.052, \quad \text{RSS} = 57 \end{aligned}$$

これらの結果を利用して，次の仮説を有意水準 5% で検定しなさい。

- ① $\log(\text{sales})$ の係数は 0 である (両側検定を使うこと)。
- ② $\log(\text{emp})$ と **union** の係数は同時に 0 である。

<p.2 の[3]>

Jeffrey Wooldridge

Introductory Econometrics: A Modern Approach (3rd ed.)

South-Western, Division of Thomson Learning の

p.143 の EXAMPLE 4.7 の例を一部変更して利用