

1.6 宇宙の大局的ふるまい

ポテンシャル問題としてのフリードマン方程式 ($w = \text{一定}$)

$$\frac{\dot{a}}{H_0^2} + V(a) = \Omega_{K0}; \quad V(a) = -\frac{\Omega_{m0}}{a} - \Omega_{d0}a^{-(1+3w)} \quad (1.20)$$

膨張の減速と加速を決定するパラメータ ($w < -1/3$)

$$a_s = \left[\frac{-(1+3w)\Omega_{d0}}{\Omega_{m0}} \right]^{1/(3w)}, \quad V_s = -\frac{3w}{1+3w} \frac{\Omega_{m0}}{a_s} \quad (1.21)$$

ビッグリップ時 ($w < -1$)

$$t_{\text{rip}} \simeq t_0 + \frac{2}{3H_0 \sqrt{\Omega_{d0}} |1+w|} \quad (1.22)$$

1.7 赤方偏移と宇宙論的距離

赤方偏移

$$1+z = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{a_0}{a} \quad (1.23)$$

時間依存するハッブルパラメータ

$$H(z) = \frac{\dot{a}}{a} = H_0 E(z) \quad (1.24)$$

$$E(z) = \sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{d0} \exp\left(3 \int_0^z \frac{1+w}{1+z} dz\right) + \Omega_{K0}(1+z)^2} \quad (1.25)$$

共動距離

$$\chi(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz}{E(z)} \quad (1.26)$$

座標距離

$$r(z) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{K}} \sin(\sqrt{K}\chi(z)) & K > 0 \\ \chi(z) & K = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{-K}} \sinh(\sqrt{-K}\chi(z)) & K < 0 \end{cases} \quad (1.27)$$

光度距離

$$d_L(z) = (1+z)r(z) \quad (1.28)$$

距離指標

$$m - M = 5 \log \left(\frac{d_L}{10 \text{ pc}} \right) = 5 \log \left[\frac{d_L(z)}{c/H_0} \right] - 5 \log h + 42.3841 \quad (1.29)$$

1.8 宇宙論パラメータの古典的決定法

m - z 関係

$$m(z) = M + 5 \log \left[\frac{d_L(z)}{c/H_0} \right] - 5 \log h + 42.3841 + [\text{補正項}] \quad (1.30)$$

$$\frac{d_L(z)}{c/H_0} = \frac{1+z}{\sqrt{\Omega_{K0}}} \sinh \left[\sqrt{\Omega_{K0}} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right] \quad (1.31)$$

$$[\text{補正項}] = [K \text{ 補正}] + [\text{進化効果補正}] + [\text{星間吸収補正}] \quad (1.32)$$

N - z 関係

$$N(z) = 4\pi n_0 \left(\frac{c}{H_0} \right)^3 \frac{1}{\Omega_{K0}} \int_0^z \sinh^2 \left[\sqrt{\Omega_{K0}} \int_0^{z'} \frac{dz''}{E(z'')} \right] \frac{dz'}{E(z')} + [\text{補正項}] \quad (1.33)$$

N - m 関係

$$N(m) = \int_0^\infty dz \frac{dN(z)}{dz} \int_{-\infty}^{M(m,z)} \phi(M, z) dM + [\text{補正項}] \quad (1.34)$$