解答 1.

(1) 5点

運動方程式は

$$m\frac{d^2 s_n}{dt^2} = -f\left(s_n - s_{n-1}\right) + f\left(s_{n+1} - s_n\right) = f\left(s_{n+1} - 2s_n + s_{n-1}\right)$$

$s_n\left(t\right) = u\left(q\right)\exp\left[i\left(qna - \omega t\right)\right]$ とおいて

$$-m\omega^2 = -4f\sin^2\left(\frac{qa}{2}\right)$$

$$\omega = 2\sqrt{\frac{f}{m}}\left|\sin\left(\frac{qa}{2}\right)\right|$$

(2) 5点

周期的境界条件 $s_{n+N} = s_n$ から

$$qNa = 2\pi i$$

ここに i は整数。従って

$$q_i = \frac{2\pi}{Na}i$$

また、

$$q_{i+N}na = q_i na + 2\pi n$$

から、

$$\exp\left[i\left(q_{i+N}na - \omega t\right)\right] = \exp\left[i\left(q_i na - \omega t\right)\right]$$

となり、i は $-N/2 \sim N/2$ のみを考えればよい。

(3) 6点

Δq における状態数は $\Delta i = Na\Delta q/2\pi$

$$Z\left(\omega\right)\Delta\omega = Na\frac{\Delta q}{2\pi} = \frac{Na}{2\pi}\frac{\Delta\omega}{\frac{d\omega}{dq}}$$

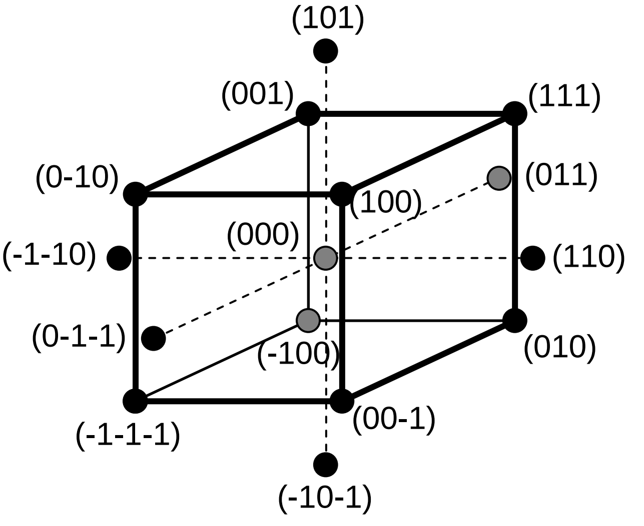
から

$\pm q$ で、同じ ω を与えるので2倍

$$Z\left(\omega\right) = \frac{Na}{2\pi}\frac{1}{\frac{d\omega}{dq}} = \frac{Na}{2\pi}\frac{2}{\sqrt{\frac{f}{m}}a\cos\left(\frac{qa}{2}\right)} = \frac{N}{\pi}\sqrt{\frac{m}{f}}\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{m}{4f}\omega^2}}$$

解答　2.

(1) 6点（各1点）



① $(h_1, h_2, h_3) = (0, 0, 0)$

② $(h_1, h_2, h_3) = (1, 1, 0)$

③ $(h_1, h_2, h_3) = (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, -1), (1,1,1)$

④ $(h_1, h_2, h_3) = (-1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1), (-1, -1, -1)$

⑤ $(h_1, h_2, h_3) = (0, 1, 1), (1, 0, 1), (0, -1, -1), (-1, 0, -1)$

⑥ $(h_1, h_2, h_3) = (-1, -1, 0)$

(2) 5点

最低のエネルギーは $(h_1, h_2, h_3)=(0, 0, 0)$ のときで

$$E(\vec{k}) = \left(\frac{a}{2\pi}\right)^2 k^2 \quad \text{より} \quad k = \frac{2\pi}{a}\sqrt{E}$$

L 点のエネルギーは 3/4 であるから、Γ-L = $k = \frac{2\pi}{a}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi}{a}$

W 点のエネルギーは 5/4 であるから、Γ-W = $k = \frac{2\pi}{a}\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}\pi}{a}$

(3) 5点

fcc構造の慣用単位胞には4個の結晶格子がある。基本単位胞は1個の結晶格子を含み、体積は $a^3/4$ である。

$$2 \cdot \frac{V_C}{(2\pi)^3} \cdot \frac{4\pi}{3} k_F^3 = z$$

に $Vc = a^3/4$ を入れて、 $k_F = \frac{(12\pi^2 z)^{1/3}}{a}$

k_x の範囲は 0 ～ $k_F = \frac{(12\pi^2)^{1/3}}{a}$

解答　3.

(1)　4点（各2点）

$$n_{ie} = \sqrt{N_C N_V}\,\exp\left(-\left(E_C - E_V\right)/2k_B T\right)$$

$$\mu = \mu_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{k_B T}{2}\ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right)$$

(2)　2点

$$\mu = E_C + k_B T\ln\left(\frac{N_D}{N_C}\right)$$

(3)　2点

$$N_D = N_C$$

(4)　2点

$$N_D = \quad N_C = 2\left(\frac{m_e^* k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} = 4.8 \times 10^{24}\ \mathrm{m}^{-3}$$

(5)　4点（各2点）

$n = N_D = 4.8 \times 10^{24}$ m^{-3}

$p = n_{ie}{}^2\ /\ n = 4.4 \times 10^{7}$ m^{-3}

(6)　4点

ドナー濃度が大きいときは、フェルミ準位が E_C よりも大きいので金属的に振る舞い、電気抵抗は小さく、温度にほとんど依らない。

ドナー濃度が小さいとき、低温で絶縁体のように振る舞い、電気抵抗は大きく、温度に強く依存する。