

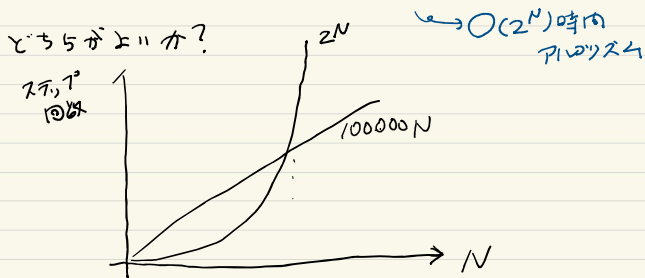
アルゴリズムの計算量の評価 (効率性の評価)

よいアルゴリズムとは、

入力の"サイズ" N に対し $\xrightarrow{\text{時間}} O(N)$ アルゴリズム

100000 N ステップのアルゴリズム
v.s.

2^N ステップのアルゴリズム

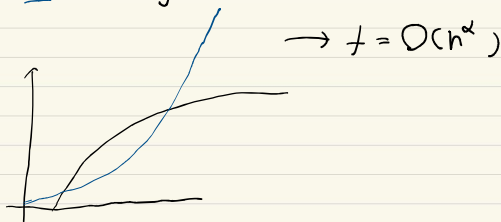


入力サイズ N が大きくなるにつれて
よりよいでセクする。

一般に $f(n) = \underbrace{an^k + \dots}_0$ k 次多項式

$\rightarrow f = O(n^k)$

$f = \underline{n^k} + C \log n \ (C > 0)$



入力の"サイズ" N に対し 高々 $f(N)$ 回の"ステップ"を終了するアルゴリズムを

$O(f(N))$ 時間アルゴリズム

$\uparrow$
アルゴリズム
計算速度を表す関数

1 $\log n$ n n^2 n^3 $\dots$ 2^n
 $\leftarrow$ 速い順

オーダー記法

f, g : 自然数の集合 $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

上の非負値の関数

Def $f = O(g)$ オー

$\Leftrightarrow$ ある自然数 $n_0 \in \mathbb{N}$ と正定数 C があって
404

すべての $n > n_0$ に対して

$f(n) \leq Cg(n)$ となる

例 $f(n) = 5 \rightarrow f = O(1)$

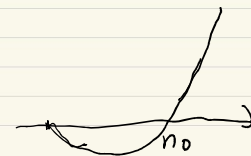
$f(n) = 3n^2 + n + 1 \rightarrow f = O(n^2)$

$\because g(n) = 4n^2 \ (C = 4)$

$g(n) - f(n) = n^2 - n - 1 \geq 0$

ある n_0 以上

$g(n) \geq f(n)$
" $4n^2$ "



入力の"サイズ"をオーダー記法で表す

$\uparrow$
"計算機"に入力するデータの
"長さ"

例

グラフ $G = (V, E)$ の"サイズ"は?

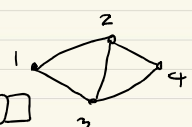
リスト表現

$[1] \rightarrow [2] \rightarrow [3]$

$[2] \rightarrow [1] \rightarrow [3] \rightarrow [4]$

$[3] \rightarrow [1] \rightarrow [2] \rightarrow [4]$

$[4] \rightarrow [2] \rightarrow [3]$



d_v
頂点 v の次数
= v に隣接する
頂の個数

$|V| + \sum_{v \in V} d_v$

$= |V| + 2|E|$

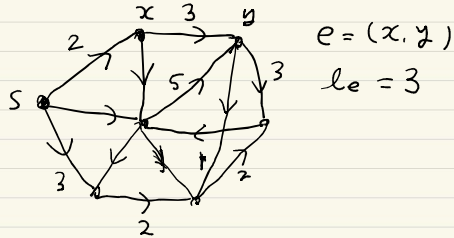
$= O(|V| + |E|)$

最短路問題

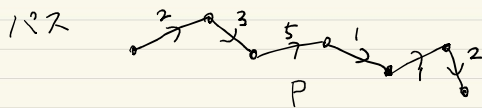
λ カ: 有向グラフ $G=(V, E)$

始点 $s \in V$

(整数値) 長さ $l_e \geq 0$ ($e \in E$)



(有向) パス P の長さ $l(P) = \sum_{e \in P} l_e$



$$l(P) = 2 + 3 + 5 + 1 + 2$$

Problem

s から各点 $u \in V \setminus \{s\}$ へ

最短距離 $d(u)$ と

最短パス P_u

をもとめる。

↑
5通り s から u
へのパスのうち
長さが最小

λ カサイズ?

l_e を表すように $\log_2 l_e$ をとる

$\sum_{e \in E} \log_2 l_e$ をとる

$\leadsto O(|V| + |E| \log_2 L)$

$L := \max_{e \in E} l_e$