固体電子工学　期末試験（2006.7.31）解答

1.

(1)　fcc 構造の慣用単位胞には 4 個の結晶格子がある。基本単位胞は 1 個の結晶格子を含み、体積は $a^3/4$ である。

(2)　$2\cdot\dfrac{V_C}{(2\pi)^3}\cdot\dfrac{4\pi}{3}k_F^3=z$ に $Vc=a^3/4$ を入れて、

$$k_F=\frac{\left(12\pi^2 z\right)^{1/3}}{a}、\quad \mu=\frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}=\frac{\hbar^2\left(12\pi^2 z\right)^{2/3}}{2ma^2}$$

(3)　第 1 ブリルアンゾーンに接する k 空間の球の半径は Γ-L で与えられ、$\sqrt{2}\pi/a\cong 4.44/a$ で与えられる。（第 8 回演習問題 1）この半径は $\left(12\pi^2\right)^{1/3}/a\cong 4.91/a$ よりも小さく、価電子数が 1 よりも大きいとき、フェルミ球は第 1 ブリルアンゾーンの境界にタッチする。

2.

(1)　$N_C=2\left(\dfrac{m_e^* k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$，$N_V=2\left(\dfrac{m_h^* k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$

(2)　$np=N_c N_v \exp\left(-E_g/k_B T\right)=n_{ie}^2$ より、$n_{ie}=\sqrt{N_C N_V}\exp\left(-E_g/2k_B T\right)$

$n=p$ より、$N_C\exp\left(-\dfrac{E_C-\mu}{k_B T}\right)=N_V\exp\left(\dfrac{E_V-\mu}{k_B T}\right)$

従って、$\mu=\mu_i=\dfrac{E_C+E_V}{2}+\dfrac{k_B T}{2}\ln\left(\dfrac{N_V}{N_C}\right)$

(3)

	Ge	Si	GaAs
N_C (m^{-3})	$2.6\text{x}10^{24}$	$4.8\text{x}10^{24}$	$4.7\text{x}10^{23}$
N_V (m^{-3})	$4.1\text{x}10^{24}$	$8.9\text{x}10^{24}$	$8.9\text{x}10^{24}$
n_{ie} (m^{-3})	$7.7\text{x}10^{18}$	$3.7\text{x}10^{15}$	$2.0\text{x}10^{12}$

3.

(1) $E = hc/\lambda$

(2) 光を吸収するのは、価電子帯の電子が光のエネルギーをもらって伝導帯に励起される場合で、光のエネルギーはバンドギャップ・エネルギーよりも大きくなければならない。

Si のバンドギャップ・エネルギーは 1.1eV であるから、$\lambda < hc/E_g = 1130$ nm となる。

(3) 光の強度は$I(x) = e^{-\alpha x} I(0)$で与えられる。$I(x) = I(0)/2$ となる x は $e^{-\alpha x} = 1/2$

から求められ、$x = \ln 2/\alpha$ で与えられる。青色の場合、a ~ 2x10^4 cm^{-1} で x ~ 0.3 μm となる。赤色の場合には、a ~ 3x10^3 cm^{-1} で x ~ 2 μm となる。

4.

(1) 運動方程式の各成分を書き下すと、

$$\frac{dp_x}{dt} = -qBv_y \cos\theta$$

$$\frac{dp_y}{dt} = -qB\left(v_z \sin\theta - v_x \cos\theta\right)$$

$$\frac{dp_z}{dt} = qBv_y \sin\theta$$

$\vec{p} \propto e^{i\omega_c t}$ により、

$$\begin{pmatrix} i\omega_c & \frac{qB}{m_t}\cos\theta & 0 \\ -\frac{qB}{m_t}\cos\theta & i\omega_c & \frac{qB}{m_l}\sin\theta \\ 0 & -\frac{qB}{m_l}\sin\theta & i\omega_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = 0$$

この方程式が解を持つ条件は行列式が 0 の場合で

$$\begin{vmatrix} i\omega_c & \frac{qB}{m_t}\cos\theta & 0 \\ -\frac{qB}{m_t}\cos\theta & i\omega_c & \frac{qB}{m_l}\sin\theta \\ 0 & -\frac{qB}{m_l}\sin\theta & i\omega_c \end{vmatrix} = -i\omega_c \left\{ \omega_c^2 - \left(\frac{q^2B^2}{m_t m_l}\sin^2\theta + \frac{q^2B^2}{m_t^2}\cos^2\theta \right) \right\} = 0$$

従って、$\omega_c = qB\sqrt{\dfrac{\sin^2\theta}{m_t m_l} + \dfrac{\cos^2\theta}{m_t^2}}$

$\omega_c = qB/m^*$ で定義されるサイクロトロン質量は、$m^* = 1\Bigg/\sqrt{\dfrac{\sin^2\theta}{m_t m_l} + \dfrac{\cos^2\theta}{m_t^2}}$

⑵ カーブ A において、[001]は$\theta = 0$ に対応し、$m^* = m_t = 0.19\ m$ である。$\left[1\bar{1}0\right]$は$\theta = \pi/2$ に対応し、$m^* = \sqrt{m_t m_l} = 0.43m$ であるから、$m_l = 0.97\ m$ となる。

⑶ 軌道は下の図のようになり、図 4 (a)の角度$\theta = \pi/4$ に対応する。このとき、

$$m^* = 1\Bigg/\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{m_t m_l} + \frac{1}{m_t^2}\right)} \cong 0.245m$$