Mathematicaによる代数計算

組み込み定数

円周率	**Pi**　π
自然対数の底	**E**
虚数単位	**I**
無限大	**Infinity**　∞
角度	**Degree**
不定値	**Indeterminate**

厳密値と近似値の変換

厳密値を近似値に変換：N[変数（数値）,桁数]

数値の精度を評価：　Precision[変数（数値）]

四捨五入　Round[変数（数値）]
切り捨て　Floor[変数（数値）]
切り上げ　Ceiling[変数（数値）]
切り捨て　Chop[変数（数値）]

練習1

In[1]:= **Pi**

Out[1]= π

In[9]:= **N[Pi, 10]**

Out[9]= 3.141592654　有効数字10桁

In[5]:= **Precision[Pi]**

Out[5]= ∞

無限大の精度

練習2

```
In[11]:= Round[10000 Pi]

Out[11]= 31416

In[12]:= Floor[10000 Pi]

Out[12]= 31415

In[14]:= Ceiling[10000 Pi]

Out[14]= 31416

In[17]:= Chop[10000 Pi]

Out[17]= 10000 π
```

誤差のない表現

組み込み関数

三角関数	Sin, Cos, Tan
逆三角関数	ArcSin, ArcCos, ArcTan
対数関数	Log
指数関数	Exp
絶対値	Abs
割り算の余り	Mod
最大，最小	Max, Min

練習3

In[19]:= Sin[Pi / 6]

ラジアン表示

Out[19]= $\frac{1}{2}$

In[22]:= Sin[30 Degree]

Degree表示

Out[22]= $\frac{1}{2}$

In[20]:= ArcTan[1]

Out[20]= $\frac{\pi}{4}$

複素数演算

1. 複素数の定義
   - 虚数単位を用いて定義する.
2. 複素数の実部と虚部

   Re[虚数] , Im[虚数]
3. 絶対値と偏角　　Abs[虚数] , Arg[虚数]
4. 標準形への変換

   ComplexExpand[虚数]

練習4

複素数zの定義

```
In[23]:= z = 4 + 3 I

Out[23]= 4 + 3 I

In[25]:= {Re[z], Im[z]}

Out[25]= {4, 3}

In[26]:= {Abs[z], Arg[z]}
```

Out[26]= $\left\{5,\ \mathrm{ArcTan}\left[\frac{3}{4}\right]\right\}$

多項式の整理

1. 多項式の因数分解

   Factor[式]

2. 多項式標準形への展開

   Expand[式]

3. 同類項をまとめる

   Collect[式]

4. 特定の変数のべき乗の係数リストの作成

   CoefficientList[式, 変数名]

練習5

In[34]:= `eq = Expand[(a + a^2 x + x^2)^3]`

Out[34]= $a^3 + 3a^4x + 3a^2x^2 + 3a^5x^2 + 6a^3x^3 + a^6x^3 + 3ax^4 + 3a^4x^4 + 3a^2x^5 + x^6$

In[35]:= `Collect[eq, x]`

Out[35]= $a^3 + 3a^4x + (3a^2 + 3a^5)x^2 + (6a^3 + a^6)x^3 + (3a + 3a^4)x^4 + 3a^2x^5 + x^6$

In[39]:= `CoefficientList[eq, a]`

Out[39]= $\{x^6, 3x^4, 3x^2 + 3x^5, 1 + 6x^3, 3x + 3x^4, 3x^2, x^3\}$

部分分数分解

1. 部分分数への展開
   Apart[式]
2. 展開されたものをまとめる
   Together[式]
3. まとめた式を簡略化（整理）
   Simplify[式]

練習6

```
In[40]:= eq = 1 / (x^3 - 1)
```

Out[40]= $\frac{1}{-1 + x^3}$

```
In[41]:= Apart[eq]
```

Out[41]= $\frac{1}{3\,(-1 + x)} + \frac{-2 - x}{3\,(1 + x + x^2)}$

```
In[42]:= Together[%]
```

Out[42]= $\frac{1}{(-1 + x)\,(1 + x + x^2)}$

代数方程式の解法

厳密解を得る方法

- Solve[式 , 変数名]
  - 多項式の解を求めるなど，方程式の解を求める.
  - 5次以上の多項式の解は一意に求まらない.
  - そのときは，以下のNSolveを用いて近似解を求める.

近似解を得る方法

- NSolve[式 , 変数名]

練習7

イコール2個

入力：

Solve[x^3-19x+30==0,x]

出力：

{{x → -5}, {x → 2}, {x → 3}}

練習8

入力:

Solve[x^4+x^3+14x^2+8==0,x]　厳密解

NSolve[x^4+x^3+14x^2+8==0,x]　数値解

出力:

$$x \approx -0.523121 + 3.63044\,i$$

$$x \approx -0.523121 - 3.63044\,i$$

$$x \approx 0.0231209 - 0.770776\,i$$

$$x \approx 0.0231209 + 0.770776\,i$$

Newton法による数値解法

1. 関数のグラフを描く.
   – Plotコマンドなどを用いてグラフを描く
2. グラフより変数の初期値を得る.
   – グラフとx軸の交点付近の値を初期値に選ぶ.
3. FindRootコマンドを用いて，Newton法により数値解を得る.

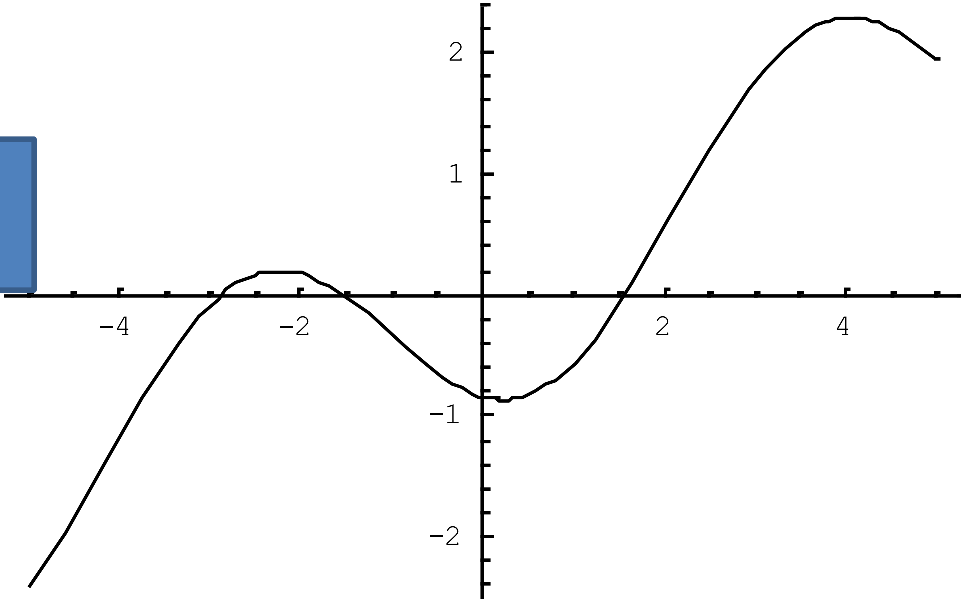
   FindRoot[式 , {変数名 , 変数の初期値}]
   - 収束計算により近似解を得る.

練習９

ステップ1）グラフを描く.

Plot[x/3-Sin[1+x],{x,-5,5}]

ステップ2）解の当たりをつける.
-3<x<2に3解があることがわかる.



ステップ3）FindRootを使う.

FindRoot[x/3-Sin[1+x]==0 , {x,2}]
{x-> 1.58497}

演習問題

1. 次式を因数分解しなさい．

$$y_1 = x^{120} - 1$$

$$y_2 = x^{20} - a^{10}$$

$$y_3 = x^{30} - 8$$

2. 演習問題1における因数分解前の式と後の式の差が0となることを確認しなさい．（ヒント：Simplify）

演習問題

3. 演習問題１の逆数を部分分数に展開しなさい.
4. 演習問題３の部分分数展開前の式と後の式の差が0となることを確認しなさい.
5. 次式を部分分数分解せよ.

$$y_1 = \frac{1}{x^4 - 1}$$

$$y_2 = \frac{x^3 + 1}{x^{10} - 1}$$

演習問題

6. 次の代数方程式の解を求めなさい.

(1) $x^3 + x^2 - 86x - 240 = 0$

(2) $x^4 - 9x^3 - 35x^2 + 225x + 250 = 0$

(3) $x^5 - 12x^4 + 8x^3 + 106x^2 + 135x + 50 = 0$

(4) $3 - 2\ln(x) = 0$

7. 練習9において，求められた解以外の２解を求めなさい.

演習問題

8. 次の代数方程式の解を求めなさい.

$$(1)\quad x^3+8x^2+3x+5=0$$

$$(2)\quad 3x^4+x^3+x^2+5=0$$

9. 次の代数方程式の実数解の個数をグラフより確認し，実数解をもつときはその解を求めなさい.

(1) $x=-e^x+5$

(2) $x=e^x+5$