

公共財(2)

公共経済 第7回

講義内容

1. 公共財の最適供給 (pp.114–116)
2. リンダール・メカニズム (pp.119–123)
3. クラーク・グロブス・メカニズム (pp.123–126)
4. まとめ

第7回で理解してほしいこと

■ 第7回のキーワード

1. 公共財の最適供給 ⇨ サミュエルソン・ルール
2. リンダール・メカニズム ⇨ 擬似的市場メカニズム
3. クラーク・グローブス・メカニズム ⇨ 耐戦略性



I. 公共財の最適供給

1.1 公共財の定義

- 公共財
 - **非排除性**：対価を支払わなくてもその便益から排除されないこと
 - **非競合性**：自分の消費と他人の消費が競合しないこと
 - **純粹公共財**：非排除性と非競合性を満たす財

1.2 公共財の最適供給

■ 数理モデル

- 2個人モデル ($i = 1, 2$)
- 私的財：個人の消費量 x_i , 総消費量 $X \Rightarrow x_1 + x_2 = X$ (7.1), (7.4)
- 公共財：個人の消費量 G_i , 総消費量 $G \Rightarrow G_1 = G_2 = G$ (7.2)
- 個人の効用関数： $U_i = x_i + v_i(G)$ (7.3)
- 資源制約式：経済全体の生産資源 Y , 限界変形率 $= 1 \Rightarrow X + G = Y$

1.2 公共財の最適供給

■ 最適供給問題

- ベンサム型社会厚生関数： $W = U_1 + U_2$
- 社会的最適問題：

$$\max_{x_1, x_2, G} W$$

$$s.t. X = x_1 + x_2, X + G = Y$$

1.2 公共財の最適供給

■ 最適供給問題（続き）

1. (7.3), (7.4)より $W = U_1 + U_2 = X + v_1(G) + v_2(G)$
2. 資源制約式より $W = Y - G + v_1(G) + v_2(G)$
3. 社会的最適問題を書き換えて, $\max_G W = \max_G [Y - G + v_1(G) + v_2(G)]$
4. 最適化条件：

$$\frac{dW}{dG} = v'_1(G) + v'_2(G) - 1 = 0 \Leftrightarrow v'_1(G) + v'_2(G) = 1$$

1.2 公共財の最適供給

■ 最適供給問題（続き）

5. 最適化条件の意味：

$$\underbrace{v'_1(G) + v'_2(G)}_{\text{個人の限界便益の和}} = \underbrace{1}_{\text{公共財供給の限界費用}}$$

サミュエルソン・ルール

1.2 公共財の最適供給

■ 効率的供給問題

- パレート効率：誰の効用も下げることなく他の誰かの効用を上げることができない状態
- パレート問題：

$$\begin{aligned} & \max_{x_1, x_2, G} x_1 + v_1(G) \\ \text{s.t. } & \bar{U}_2 = x_2 + v_2(G), X = x_1 + x_2, X + G = Y \end{aligned}$$

1.2 公共財の最適供給

■ 効率的供給問題（続き）

1. パレート問題を書き換えて,

$$\max_G [Y - G - \bar{U}_2 + v_1(G) + v_2(G)]$$

2. 最適化条件： $v'_1(G) + v'_2(G) = 1 \Rightarrow$ 社会的最適問題と同一条件

3. パレート効率的な状態は複数あり, 必ずしも社会的最適解と同一均衡ではない

2. リンダール・メカニズム

2.1 リンダール・プロセス

- 公共財供給の手順（リンダール・プロセス）
 1. 各個人の**公共財供給の費用を提示**する
 2. 各個人はそれぞれが**希望する公共財の量を申告**する
 3. 希望する公共財の量が**全員同じであればその量を供給**する
 4. そうでない場合, 多くの量を希望する個人の負担を増やし, 少ない量を希望する個人の負担を減らす
 5. 全員の希望量が一致するまでこれを繰り返す

2.2 リンダー均衡

■ 数理モデル

- 2個人モデル ($i = 1, 2$)
- 私的財：個人の消費量 x_i
- 公共財：個人の消費量 G_i
- 個人の効用関数： $U_i = x_i + v_i(G_i)$ (7.3)
- 個人の予算制約式：費用負担率 t_i ($0 < t_i < 1, t_1 + t_2 = 1$) $\Rightarrow x_i + t_i G_i = I_i$ (7.10)
- 資源制約に関する仮定： $I_1 + I_2 = Y$

2.2 リンダール均衡

- 個人の希望する公共財供給量
- 効用最大化問題：

$$\begin{aligned} & \max_{x_i, G_i} U_i \\ \text{s.t. } & x_i + t_i G_i = I_i \end{aligned}$$

- 最適化条件：

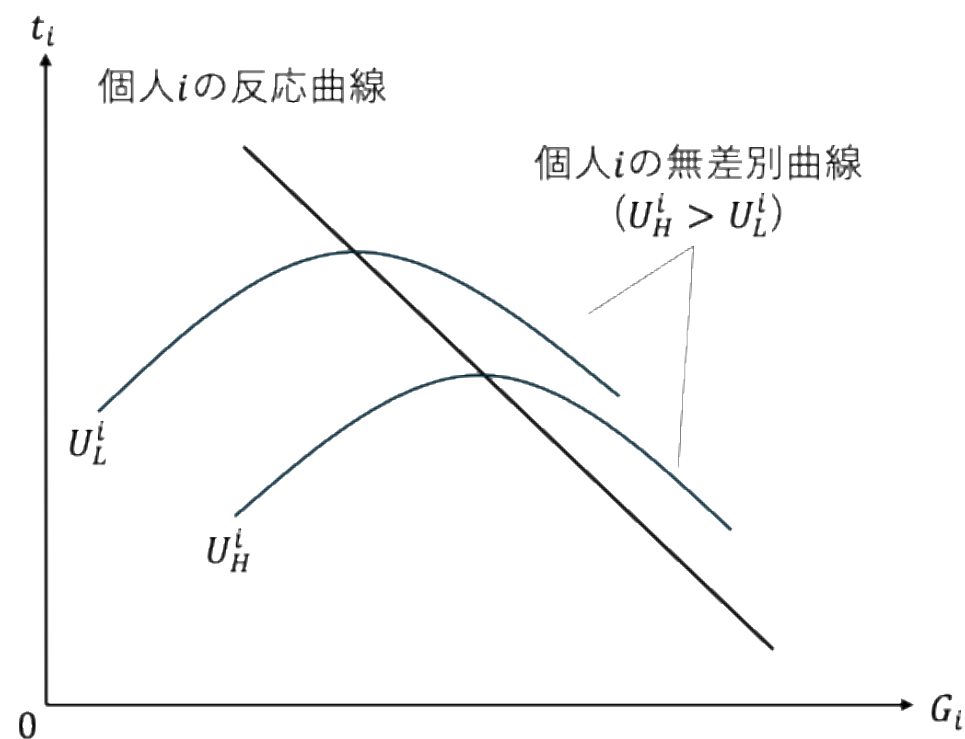
$$v'_i(G_i) = t_i \tag{7.11}$$

2.2 リンダール均衡

■ 図表7.4：反応曲線（需要曲線）

$$t_i = v'_i(G_i)$$
$$\frac{dt_i}{dG_i} = v''_i(G_i) < 0$$

⇒ 右下りの曲線



2.2 リンダール均衡

■ リンダール均衡の条件

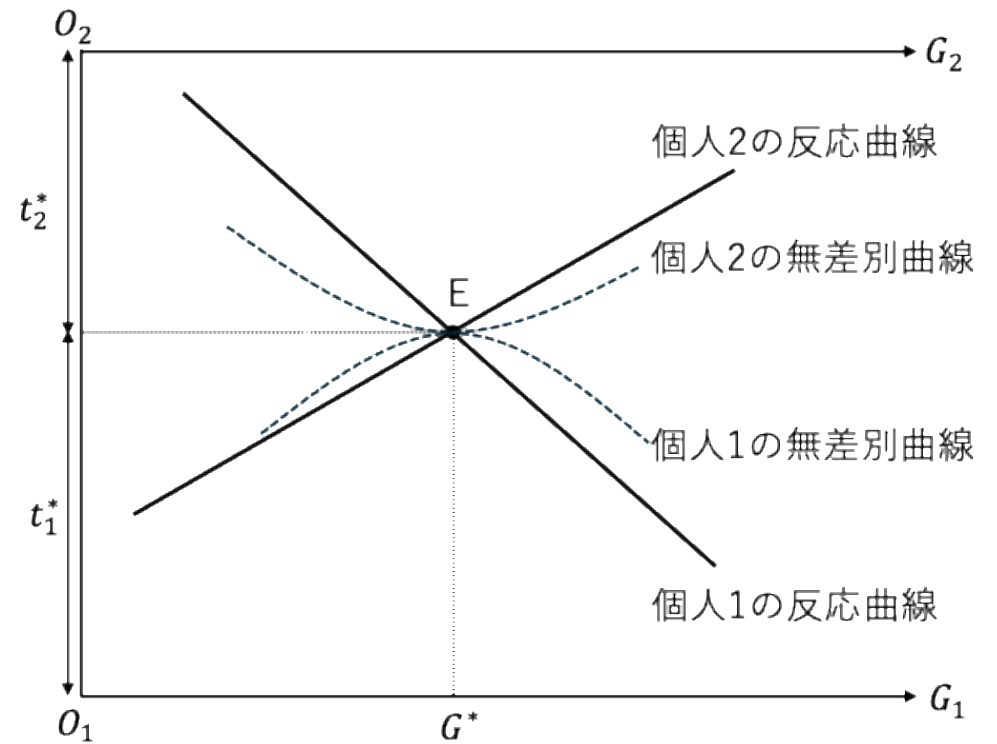
- 希望する公共財の量が同じ : $G_1 = G_2 = G$
- 費用負担 : $t_1 + t_2 = 1$
- 最適化条件 : (7.10), (7.11)式を満たす

➤ リンダール均衡 : $v'_1(G) + v'_2(G) = 1 \Rightarrow$ サミュエルソン・ルール

2.2 リンダール均衡

■ 図表7.5：リンダール均衡

- $G_1^* = G_2^* = G^*$
- $t_1^* + t_2^* = 1$
- $v_i'(G^*) = t_i^*$
- $x_i^* + t_i^* G_i^* = I_i$
- $I_1 + I_2 = Y$



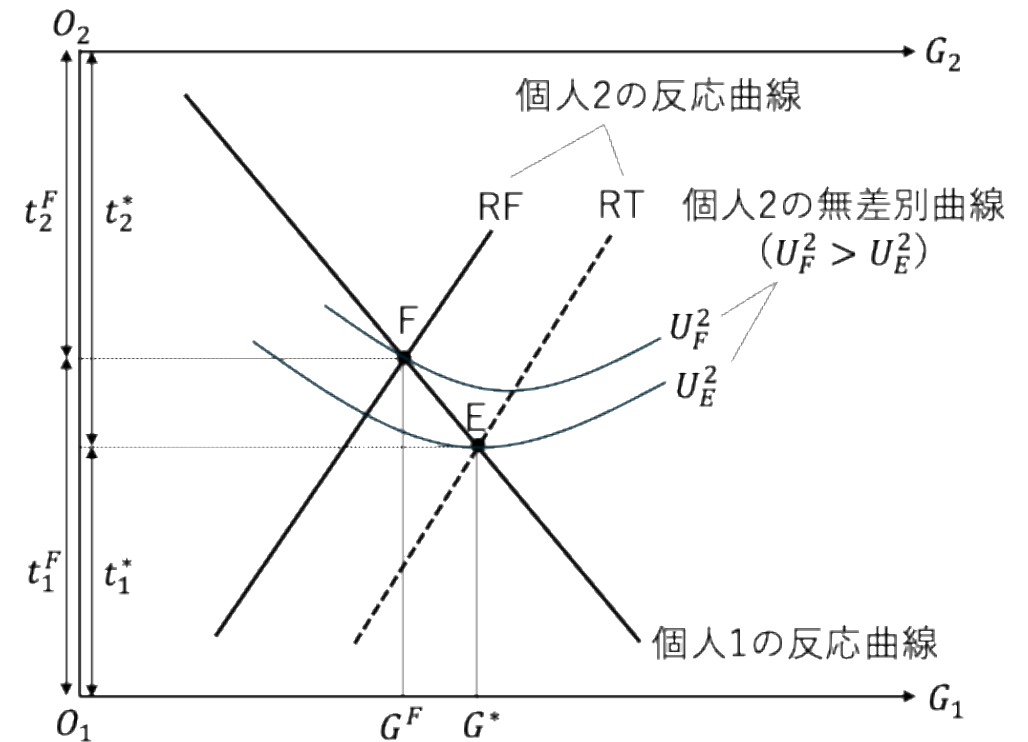
2.3 リンダール・メカニズムの限界

- リンダール・メカニズムの限界
 - 実行可能性の問題：運用には膨大なコストが必要になるかも
 - 公共財の申告で嘘をつくインセンティブがある（**戦略的操作可能**）
 - ⇒ 何故？
 - ⇒ 過少申告することで費用負担を逃れることができる
 - ⇒ 効率的供給が実現できない

2.3 リンダール・メカニズムの限界

■ 図表7.6：戦略的操作可能性

1. 個人2が真の選好を申告：反応曲線 $RT \Rightarrow$ 点E・供給量 G^*
2. 個人2が偽りの選好を申告：反応曲線 $RF \Rightarrow$ 点F・供給量 G_F
 - 点Eよりも点Fの方が効用が大きい
 - 選好を偽るインセンティブあり





3. クラーク・グロース・メカニズム

3.1 メカニズム・デザイン

- メカニズム・デザイン
 - 嘘をつくインセンティブがない（耐戦略性）制度が望ましい
 - 制度設計（メカニズム・デザイン）
 - ⇒ 公共財においては**クラーク・グロブス・メカニズム**

3.2 クラーク・グロブス・メカニズム

■ 数理モデル

- 個人 ($i = 1, 2$) の効用関数：金銭的所得移転 θ_i として, $U_i = \theta_i + v_i(G_i)$
- 公共財供給の限界費用 = 1
- 個人は $\tilde{v}_i(G)$ を政府に申告する
 - $\Rightarrow \tilde{v}_i(G) \neq v_i(G)$ でも良い (真の選好と異なる申告もありうる)
- 政府は申告された $\tilde{v}_i(G)$ をもとに公共財の供給量を決定
 - $\Rightarrow \tilde{v}'_1(\tilde{G}^*) + \tilde{v}'_2(\tilde{G}^*) = 1$ (7.13) $\Rightarrow \tilde{G}^*$ が決定

3.2 クラーク・グロブス・メカニズム

■ 金銭的所得移転関数

- 適切に金銭的所得移転関数を設定できれば耐戦略性を持つ
- 具体的には $\tilde{G}_j^* = \arg \max_G [\tilde{v}_j(G) - G]$ として,

$$\theta_i = \tilde{v}_j(\tilde{G}^*) - \tilde{G}^* - [\tilde{v}_j(\tilde{G}_j^*) - \tilde{G}_j^*] < 0 \quad (7.14)$$

クラーク税

3.2 クラーク・グロブス・メカニズム

■ クラーク税

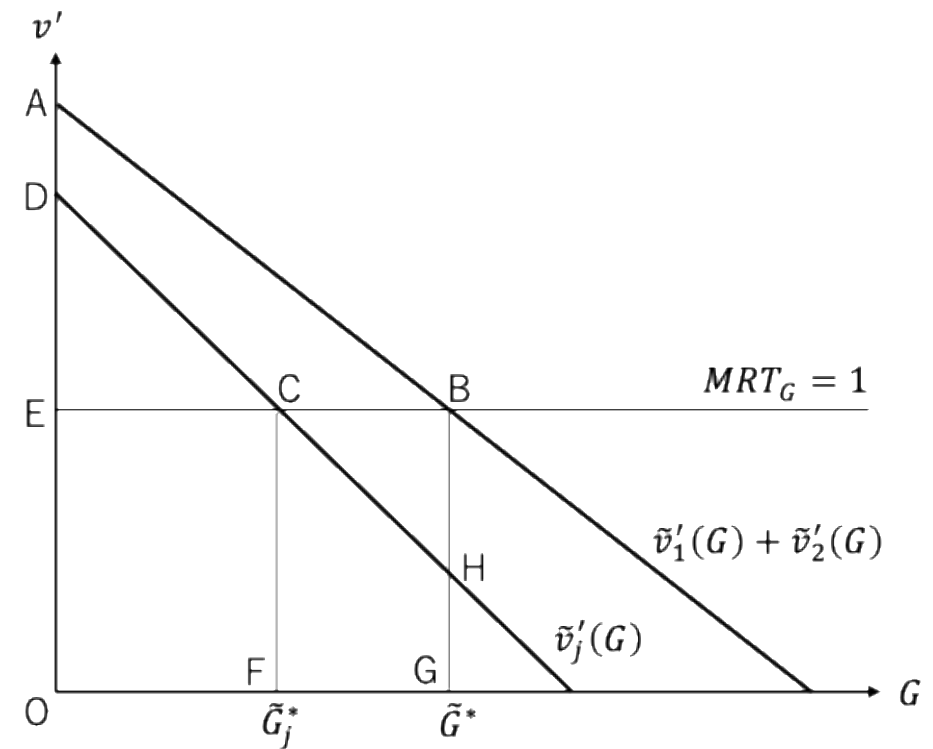
- $\tilde{v}_j(\tilde{G}^*) - \tilde{G}^*$

$$\Rightarrow \square DOGH - \square BEOG = \triangle CDE - \triangle BCH$$

- $\tilde{v}_j(\tilde{G}_j^*) - \tilde{G}_j^*$

$$\Rightarrow \square CDOF - \square CEOF = \triangle CDE$$

- $\theta_i = -\triangle BCH < 0$



3.2 クラーク・グロブス・メカニズム

■ 耐戦略性

- (7.14)を効用関数に代入すると,

$$U_i = v_i(\tilde{G}^*) - \tilde{v}_i(\tilde{G}^*) + \underbrace{[\tilde{v}_i(\tilde{G}^*) + \tilde{v}_j(\tilde{G}^*) - \tilde{G}^*]}_{\text{政府により最適化されている (個人}i\text{は操作できない)}} - \underbrace{[\tilde{v}_j(\tilde{G}_j^*) - \tilde{G}_j^*]}_{\text{個人}i\text{は操作できない}} \quad (7.15)$$

- 個人は $\tilde{G}^*$ ($\tilde{v}_i$ の申告) を通じて戦略的操作を実行:

$$dU_i = [v'_i(\tilde{G}^*) - \tilde{v}'_i(\tilde{G}^*)]d\tilde{G}^* \geq 0 \Leftrightarrow v'_i \geq \tilde{v}'_i$$

3.2 クラーク・グローブス・メカニズム

■ 耐戦略性（続き）

1. 過少申告 ($v'_i > \tilde{v}'_i$) : $dU_i = [v'_i(\tilde{G}^*) - \tilde{v}'_i(\tilde{G}^*)]d\tilde{G}^* > 0$

⇒ 公共財の供給量を増やすような申告をした方がいい

2. 誠実申告 ($v'_i = \tilde{v}'_i$) : $dU_i = [v'_i(\tilde{G}^*) - \tilde{v}'_i(\tilde{G}^*)]d\tilde{G}^* = 0$

3. 過大申告 ($v'_i < \tilde{v}'_i$) : $dU_i = [v'_i(\tilde{G}^*) - \tilde{v}'_i(\tilde{G}^*)]d\tilde{G}^* < 0$

⇒ 公共財の供給量を減らすような申告をした方がいい

4. まとめ

まとめ

■ 第7回の要点

1. 公共財の最適供給 ⇨ サミュエルソン・ルール
2. リンダール・メカニズム ⇨ 擬似的市場メカニズム ⇨ 嘘をつくかも
3. クラーク・グロブス・メカニズム ⇨ 耐戦略性 ⇨ 財政余剰