NFTAとDFTAの等価性

- **NFTA** $A = (Q, \mathcal{F}, Q^f, \Delta)$から、等価な**DFTA** $A_d = (Q_d, \mathcal{F}, Q_d^f, \Delta_d)$を構成
  - $Q_d = 2^Q = \{S \mid S \subseteq Q\}$
  - $Q_d^f = \{S \in Q_d \mid S \cap Q^f \neq \emptyset\}$
  - Δ_dは以下を満たす規則$f(S_1, \ldots, S_n) \to S$からなる

$$\forall f \in \mathcal{F},\ \forall S_1, \ldots, S_n \in Q_d$$

$$S = \{q \mid \exists q_1 \in S_1, \ldots, \exists q_n \in S_n,\ f(q_1, \ldots, q_n) \to q \in \Delta\}$$

- スライド1 p.8の例と等価なDFTA $A_d = (Q_d, \mathcal{F}, Q_d^f, \Delta_d)$
  Δは以下の通り
  $a \to \{q\}$, $g(\{q\}) \to \{q, q_g\}$,
  $g(\{q, q_g\}) \to \{q, q_g, q_f\}$, $g(\{q, q_g, q_f\}) \to \{q, q_g, q_f\}$,
  $f(\{q\}, \{q\}) \to \{q\}$, $f(\{q, q_g\}, \{q\}) \to \{q\}$,
  $f(\{q, q_g, q_f\}, \{q\}) \to \{q\}$, $f(\{q\}, \{q, q_g\}) \to \{q\}$,
  $f(\{q, q_g\}, \{q, q_g\}) \to \{q\}$, $f(\{q, q_g, q_f\}, \{q, q_g\}) \to \{q\}$,
  $f(\{q\}, \{q, q_g, q_f\}) \to \{q\}$, $f(\{q, q_g\}, \{q, q_g, q_f\}) \to \{q\}$,
  $f(\{q, q_g, q_f\}, \{q, q_g, q_f\}) \to \{q\}$
  $Q_d^f = \{\{q, q_g, q_f\}\}$
- 問2-1: スライド1 p.10問1のNFTAをDFTAに変換せよ。

反復補題

- 正規木言語ではない木言語の例：

  $\{f(g^m(a), g^m(a)) \mid m \geq 0\}$

  $\{g^m(h^m(a)) \mid m \geq 0\}$

  ここで、$g^m(a) = \underbrace{g(g(\cdots g}_{k}(a)\cdots))$

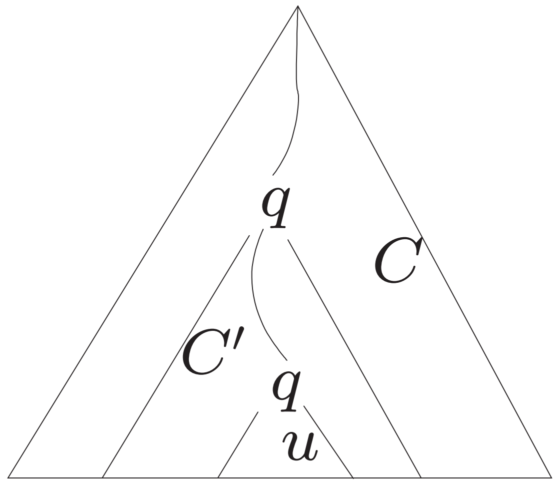
- 反復補題

  Lを正規木言語とするときkが存在して、$|t| \geq k$なる任意の$t \in L$ついても以下を満たす分解$t = C[C'[u]]$がある。

  1. $C' \notin \mathcal{X}$

  2. $\forall n \geq 0,\ C[C'^n[u]] \in L$

- 略証 : Lを認識するNFTAをAとし、その状態数をkとする。$|t| \geq k$なる$t \in L$を考えると、あるパスに同じ状態が２度現れる



図のように、C,C',uを定めれば、

$$t = C[C'[u]] \to_A^* C[C'[q]] \to_A^* C[q] \to_A^* q_f \in Q^f$$

よって、

$$C[C'^n[u]] \to_A^* C[C'^n[q]] \to_A^* C[C'^{n-1}[q]] \to_A^* \cdots \to_A^* C[q] \to_A^* q_f \in Q^f$$

- $L = \{f(g^m(a), g^m(a)) \mid m \geq 0\}$が正規木言語でないことの証明
  - Lが正規木言語と仮定すると、反復補題が定めるkが存在する。$t = f(g^m(a), g^m(a))$ $(m \geq k)$を考えると、反復補題の**1.2.**を満たす分解$t = C[C'[u]]$が存在する。
  - $C \in \mathcal{X}$のとき、$C' = f(g^\ell(x_1), g^m(a))$ $(0 \leq \ell \leq m)$、$u = g^{m-\ell}(a)$である。反復補題より$C[u] \in L$であるが、$C[u] = u \notin L$であるため、矛盾する
  - $C = f(g^\ell(x_1), g^m(a))$ $(0 \leq \ell < m)$のとき、$C' = g^{\ell'}(x_1)$、$u = g^{m-\ell-\ell'}(a)$ $(0 < \ell' \leq m - \ell)$である。反復補題より$C[u] \in L$であるが、$C[u] = f(g^{m-\ell'}(a), g^m(a)) \notin L$であるため、矛盾する

- **問2-2:** $\mathcal{F} = \{f(,), a, b\}$とし、$t$中の出現する記号$a$の数を$|t|_a$で表すとする。このとき、木言語$L = \{t \in \mathsf{T}(\mathcal{F}) \mid |t|_a = |t|_b\}$が正規木言語でないことを示せ。
  ヒント：Lの要素$f(f(f(\cdots, a), a), f(f(\cdots, b), b))$を考えよ