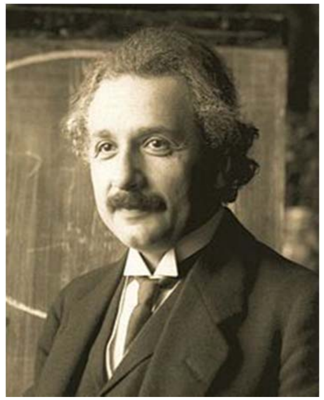
2.1 アインシュタインの相対性理論

特殊相対性理論(アインシュタイン，1905年)

- 以下の2つの仮説に基づく

(I)すべての物理法則は任意の慣性系で同じ形をとる
(特殊相対性原理)

(II) 光速は任意の慣性系で一定の値をとる
(光速不変の原理)



Albert Einstein
ウィキペディア[15]

慣性系＝宇宙の重心に対して
等速直線運動をしている観測者

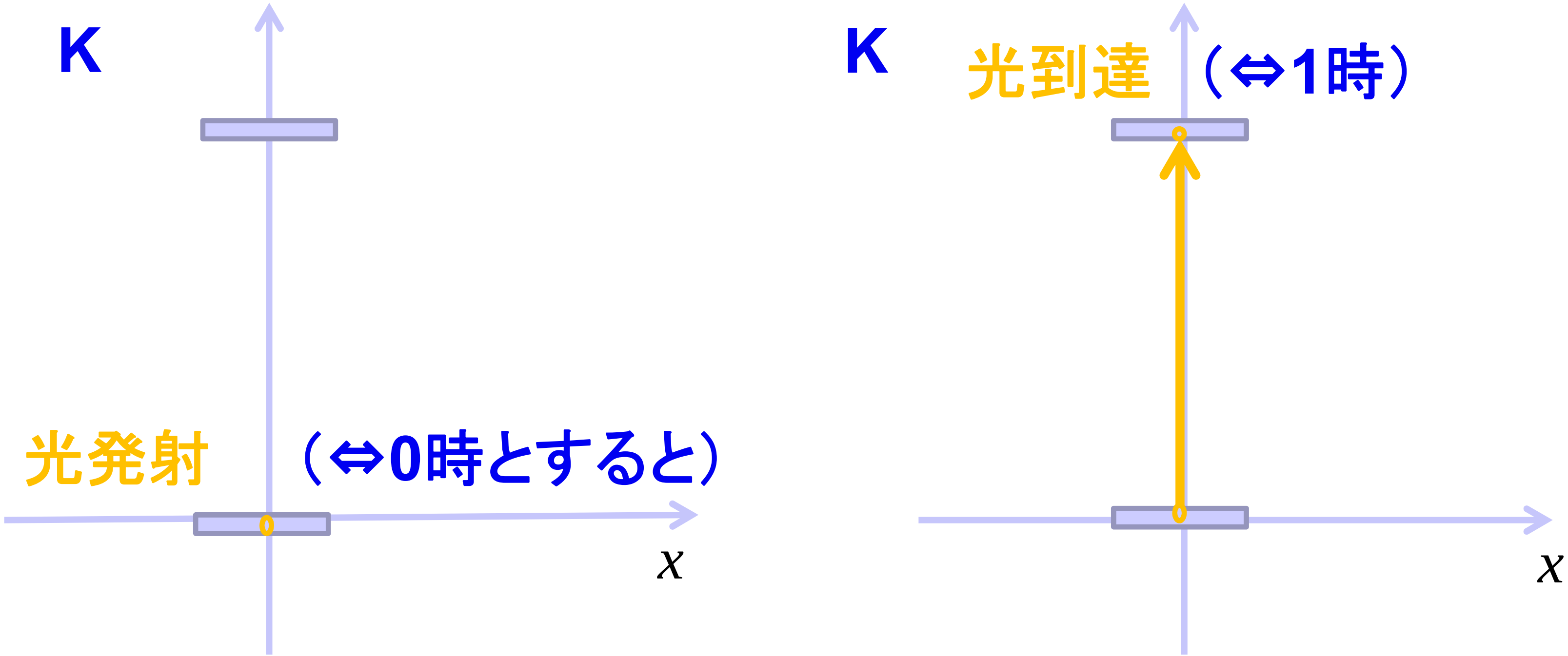
(II)の根拠：

・実験事実(マイケルソン・モーレーの実験)

・マクスウェル方程式の対称性(ローレンツ対称性)

簡単な帰結：時間の遅れ

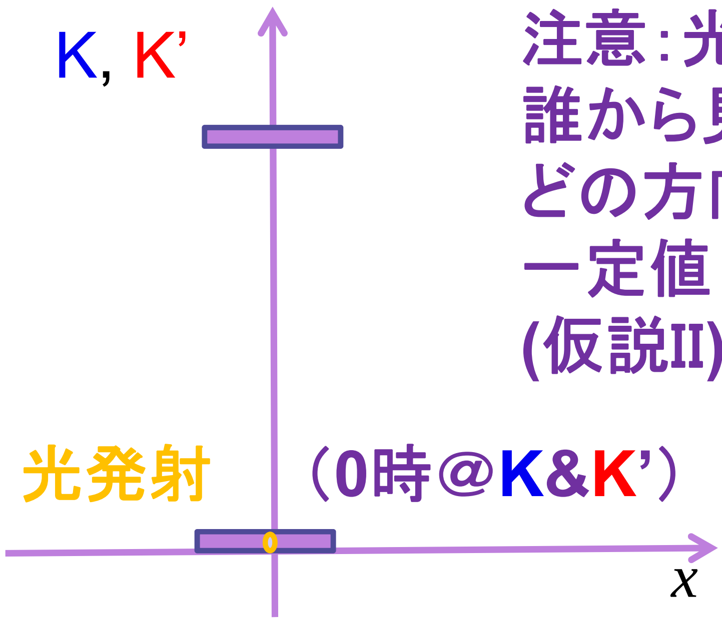
- 光時計で時間を測る（観測者Kの時計）

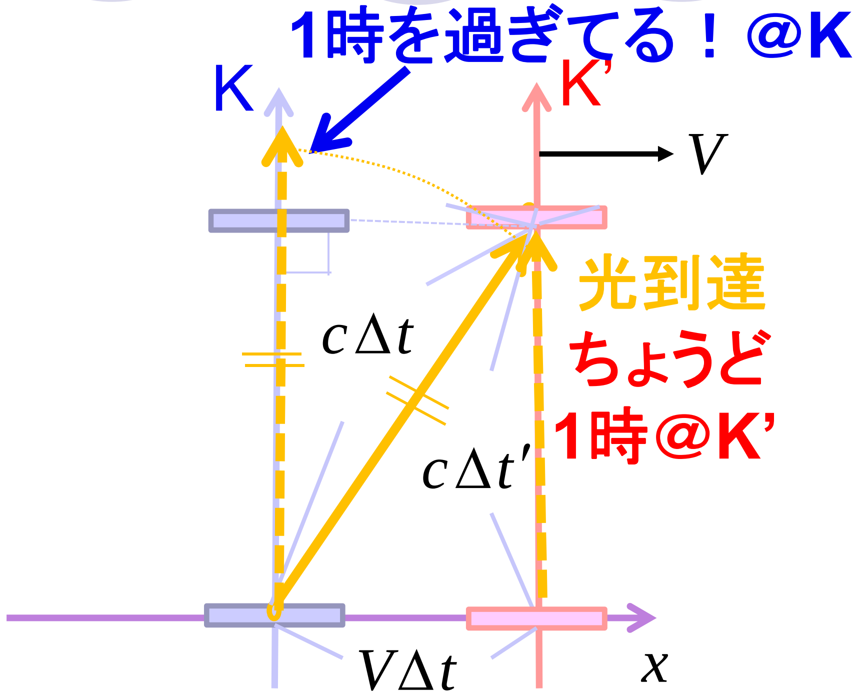


(静止系Kでの)光到達までの時間
（＝例えばこれを1時間と定める）

●Kに対して V の速度で等速運動しているK'を考え両者の時計を比較

$\Delta t'$: (K'系での)光到達までの経過時間
＝K'の1時間とする





Δt : K'系で光が到達した瞬間のK系での時刻（経過時間）とする

ピタゴラスの定理より：

$$(c\Delta t')^2 + (V\Delta t)^2 = (c\Delta t)^2$$

$$\therefore \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}}\Delta t'$$

(例) $V = c \times \sqrt{3}/2$ のとき

$$\Delta t = 2\Delta t'$$

Kの2時⇔K'の1時

Kから見るとK'の時計が遅れている!

座標変換と物理法則の対称性

	ニュートン力学	マクスウェルの電磁気学
ガリレイ変換 (「直観的」座標変換)	不変 (OK)	変わる (ダメ)
ローレンツ変換 (「妙な」座標変換)	~~形が変わる (ダメ)~~	不変 (OK)

→方程式が修正

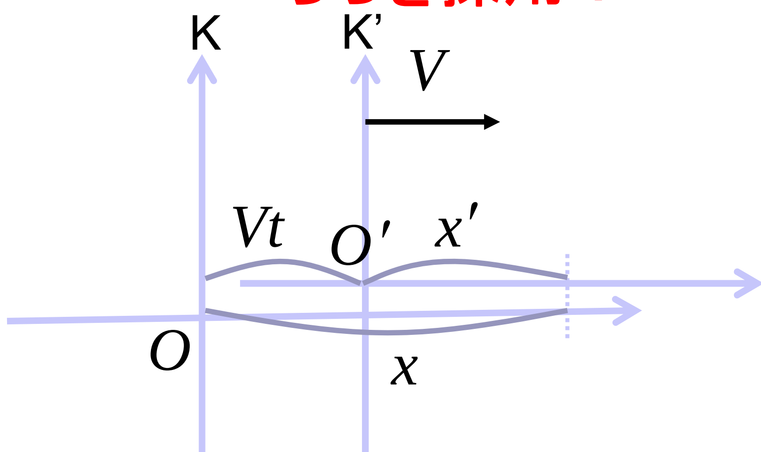
アインシュタインはこちらを採用！

ガリレイ変換:
$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ t' = t \end{cases}$$

ローレンツ変換:
(仮説II を尊重)
導出は参考資料問題3

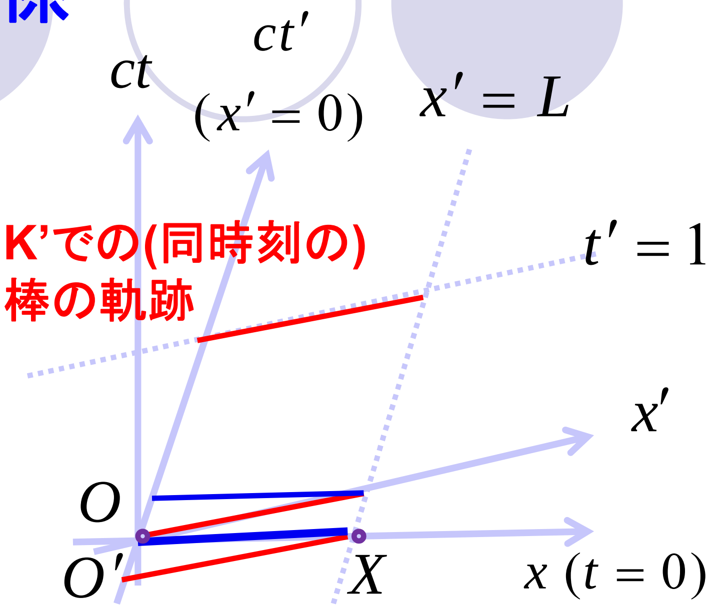
$$\begin{cases} x' = \gamma(x - Vt) \\ ct' = \gamma(-\beta x + ct) \end{cases}$$

$$\left(\beta := \frac{V}{c}, \gamma := \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)$$



ローレンツ変換：1つの事象に対する, K系の観測値(t,x)とK'系の観測値(t',x')との対応関係

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - Vt) \\ ct' = \gamma(-\beta x + ct) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \gamma(x' + Vt') \\ ct = \gamma(\beta x' + ct') \end{cases}$$



Kでの(同時刻の)棒の軌跡

(棒の長さとは 同時刻での両端の座標値の差)

- **時間の遅れ**：ローレンツ変換の式において (t',x')=(1,0) に対応する(t,x)は：

$$t = \gamma t' = \frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}}1$$

- **長さの「収縮」**

K'系において棒の長さを測定するとL だったとする. K系から見た棒の長さは(時刻t=0で測定するとして) x'=L と x軸(t=0)との交点の座標Xに等しい： $L = \gamma X$

(例) $V = c \times \sqrt{3}/2$ のとき

$\gamma = 2$ より $X = L/2$

Kでは1m⇔K'では2m

その他の話題

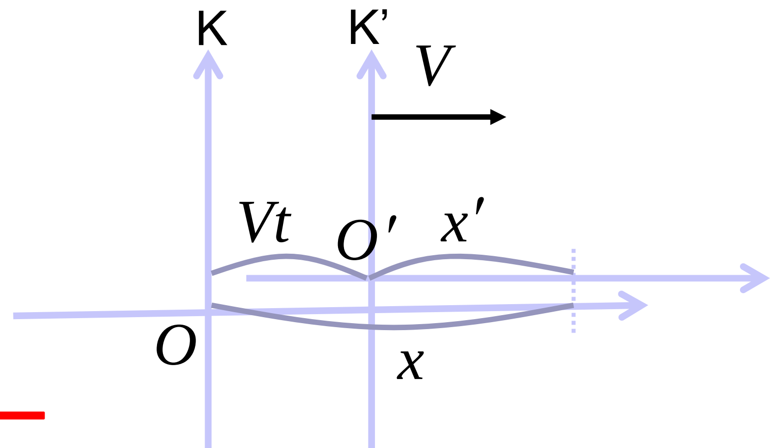
- ローレンツ変換のもと不変な運動方程式(あります)
- 運動エネルギーの表式

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$

$$\downarrow \; V/c \to 0$$

$$E = mc^2$$

質量とエネルギーの等価性



- すべての運動は光速を超えない(質量ゼロ⇔光速)

cf. $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}} \xrightarrow{V \to c} \infty$

一般相対性理論(アインシュタイン，1915年)

- 以下の2つの仮説に基づく

(I)すべての物理法則は任意の座標系で同じ形をとる
(一般相対性原理)

(II) 局所的には重力は適当な加速度運動により打ち消すことができる。(等価原理)

cf. アインシュタインのエレベーター(思考実験)

アインシュタイン方程式(重力の古典論)㊗:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} \Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

右辺:物質(星)の分布
左辺:時空の曲がり具合

リーマン幾何学に基づく「最も美しい方程式」

一般相対性理論の予言・応用

- 重力レンズ(cf.エディントンの観測1919年)
- 水星の近日点移動の説明
- 重力波(追記：2015年9月14日ついに検出！！！)
- 膨張宇宙解(ビッグバン・インフレーション)
- ブラックホール解(→2.3節で詳しく議論)
- ワームホール
- GPS衛星
- 光格子時計による「測量」
- ・・・