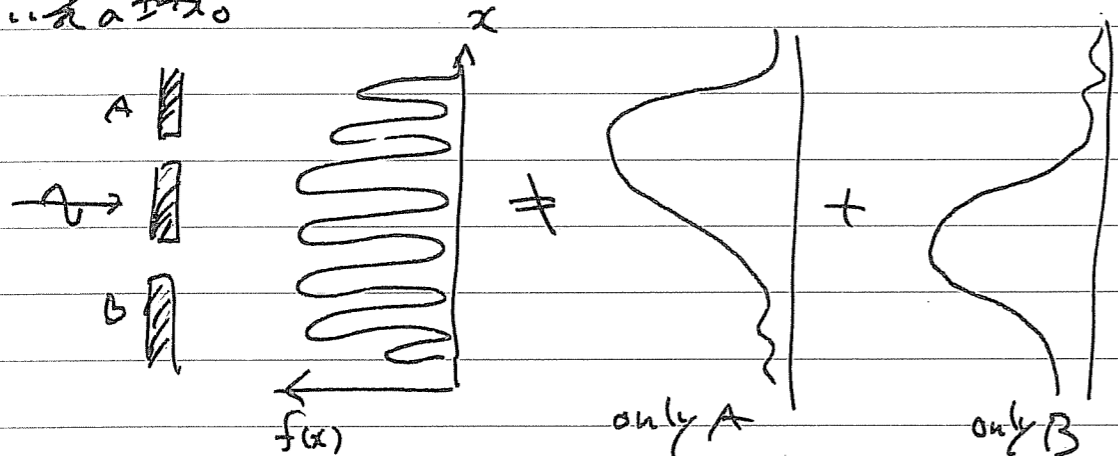


★ 不確定性原理

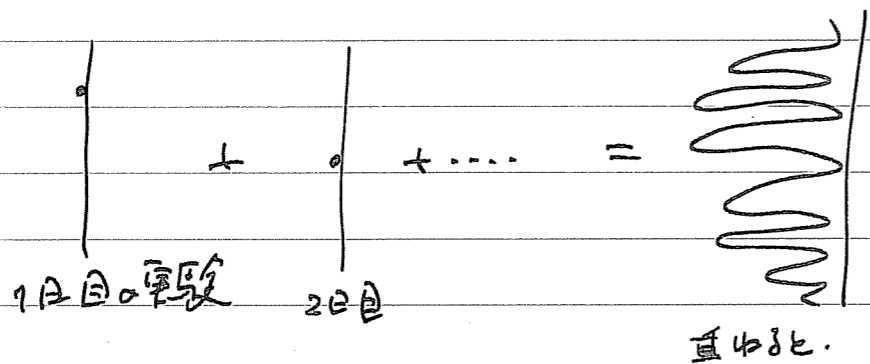
光子や電子の軌道とこの概念は存在しない

▲ Youngの干渉実験

★ 強い光の場合



★ 弱い光の場合: 一点の感光



★ 一つの光子干渉の情報を手に入れる

光子がどの場所 x に出現する確率 $P(x)$ は
干渉性の強さ $f(x)$ に比例する

$$P(x) = \frac{f(x)}{\int f(x) dx} \quad \text{---} \quad \int P(x) dx = 1$$

注 観測時刻は $\epsilon = 0$ みに存在。

観測時刻は ~~時刻~~ $\epsilon = 0$ でのみ存在。
と記述する。

* 出現確率 | ϵ いかに関与するか。

の値から予測可能か?

④ 光が強くなる場合

↓

電磁場が強化される

注 光は電磁波

波長の違いにより

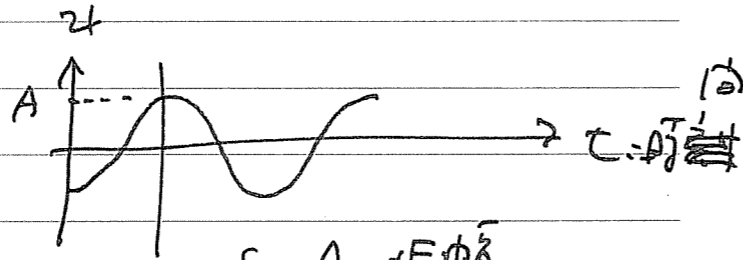
X線, 紫外線, 可視光, 赤外線, マイクロ波 電波 etc.

★ 重ね合わせの原理

(1) 電磁場 (単色光の場合)

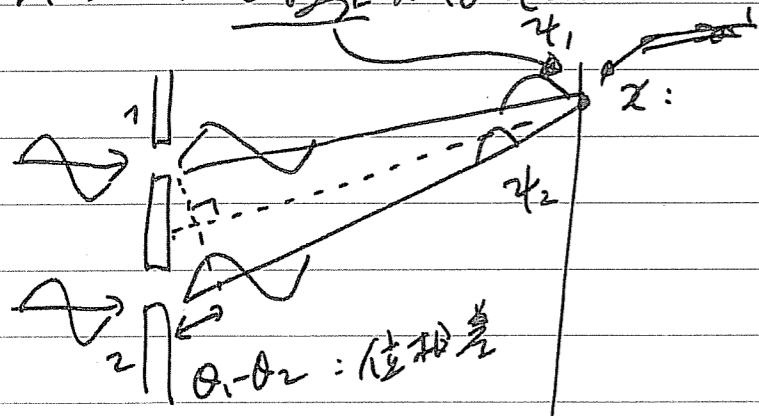
★ ある場所 x における電磁場

$$\psi(x) = A \cos(\omega t + \theta)$$



$\left\{ \begin{array}{l} A: \text{振幅} \\ \omega: \text{角振動数} \end{array} \right.$
 (1秒に $\frac{\omega}{2\pi}$ 回振動)

★ 2つの波の重ね合わせにおける電磁場



$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\psi = \psi_1 + \psi_2$$

$$\theta_1 - \theta_2 = 2\pi n \Rightarrow \text{ constructive } \Rightarrow \text{ 強めあ} \Rightarrow \text{ 強めあ}$$

$$= \pi(2n+1) \Rightarrow \text{ destructive } \Rightarrow \text{ 弱めあ} \Rightarrow \text{ 弱めあ}$$

$$\psi_i = A_i \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$i = 1, 2$$

★ A, θ は $A_1, A_2, \theta_1, \theta_2$ によって決まる

(2) 電磁場の強度

理由の適用範囲

Fact

光子の強度 \approx 電磁場のエネルギー

$$= \int dt |\psi(t)|^2$$

~~$$= \int dt |\psi_1 + \psi_2|^2$$~~

~~$$+ \int dt (|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2)$$~~

光子の強度の和

光子が場所 α に出現する確率 $\propto \int_0^{2\pi} dt |\psi(t)|^2$

1周期あたりの強度

$$\int dt |\psi_1 + \psi_2|^2 \neq \int dt (|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2)$$

干渉効果

光子の2つが別の位置の和

③ 波動関数

△ 電磁波からの類推

- * 波動性: ^(干渉を説明するため) 光子や電子の状態は電磁場 ψ の様のものである。
- * 粒子性: ^(統計性による) 位置の観測 x に t 時の出現確率が $|\psi|^2$

* ψ は 2 次の公理を考へる。

△ 公理

1. 系の状態は $\psi(x,t)$ で表わされる。 2次元空間
座標 x , 時刻 t の ^(複素数値) 波動関数。 (波動関数 or 確率振幅)
2. $|\psi(x,t)|^2$: 位置の観測 x に t 時の "存在確率" の (密度) 分布

注 $\int_V |\psi|^2 dx$: 領域 V 内に観測される確率。

注 位置以外の観測には何の情報も持たない。

△ 規格化条件: $\psi = 0$ は必要

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx = 1 \quad (\text{if } \psi \neq 0)$$

注 本当は $= \infty$ とする (重畳) の状態もある。

干渉 波の重ね

△ 重ね合わせの原理

状態 ψ_1, ψ_2 の任意の線型結合
 $c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ もまた状態。 $c_i \in \mathbb{C}$

注 規格化するので、係数の比 $\frac{c_1}{c_2}$ のみ意味する。

注 $\psi = 0$ (恒等的に zero) は、何れも状態。(普通は「ゼロ」)

~~系~~ 逆にどんな状態も、他の2つの状態の重ね合わせとして表現できる。 (引いた方がいい)

~~系~~ 自分自身と重ね合わせても同じ状態。 (規格化するので)

△ "複素" 数である理由

干渉は 2つの自由度 (振幅の比、位相差) によって決まる。

∴ 重ね合わせの係数の比 $\frac{c_1}{c_2}$ は $\in \mathbb{R}$ ではなく $\in \mathbb{C}$ が必要!!

注 重ね合わせの前は $\psi = |\psi| e^{i \arg \psi}$ の $|\psi|$ のみ重要だった。

☆ 重ね合わせの原理

① $\psi_i = A_i \cos(\omega t + \theta_i) \quad i=1, 2 \quad i=1, 2$
 $A_i, \theta_i, \omega, t \in \mathbb{R}$

$\psi = \psi_1 + \psi_2$ と
 $= A \cos(\omega t + \theta)$ と表わす場合の

A と $A_1, A_2, \theta_1, \theta_2$ と表わす。

ここで 1行1列 $\begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$ or 複素数 $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ を用いると
 簡単です。

② ①で $A_1 = A_2 = a$ の場合

(i) $\frac{\psi}{a} = \cos(\omega t + \theta_1) + \cos(\omega t + \theta_2)$ と
 $= 2 \cos\left(\frac{f(\omega t, \theta_1 + \theta_2)}{2}\right) \cos\left(\frac{g(\omega t, \theta_1 - \theta_2)}{2}\right)$

と表わす。つまり f と g を求める。

(ii) $\theta_1 - \theta_2 = d \sin \theta$ とする。 (注 d : 2点間の距離
 θ : 2点間の2点間の角度)

$\int_0^{2\pi/\omega} \left(\frac{\psi}{a}\right)^2 dt = 0$

条件を
 とする。 θ と表わす。

☆ 不確定性原理

① “光子の裁判” を読んで (論理の進め方は $i=1, 2$) 考察せよ。