名古屋大学 2010年11月22日(月) 13:00-14:30 S2Y

平成22年度 工V系(社会環境工学科) 第7回 電磁気学 I
天野 浩

項目

電気双極子、種々の帯電体による電界と電位の計算法

＊本日は二つの事柄、即ち
①電気双極子、及び
②種々の帯電体と電界、電位の計算法の実際
を学びます。

電気双極子の考え方の応用例

＊分極・・・固体やガスなどで生じる。

物質名	比誘電率
チタン酸バリウム	約5,000
水	80.4
アルコール	16～31
ガラス	5.4～9.9
木材	2.5～7.7
雲母	7.0
紙	2.0～2.6
空気	1.00059

強誘電体

圧電スピーカ

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

真空の誘電率 $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} [F/m]$

http://f.hatena.ne.jp/koki-h/20090428190100

•空気＝絶縁体

- 電界があまりに大きくなると絶縁も壊れる。
- →空気の絶縁が壊れると…

http://www.aobaya.jp/photo1.html

空気の絶縁破壊電界は
約30[KV/cm]
と言われている。

誘電体を使うと何がよいのか？

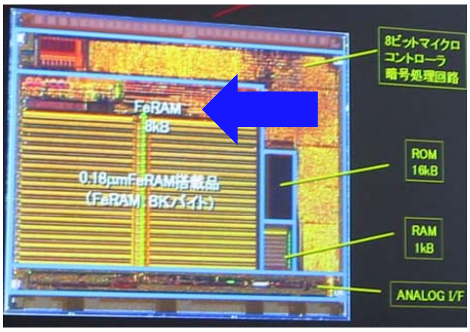
コンデンサ(キャパシタ)容量 $$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

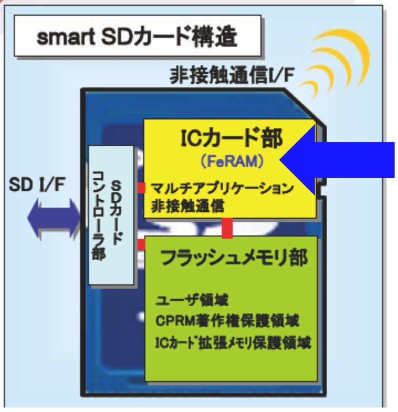
ε：誘電率　　S：面積　d：電極間隔

Q=C･Vなので、同じ電圧ならばCが大きい方がQが大きい！

誘電率の大きい材料を用いると、同じ面積、同じ電圧、同じ厚さで、蓄える電荷量を増やすことができる！

誘電体に関する最近のエレクトロニクスの話題





学生証にもFeRAM

FeRAMは、構造などが[DRAM]に似ていて、[フラッシュメモリ]の10倍以上に及ぶ高速な読み書きが可能である。また、信頼性の面においてもフラッシュメモリ、[EEPROM]に比べて格段に上と言われている。

FeRAM:強誘電体メモリ

http://ascii.jp/elem/000/000/344/344538/
http://www.sony.co.jp/SonyInfo/News/Press/200510/05-055/
http://journal.mycom.co.jp/news/2003/07/09/11bl.jpg
http://www.usc-sbc.com/felica/index.htm

静電容量の定義

1. 空間に孤立した導体に電荷Q[C]が帯電しており、その時の導体の電位がV[V]であるとき、その導体の静電容量Cは

$$C = \frac{Q}{V} [C/V \Rightarrow F]$$

単位はファラッド

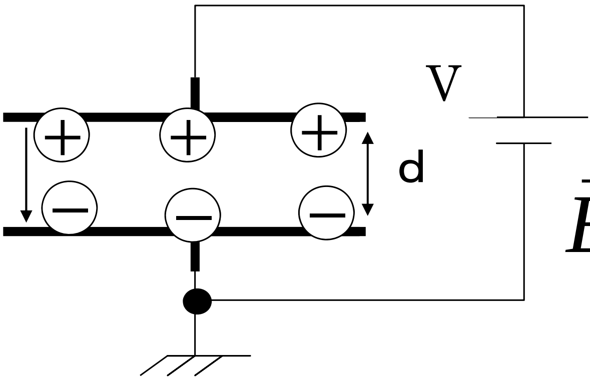
2. 空間の二つの導体に電荷＋Q[C]、-Q[C]が帯電しており、導体間の電位差がV[V]であれば、その導体間の静電容量は

$$C = \frac{Q}{V} [F]$$

電荷を蓄えられるように配置した1対の導体をキャパシタ、またはコンデンサと呼ぶ。

空気以外の絶縁体(誘電体、不導体)

真空中の場合の平行平板コンデンサ



電界

$$\vec{E} = -\nabla\varphi[V/m]$$

電束密度ベクトル

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}[C/m^2]$$

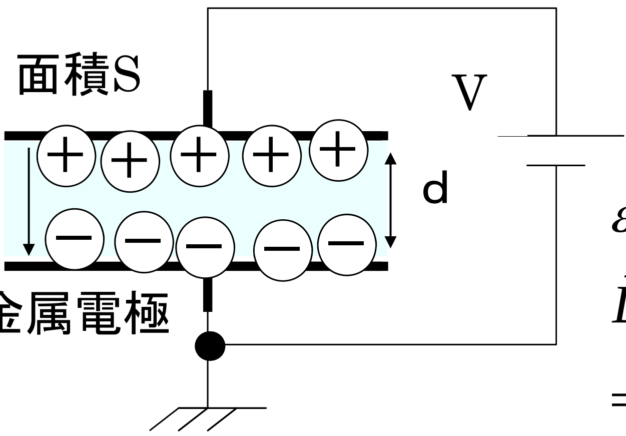
電極の全電荷

Q=C・V=D・S[C]

$$E = \frac{V}{d}, C = \varepsilon_0\frac{S}{d}$$

空気以外の絶縁体(誘電体、不導体)

電極間に誘電体を挟んだ時、誘電率がε_0からεに変わったとする。



$\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$ として、ε_rを比誘電率と呼ぶ。X線領域以外では、$\varepsilon_r>1$

$$\varepsilon_r = 1 + (\varepsilon_r - 1)$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon_0\{1 + (\varepsilon_r - 1)\}\vec{E}$$

$$= \varepsilon_0\vec{E} + \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}$$

$$= \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}[C/m^2]$$

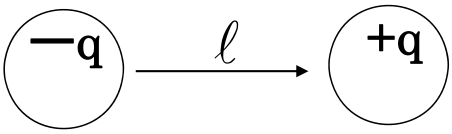
Pを分極ベクトルと呼ぶ。 単位[C/m²]

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}[C/m^2]$$

空気以外の絶縁体(誘電体、不導体)

分極とは何か?

→　物質内部で、電気的に中性であったものが、電荷が発生する現象。



$$\vec{P} = \sum_i \vec{m}_i$$

$$\vec{m} = q\vec{\ell}$$

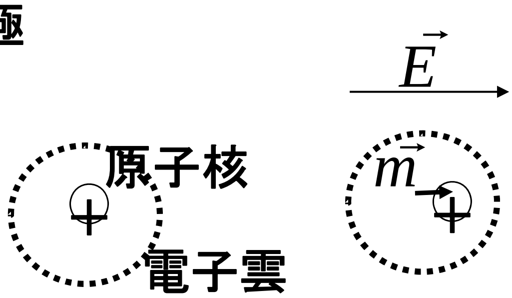
電気双極子　　ℓ は微小長さ、　mは電気双極子モーメント

物質内部に発生する電気双極子の総和が**分極**P

空気以外の絶縁体(誘電体、不導体)

分極の種類

1.　電子による分極



＊各原子における正電荷(原子核)と負電荷(電子)の重心位置のずれにより、電気双極子が発生する。

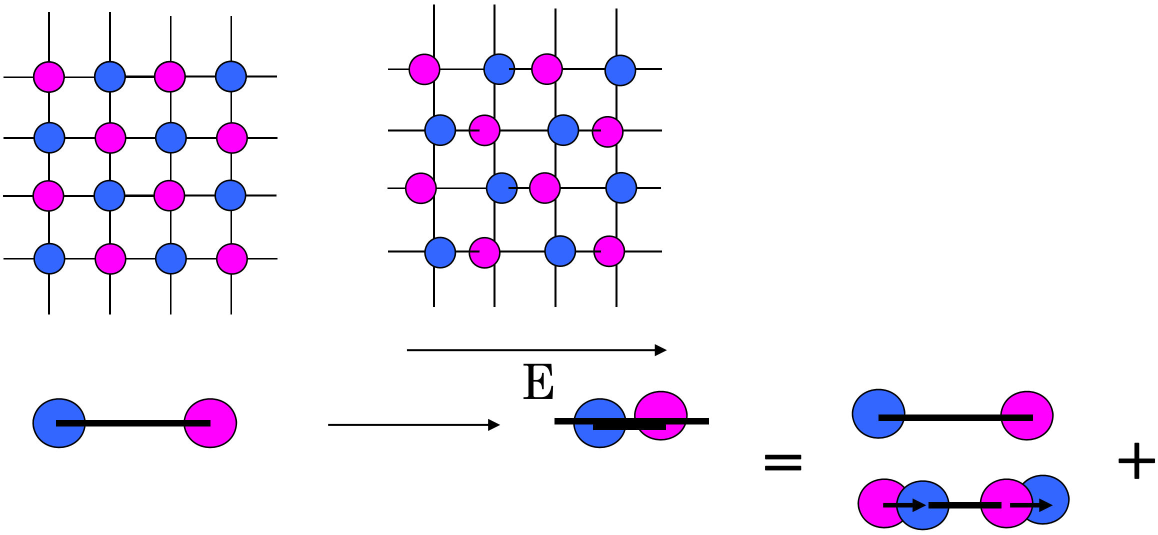
＊特徴:電子は、原子核に強く束縛されているので、それほど大きくない。

＊電子は軽いので、早い周波数にも対応する。

空気以外の絶縁体(誘電体、不導体)

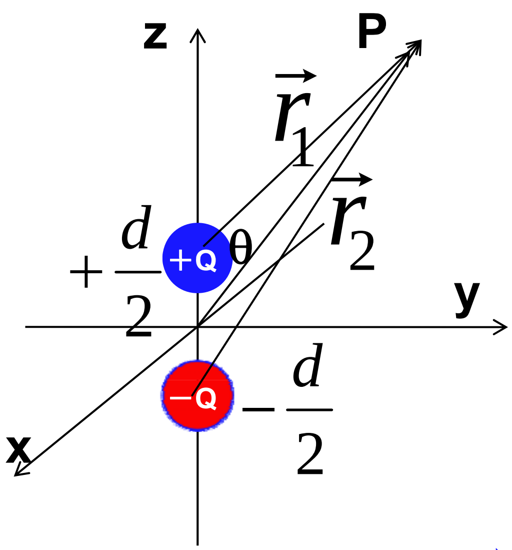
2.　イオン分極

NaClのような結晶を考える。 Na：正イオン（青） Cl：負イオン(赤紫)



元の格子＋ずれた格子位置に電気双極子を配置することと同じ。
特徴：格子振動に対応するので、赤外領域まで追随する。

電気双極子とは?



短い距離d[m]だけ離れた±Q[C]の電荷対

Q7-1　Pの電位は？

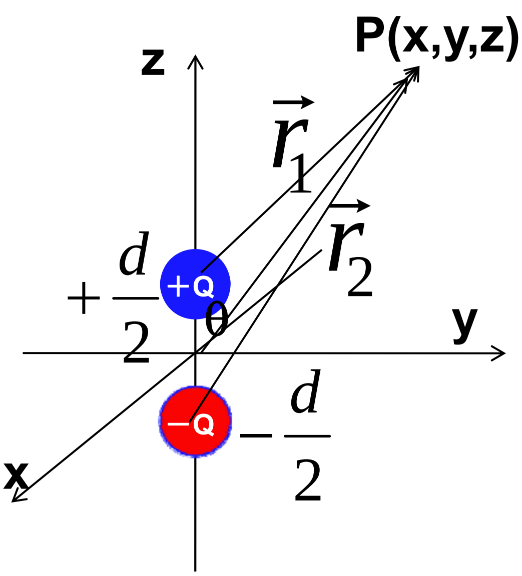
d<<rなので
$$\begin{cases} r_1 \approx r - \frac{d}{2}\cos\theta, \\ r_2 \approx r + \frac{d}{2}\cos\theta \end{cases}$$

$$V \approx \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\cos\theta}{r^2 - \frac{d^2}{4}\cos^2\theta} \approx \frac{Qd}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^2}$$

電気双極子モーメントp[C･m]を定義する。 $\vec{p} = Q\cdot\vec{d}$

$$V \approx \frac{Qd}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^2} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^2}$$

電気双極子による電界　デカルト座標系 (Cartesian Coordinate)



$$\vec{r}_1 = (x, y, z - \frac{d}{2}), \vec{r}_2 = (x, y, z + \frac{d}{2})$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Q7-2　電界を求めなさい。

電気双極子による電界　極座標系(Polar Coordinate)

第3回講義ノートより

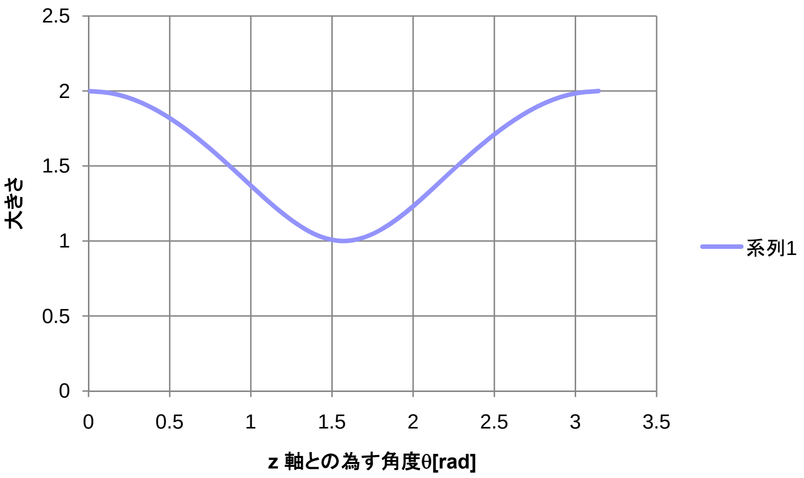
	直交座標	円筒座標	極座標
$\nabla \phi$	$\frac{\partial \phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \phi}{\partial z}\vec{k}$	$\frac{\partial \phi}{\partial r}\vec{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\vec{i}_\varphi + \frac{\partial \phi}{\partial z}\vec{i}_z$	$\frac{\partial \phi}{\partial r}\vec{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \theta}\vec{i}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\vec{i}_\varphi$

$$\vec{E} = -\nabla V \qquad V \approx \frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^2}$$

Q7-3　極座標を用いて、電界を求めなさい。

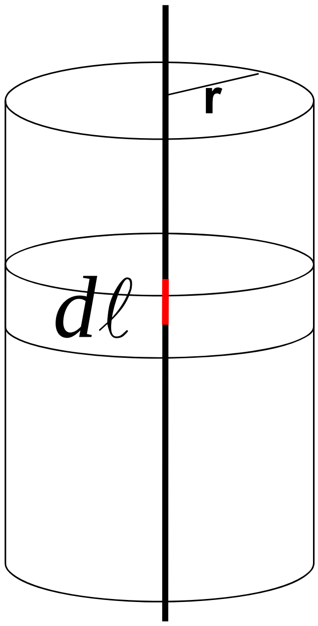
電界の大きさ

$$\left|E\right| = \sqrt{E_r{}^2 + E_\theta{}^2} \approx \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$$



$\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$ のグラフ

無限の長さの導線に単位長さ当たりq[C/m]の電荷が与えられている時，　この導線から垂直距離r[m]だけ離れている地点Pでの電界の方向および大きさ、及び電位は？



上下方向の電界は無い

内部の電荷

ガウスの法則を使うと $\oint\!\!\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = \Sigma q$

dℓ×2πr×D=q×dℓ

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}[V/m]$$

電界の向きは、導線に対して垂直方向外向き

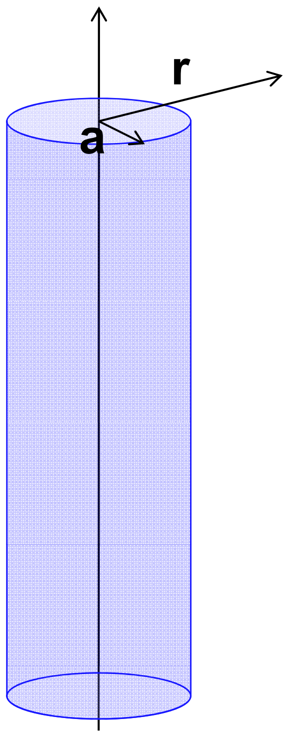
電位は

発散する。

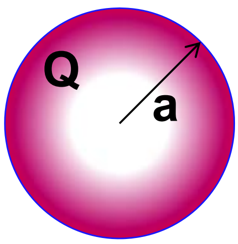
$$V = -\int_\infty^r \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}dr = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}(\log r - \log\infty)[V]$$

距離r_1とr_2の電位差は？ $V = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\log\frac{r_2}{r_1}[V]$

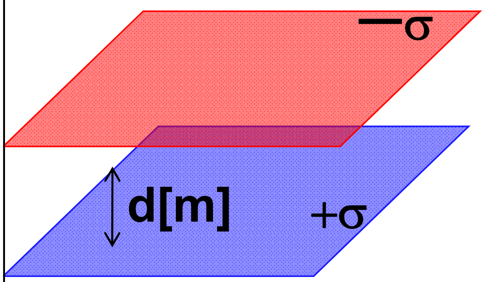
Q7-4　長さが無限で単位長さ当たりq[C/m]に帯電した半径a[m]の中空円筒のr方向の電界分布を求めよ。



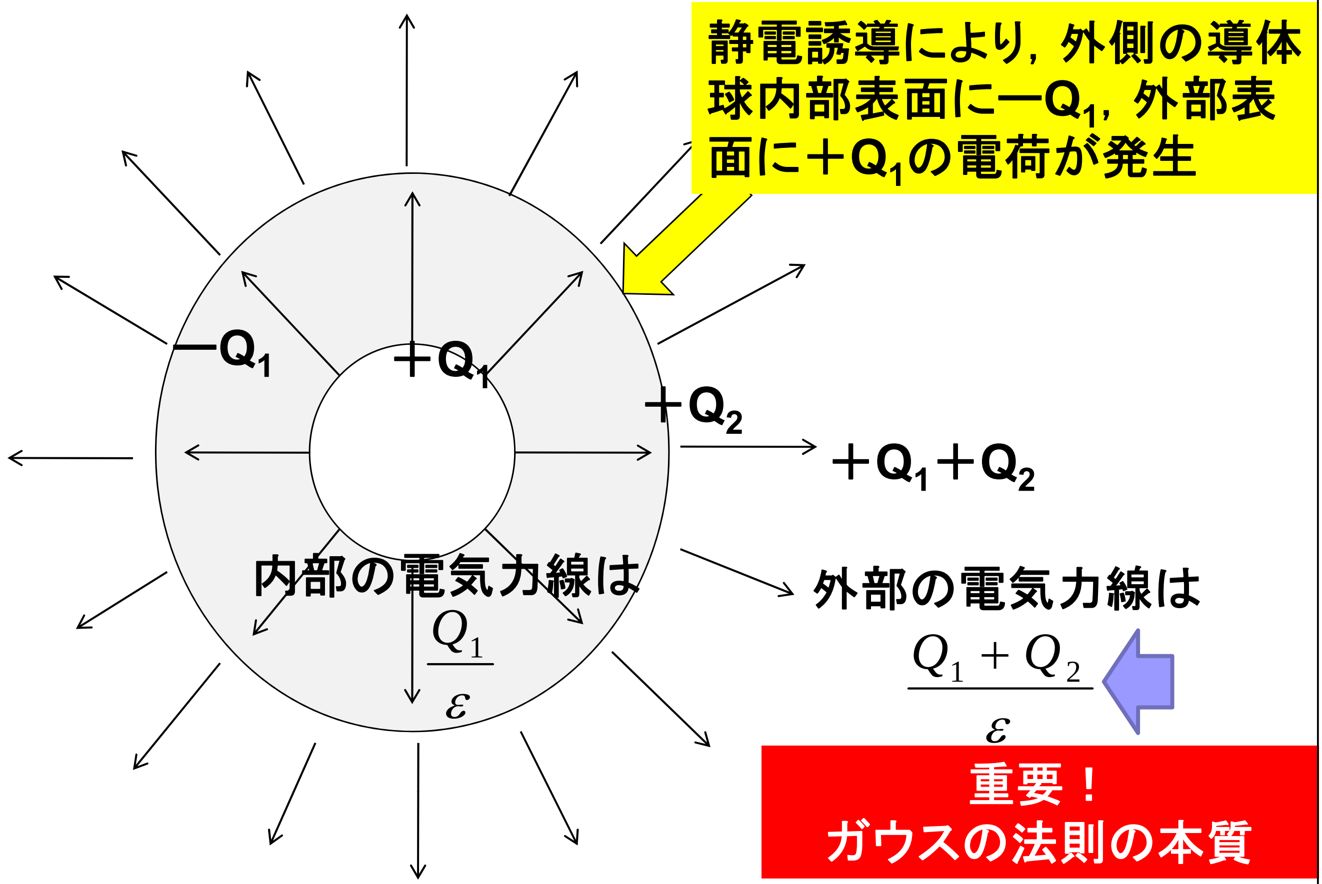
Q7-5　半径a[m]の球導体の表面上にのみ電荷Q[C]が一様に分布している。電界と電位分布を求めなさい。



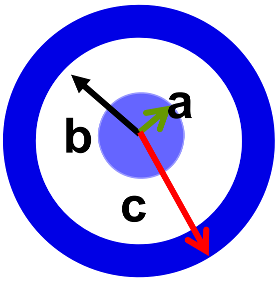
Q7-6　2枚の無限に広い平行導体板がそれぞれ＋σ、－σ[C/m²]だけ帯電している。導体板間距離をd[m]とすると、電界分布はどうなるか？また、2枚の導体板間の電位差はどれだけか？



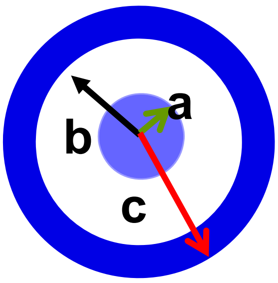
同心球の導体の場合の電気力線
内側の導体球に＋Q_1, 外側の導体球に＋Q_2の電荷を与えた場合



Q7-7　図のように、真空におかれた2個の同心球導体を考える。内球の半径はa[m]、外球の内側の半径はb[m]、外側の半径はc[m]である。
(1)内導体球に電荷Q[C]、外導体球に電荷0[C]与えた時の電界分布及び電分布を求めよ。
(2) 内導体球に電荷0[C]、外導体球に電荷Q[C]与えた時の電界分布及び電分布を求めよ。
(3)内導体球に電荷Q[C]、外導体球に電荷－Q[C]与えた時の電界分布及び電分布を求め



Q7-7　図のように、真空におかれた2個の同心球導体を考える。内球の半径はa[m]、外球の内側の半径はb[m]、外側の半径はc[m]である。
(2) 内導体球に電荷0[C]、外導体球に電荷Q[C]与えた時の電界分布及び電分布を求めよ。



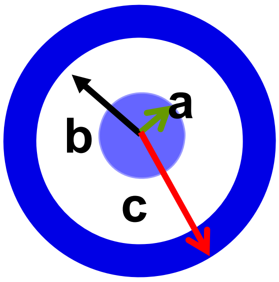
0<r<cでは、内部に電荷が無いのでE=0[V/m]

r>cでは $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}[V/m]$

r>cでは $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}[V]$

r<cでは $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{c}[V]$

Q7-7 図のように、真空におかれた2個の同心球導体を考える。内球の半径はa[m]、外球の内側の半径はb[m]、外側の半径はc[m]である。
(3)内導体球に電荷Q[C]、外導体球に電荷－Q[C]与えた時の電界分布及び電分布を求め



本日のまとめ

•7問中何問正解したか？

•電気双極子について、自分なりにまとめよ。

•導体内の電界及び電位は理解できたか？

•導体球、無限導線、無限導体板それぞれの電界と電位分布を自分なりにまとめよ。

•次回11月29日(月)は、理解度チェックテストを行います。必ず電卓を持参してください。