力　学

大学院理学研究科　素粒子宇宙物理学専攻

高エネルギー物理学研究室

大島　隆義

教科書：
　パリティー物理学コース、太田信義著「一般物理学（上）」
参考書：
　長岡洋介著「物理の基礎」（東京共学社）
　和田正信著「力学とは何か」（裳華房）
　A.P. フレンチ著「MIT 物理　力学」（培風館）

1.　Newton の運動の法則

[すでに学んだことのおさらいだ。]

1．第一法則　（慣性の法則）

「すべての物体は、力の作用を受けないときは静止または等速直線運動をする。」

●物体には慣性（質量）がある。

●慣性の法則が成り立つ座標系（慣性系）が存在する。（加速度をもつ座標系では慣性の法則が成り立たない。）

つぎのニュートンの運動方程式が成り立つ慣性系を宣言するのがこの第一法則である。つまり、慣性系で議論するよと宣言しているわけだ。

2．第二法則（運動の法則）

運動方程式：　$F = m\dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\ \left(= \dfrac{d\mathbf{v}}{dt}\right)$　　**（m　は正の比例係数　＝　質点の慣性質量）**

速度を変えるような質点には必ず力が働いている。」

所謂、ニュートンの運動方程式である。

3．第三法則（作用反作用の法則）

「物体が他の物体に力を作用させるとき、物体は大きさが等しく逆向きの力を受ける。」

Point:　**第一法則（座標系＝慣性系の規定）と第二法則の関係を混乱しないこと。**

Point: 上記方程式を解くことにより、力が与えられれば質点の運動を、あるいは、質点の運動から力を知ることができる。極端に云って、

（1）　物理的な論理的思考によるニュートン運動方程式の立て方と
（2）　解き方、さらに
（3）　得られた解の物理的な理解と対象とする力学系の把握の仕方
を学ぶ訳である。

Point: **慣性質量と重力質量**

慣性質量（inertial mass）

外力によって物体の速度が変化する率（加速度）に反比例する量であり、物体の慣性の大きさを表す.

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}. \qquad m \text{ が慣性質量.}$$

重力質量（gravitational mass）

物体間の万有引力あるいは物体が重力場の中で受ける力に比例した質量

$$G\frac{m_1 m_2}{R^2} = F. \qquad m_1, m_2 \text{ が重力質量.}$$

慣性質量と重力質量は原理的に異なった量である。
しかし、一般相対論では、重力は四次元時空の性質であり、重力場の中の物体の運動は四次元時空の測地線で与えられるから、慣性質量と重力質量は原理的に等価である。（物理学辞典より）

重力定数 G と

G（重力定数）とg（重力加速度）は違う. 物理の基礎定数であるGの測定値は

$$G = 6.673 \pm 0.010 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3/kg \cdot s}.$$

精度は僅か 1/1000 程度である. 何故こんなに精度が上がらないのか？　たとえば、電子の電荷は

$$1.602\ 176\ 462 \pm 0.000\ 000\ 063 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}.$$

精度は 4×10^{-8} （4分の1億）である. 測定方法を考えてみよ. 精度よい革命的な測定法は望まれている！

また、Gはどのような空間領域について測定されているのか？
万有引力の法則、つまり G=定数がどのような距離領域に亘り成り立っているのか、測定で確認されているのか？
つい最近（ニュートンの時代から３００年経つ）になって R ＝ 数 10μm-mm 前後の領域で測定されたばかりである.
このような数 10-100μm の領域では日常感じない力が働く. カシミア力というものがあり、金属版を向かい合わせ設置すれば、その間に重力を超える力が働く. 真空の構造と境界条件の効果である.

R が小さい領域では、たとえば素粒子規模の世界では G 値が異なるとの考えがある.
何故、重力が他の３つの力（電磁気力、強い力、弱い力）とくらべ極度に弱いのか.
われわれは４次元世界に住んでいると思っているが、実はそれ以上の多次元世界であり、重力は他の次元へも染み出している、との理論研究が盛んである.

----

２. ベクトル、 速度、 加速度

［ ニュートンの運動方程式を解き、物体の運動形態を学ぶための数学的おさらいと新たな準備だ。 ］

2.1 内積と外積

大きさだけの量をスカラー量といい、大きさならびに方向で指定される量をベクトル量という。スカラー量の一例は山の高さや重さであり、一方のベクトル量の例は速度であり加速度である。

ここでベクトル量の「内積」と「外積」を学べ。ベクトル量 **A**、**B** の内積 **A**・**B** はスカラー量 ABcosθ となり、外積は **A**×**B** は大きさ ABsinθであり、その方向は右ネジをAからBに回したときネジが進む方向であると定める。

単位ベクトルを学んだ。

３つのベクトルの内積、外積の展開法をマスターしておくこと。

例えば、問題1.2.3

$$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C}) = (\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})\times\mathbf{B} - (\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})\,\mathbf{C}$$

2.2 微分、偏微分、ナブラ

微分される関数φが複数の独立変数（例えば、x,y,z）の関数（φ(x,y,z)）であるときは、かたい微分 $\frac{d\phi}{dx}$ でなく、やわらかい微分（偏微分）$\frac{\partial \phi}{\partial x}$ を使う。これは、他の変数を定数と見做し、x だけで微分することである。

ナブラ（nabula）：ベクトル微分演算子である。

●スカラー関数に働きかけ（演算する）ベクトルを生ずる：

$$\nabla\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x}\mathbf{e}_x + \frac{\partial \phi}{\partial y}\mathbf{e}_y + \frac{\partial \phi}{\partial z}\mathbf{e}_z$$

関数φの勾配を表し、gradient（勾配）といい、gradφとも記す。∇φ は当然ベクトル量となる。

●ベクトル関数に演算し、内積∇・**A**＝ではスカラーを、外積∇×**A** ではベクトルを生ずる.

$$\nabla\cdot\mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

ベクトル量の発散を表し、divergence（発散）といい、div **A** とも記す。スカラー量となる。

● $$\nabla\times\mathbf{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\mathbf{e}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\mathbf{e}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\mathbf{e}_z$$

ベクトル量の回転を表し、rotation（回転）といい、rot **A** あるいは curl **A** とも記す。

教科書の page16,17 の例は実にうまい！

図 1.10 により、**a**, **b** が回転ならびに発散を表すベクトル量であることが良く分かる。イメージとして、**a** はバケツの中で回る（回転する）水を想像し、**b** は原点から溢れでる水のながれを想像すればよい。おのおのにナブラの内積、外積をオペレートすると、**a** では発散がなく回転の大きさが（その方向も含めて）求まるわけである。**b** はその反対になっている。いま仮に、水が湧き出しながら、かつ渦を巻いている状態を想像しよう。それは、**a** と **b** の和に対応する。そのようなベクトルにナブラの内積をオペレートすれば湧き出す発散の勢いのみが求められ、回転運動の存在は関係ない。同じく、外積を構成すれば、渦巻く勢いが求められ、湧き出しは関係ない。つまり、この微分演算子は、ある状態にオペレートすれば、状態の湧き出しあるいは渦巻く勢いのみをフィルターを通して引き出してくれる働きをする。

Page 17 の問題はイメージの把握に大変よい。