ゲーム理論入門

Introduction to Game Theory

黒田 達朗 (Tatsuaki Kuroda)
情報文化学部・環境法経システム系

1. ゲーム理論の歴史

1. フォン・ノイマン（数学者）とオスカー・モルゲンシュテルン（経済学者）の出会い（プリンストン大学）

→ 社会科学における科学的分析ツールの必要性で意気投合

「ゲームの理論と経済行動」, 東京図書 , 1972.
(Theory of Games and Economic Behavior, 1944)

２． ジョン・ナッシュ （数学者）：ナッシュ均衡（1950）
cf. ビューティフル・マインド

３． 経済学, 生物学, 統計学, ORなど各分野で応用される。
＊ノーベル経済学賞＊
1994年：ナッシュ、ゼルテン、ハーサニー
2005年：オーマン、シェリング

２．ゲームの標準形：戦略形（利得行列）

（例 １）

Player B

Player A

	Left	Right
Top	**1, 2**	**0, 1**
Bottom	**2, 1**	**1, 0**

Q. 同時に選んだら， 結局， どの結果となるか？

3. 支配戦略と支配戦略均衡

Player A: Bottom $\succ$ Top

(∵ If Left, then 1<2. If Right, then 0<1.)

Player B: Left $\succ$ Right

(∵ If Top, then 2>1. If Bottom, then 1>0.)

(Bottom, Left): 支配戦略均衡

支配戦略均衡の問題点：　強い均衡だが，実際にはあまりない。

(例 2)「両性の闘い」
(e.g., Top/Left:映画,Bottom/Right: 遊園地)

Player B

Player A

	Left	Right
Top	**2, 1**	**0, 0**
Bottom	**0, 0**	**1, 2**

- ◆ それぞれのプレイヤーに支配戦略は存在しない
- ◆ ゲームの支配戦略均衡も存在しない

4. ナッシュ均衡

定義：

均衡への<u>経路は問わず</u>,

<u>他のプレイヤーの行動を所与</u>としたとき,

すべてのプレイヤーについて,

<u>自分からは行動を変える誘因が働かない</u>

状態

ナッシュ均衡による例2の再考

Player B

Player A

	Left	Right
Top	**2, 1**	**0, 0**
Bottom	**0, 0**	**1, 2**

(Top, Left) と (Bottom, Right)がナッシュ均衡

ナッシュ均衡の問題点

問題1．均衡が複数ある場合もある （例2）

問題2．均衡が無い場合もある （例３）

問題3．パレート効率的とは限らない（例４）

5.混合戦略：問題2への対応（cf. 純粋戦略）

(例 3)

Player B

		Left (q)	Right (1-q)
Player A			
p	**Top**	**0, 0**	**0, -1**
1-p	**Bottom**	**1, 0**	**-1, 3**

各プレイヤーはそれぞれの行動を取る確率 (p, q) を選ぶ

e.g., 野球のバント/ヒットアンドラン,アメフトのパス/ラン

最適戦略の導出（危険中立を仮定）

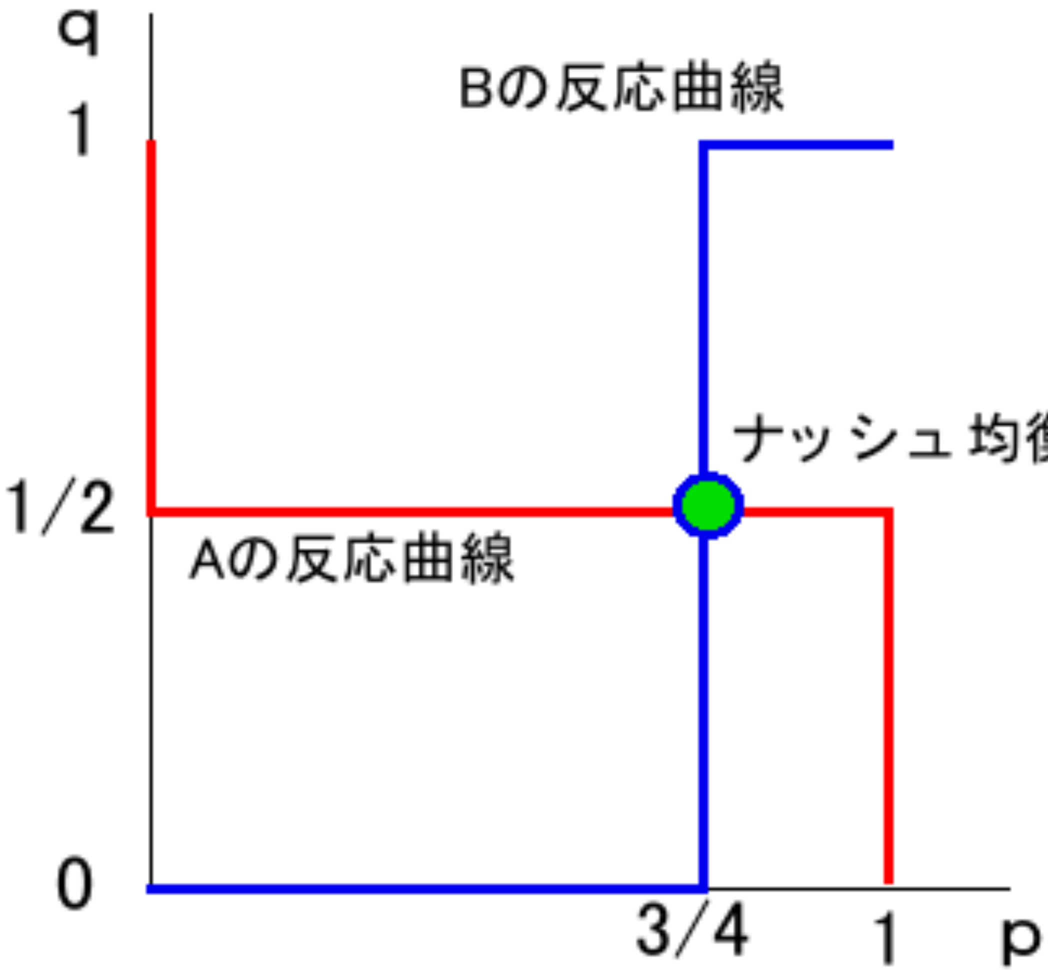
$$\Pi_A = p \cdot q \cdot 0 + (1-p) \cdot q \cdot 1 + p \cdot (1-q) \cdot 0 + (1-p) \cdot (1-q) \cdot (-1)$$
$$= (1-p)(2q-1)$$

If $q > \frac{1}{2}$, then $p = 0$.   If $q = \frac{1}{2}$, then $\forall p \in [0,1]$.   If $q < \frac{1}{2}$, then $p = 1$.

$$\Pi_B = p \cdot q \cdot 0 + (1-p) \cdot q \cdot 0 + p \cdot (1-q) \cdot (-1) + (1-p) \cdot (1-q) \cdot 3$$
$$= (1-q)(3-4p)$$

If $p > \frac{3}{4}$, then $q = 1$.   If $p = \frac{3}{4}$, then $\forall q \in [0,1]$.   If $p < \frac{3}{4}$, then $q = 0$.

混合戦略におけるナッシュ均衡 (p*=3/4, q*=1/2)



例４　「共有地の悲劇」（Tragedy of Commons）: 簡略化した例

A,B: 隣接する牧場 （地域，国, etc.）

牧場の基本的収入（１牧場当たり）=10

排出物の処理費用（１牧場当たり）=4

汚染による損害（外部効果含む；１牧場当たり）=3n (n:処理しない牧場数）

A＼B	process	contaminate
process	6, 6	3, 7
contaminate	7, 3	4, 4

「共有地の悲劇」における均衡

A＼B	process	contaminate
process	6, 6	3, 7
contaminate	7, 3	$\boxed{4, 4}$

ナッシュ均衡（かつ支配戦略均衡）

囚人のジレンマの典型例［（6,6）よりパレート劣位）］

「囚人のジレンマ」の例

環境問題
- 森林破壊・砂漠化
- 大気・水質汚染
- 交通混雑
- ゴミの不法廃棄
- 温室効果ガスの排出

一般的問題
- 軍拡
- 知的所有権の無視

e.g., Mangrove against Tsunami (Banda Aceh, Sumatra)

Developments of shrimp ponds destroy mangrove swamp.

６. 繰り返しゲーム

囚人のジレンマからの脱却：一つの解決策

One-shot game ➡ Repeated game（繰り返しゲーム）

◆有限繰り返しゲーム：結局，one-shotと同じ

◆無限繰り返しゲーム：救済策となる（e.g., 「人間はいつ死ぬか分からない」ことが社会の崩壊を防ぐ）

N.B. 実験（経済学）の結果は理論通りではない

7.展開形ゲーム:問題1への対応(cf.標準形)

(例 5) 出店競争(標準形)

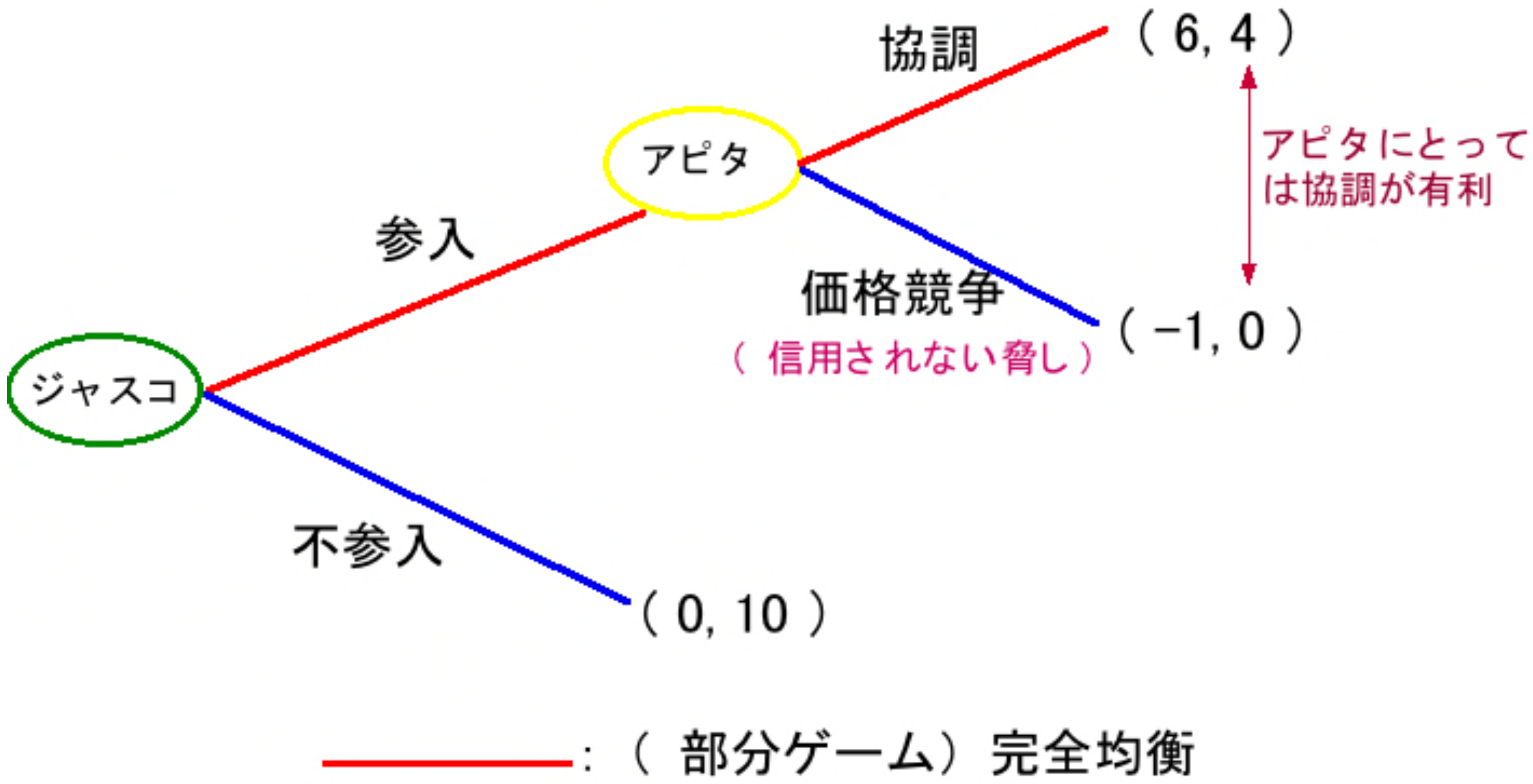
既存: アピタ

参入: ジャスコ

	協調(カルテル)	価格競争
参入	6, 4	-1, 0
不参入	0, 10	0, 10

:複数のナッシュ均衡

(例 5) 出店競争(展開形)



協調
(6, 4)
アピタ
アピタにとっては協調が有利
参入
価格競争
(−1, 0)
(信用されない脅し)
ジャスコ
不参入
(0, 10)
: (部分ゲーム) 完全均衡

参考文献 （日本語のみ）

（読み物：サイドリーダー）
1.「戦略的思考とは何か」，ディキシット・ネイルバフ，TBSブリタニカ，1991.
2.「囚人のジレンマ」，パウンドストーン，青土社，1995.
3.「紛争の戦略－ゲーム理論のエッセンス」，シェリング，勁草書房, 2008.

（教科書）
4. 経済学のためのゲーム理論入門，ギボンズ，創文社，1995.
5. ゲーム理論と経済学，クレプス，東洋経済新報社，2000.