名古屋大学

2010年12月13日(月) 13:00-14:30 S2Y

平成22年度 工V系(社会環境工学科) 第10回 電磁気学Ⅰ

天野 浩

項目

誘電体 コンデンサに蓄えられるエネルギー

•本日は、コンデンサの静電容量を制御するための誘電体について学習します。

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

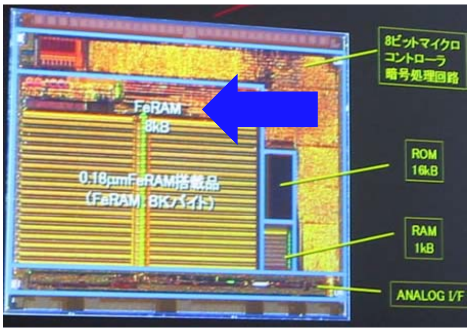
真空の誘電率 $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} [F/m]$

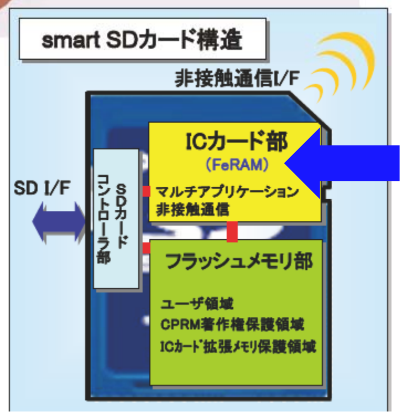
様々な材料の比誘電率ε_r

材料名	比誘電率
空気	1.000586
チタン酸バリウム	1200
水	80
石英ガラス	3.5~4.0
エポキシ樹脂	2.5~6
ポリエチレンテレフタレート(PET)	2.9~3
ナイロン	3.5~5.0

誘電体に関する最近のエレクトロニクスの話題

※カードの印刷はサンプルです。





学生証などにもFeRAM

FeRAMは、構造などがDRAMに似ていて、フラッシュメモリの10倍以上に及ぶ高速な読み書きが可能である。また、信頼性の面においてもフラッシュメモリ、EEPROMに比べて格段に上と言われている。

FeRAM:強誘電体メモリ

http://ascii.jp/elem/000/000/344/344538/
http://www.sony.co.jp/SonyInfo/News/Press/200510/05-055/
http://journal.mycom.co.jp/news/2003/07/09/11bl.jpg
http://www.usc-sbc.com/felica/index.htm

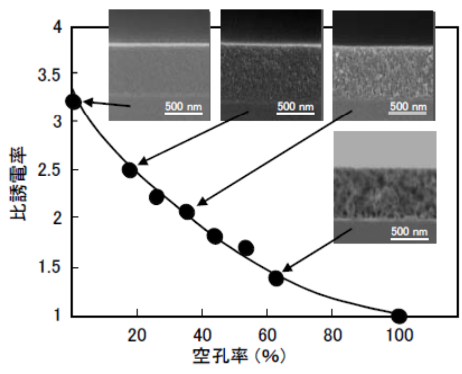
低い誘電率材料もエレクトロニクスには重要

LSIの層間絶縁には低誘電率材料

MIRAIプロジェクトより

＊RC直列回路の時定数はCR
→高速化にはRとCを小さくする必要

＊Cが大きい→浮遊容量大きい→ノイズ、誤動作



富士通ジャーナルより

http://img.jp.fujitsu.com/downloads/jp/jmag/vol56-4/paper02.pdf

誘電体の役割
＊絶縁
＊電荷を溜める

誘電体を使うと、何がよいのか?

コンデンサ(キャパシタ)容量 $$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

ε：誘電率　　S：面積　　d：電極間隔

Q=C・Vなので、同じ電圧ならばCが大きい方がQが大きい。

→ 誘電率の大きい材料を用いると、同じ面積、同じ電圧、同じ厚さで、蓄える電荷量を増やすことができる！

•空気＝絶縁体

•電界があまりに大きくなると絶縁も壊れる。
•→空気の絶縁が壊れると…

http://www.aobaya.jp/photo1.html

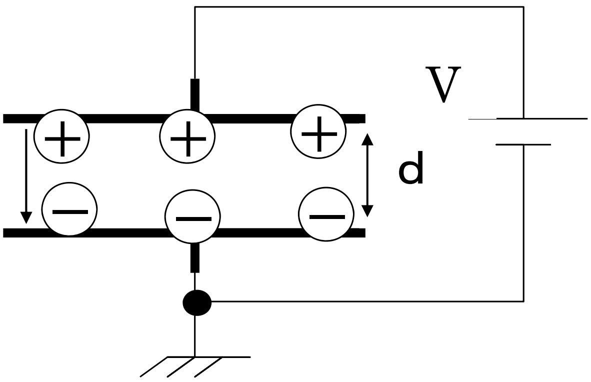
空気の絶縁破壊電界は
約30[KV/cm]
と言われている。

Q10-1 アルミニウム薄膜で表面をコーティングされた、空気中に浮かぶ半径50[m]の球形アドバルーンが帯電できる最大の電荷量[C]を求めよ。空気の絶縁破壊電界は3×10^4[V/cm]である。また、空気の誘電率$\varepsilon=8.854\times10^{-12}$[F/m]である。

空気以外の絶縁体(誘電体、不導体)

真空中の場合の平行平板コンデンサ

面積S
金属電極



電界

$$\vec{E} = -\nabla\varphi[V/m]$$

電束密度ベクトル

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}[C/m^2]$$

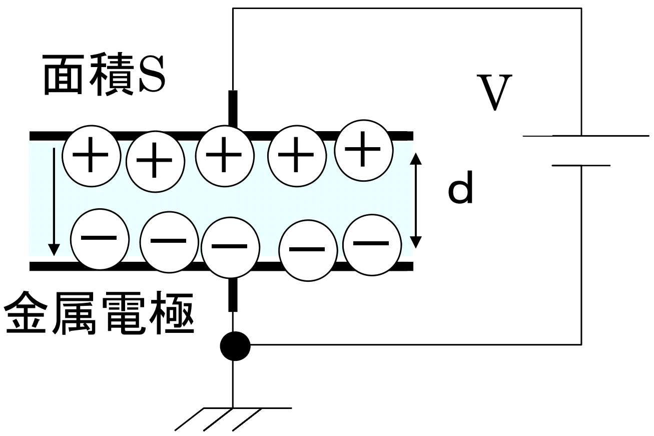
電極の全電荷

Q=C・V=D・S[C]

$$E = \frac{V}{d}, C = \varepsilon_0\frac{S}{d}$$

空気以外の絶縁体(誘電体、不導体)

電極間に誘電体を挟んだ時、誘電率がε_0からεに変わったとする。



$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$ として、ε_rを比誘電率と呼ぶ。
X線領域以外では、$\varepsilon_r>1$

$$\varepsilon_r = 1 + (\varepsilon_r - 1)$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon_0\{1 + (\varepsilon_r - 1)\}\vec{E}$$

$$= \varepsilon_0\vec{E} + \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}$$

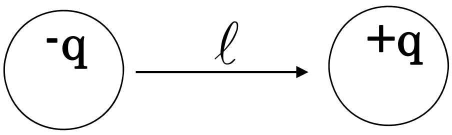
$$= \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}[C/m^2]$$

Pを分極ベクトルと呼ぶ。 単位[C/m²]

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}[C/m^2]$$

空気以外の絶縁体(誘電体、不導体)

分極とは何か?
→ 物質内部で、電気的に中性であったものが、電荷が発生する現象。



$$\vec{P} = \sum_i \vec{m}_i$$

$$\vec{m} = q\vec{\ell}$$

電気双極子

ℓ は微小長さ、 mは電気双極子モーメント

物質内部に発生する電気双極子の総和が分極P

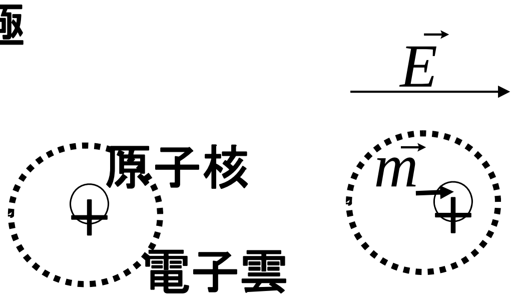
電気双極子に関しては第7回講義資料参照

Q10-2　真空中に点電荷q[C]があるとき、距離r[m]離れた点の電束密度D[C/m²]を求めなさい。

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q$$

分極の種類

1.　電子による分極

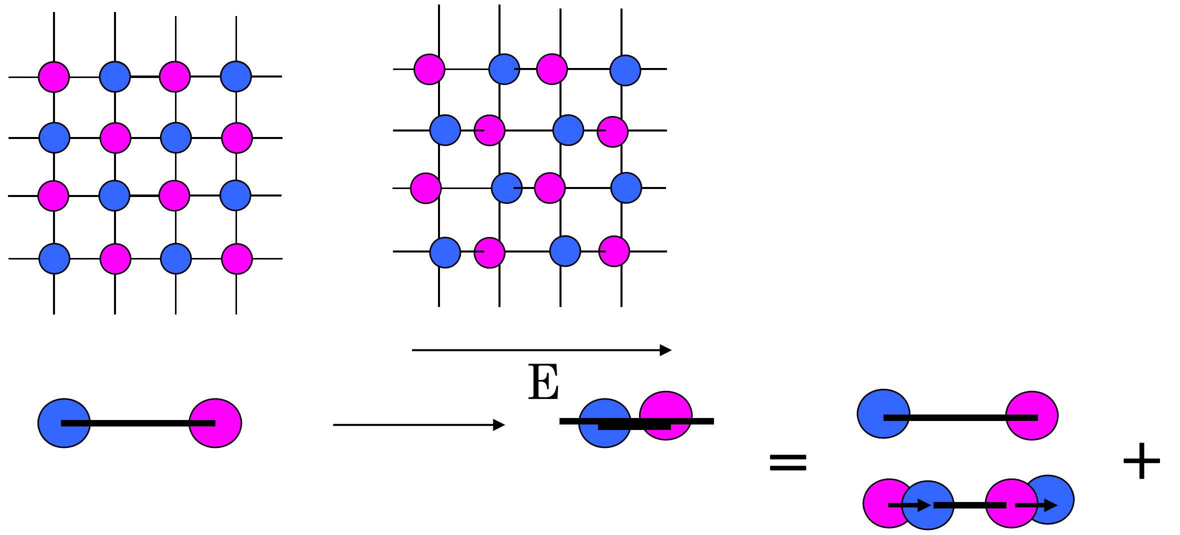


＊各原子の正電荷(原子核)と負電荷(電子)の重心位置のずれにより、電気双極子が発生する。
＊特徴:電子は、原子核に強く束縛されているので、それほど大きくない。
＊電子は軽いので、早い周波数にも対応する。

分極の種類

2.　イオン分極

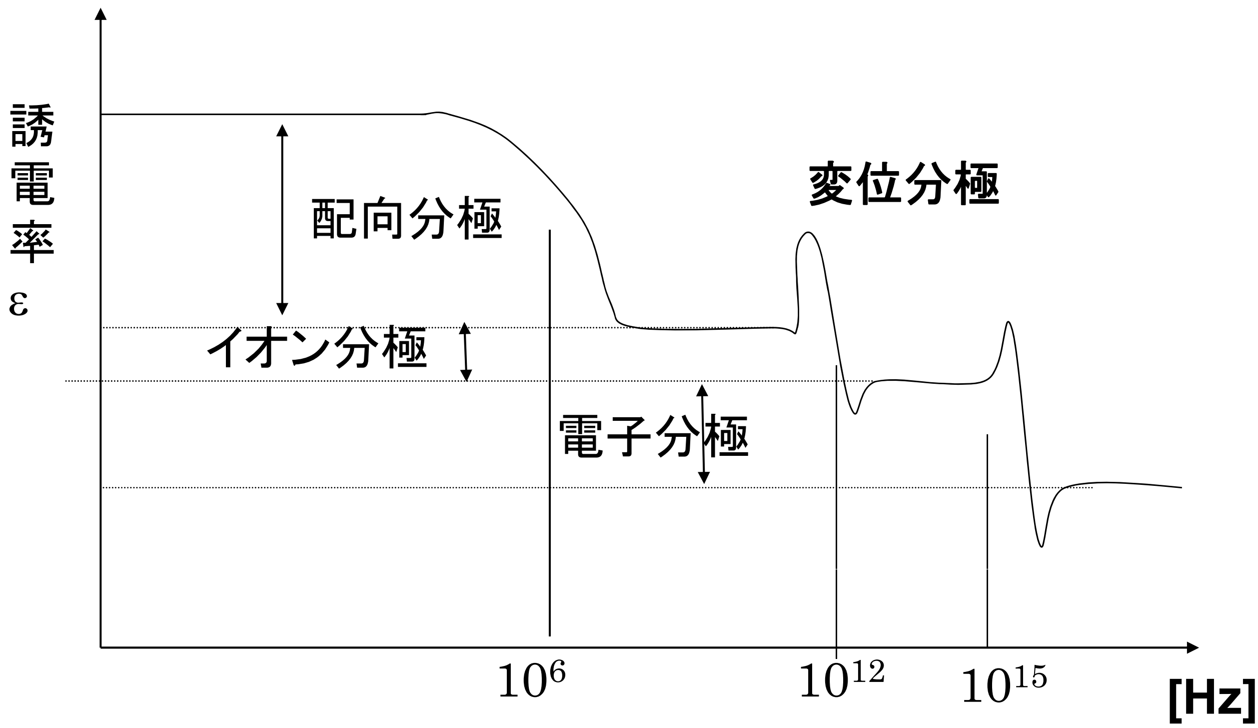
NaClのような結晶を考える。 Na：正イオン（青） Cl：負イオン(赤紫)



元の格子＋ずれた格子位置に電気双極子を配置することと同じ。
特徴：格子振動に対応するので、赤外領域まで追随する。

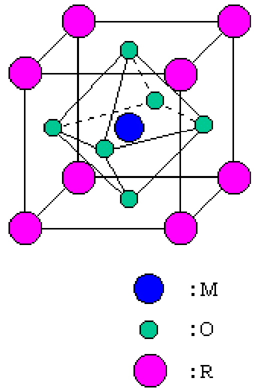
分極の種類

その他、極性ガスでの配向分極などがある。



一般的材料の誘電率の周波数依存性の概略

強誘電体材料の例



ペロブスカイト構造

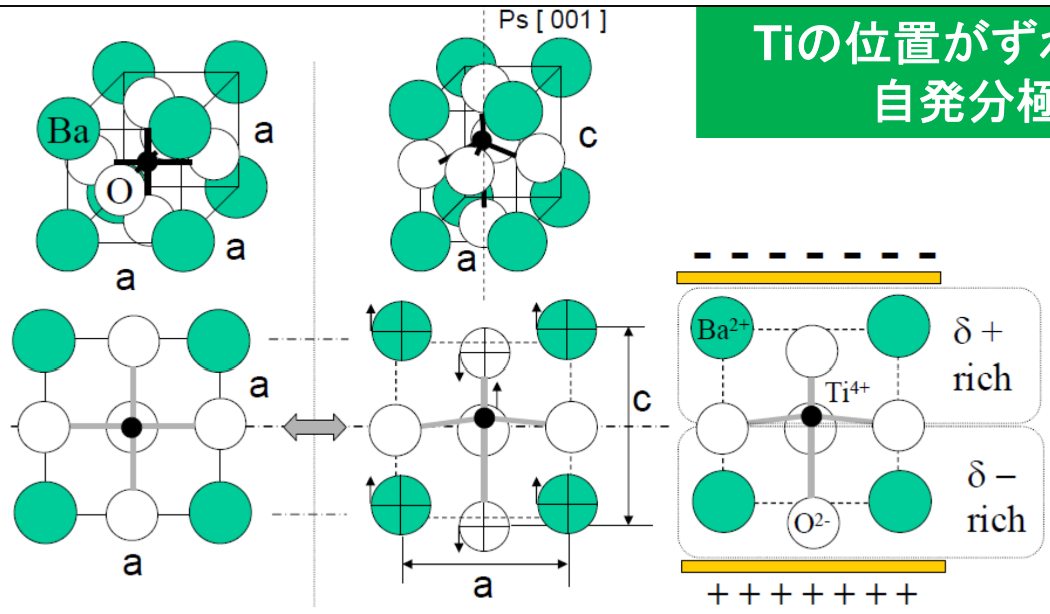
例　$BaTiO_3$（チタン酸バリウム）

RMO_3

強誘電体・圧電体理解に関する図集
2007年1月版
楠本慶二著

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/ja/3/39/SCcrystal.png

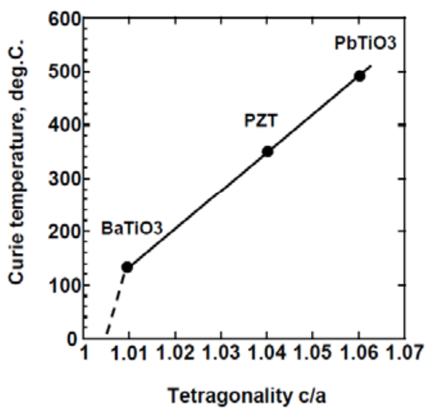
Tiの位置がずれているために自発分極が生じる



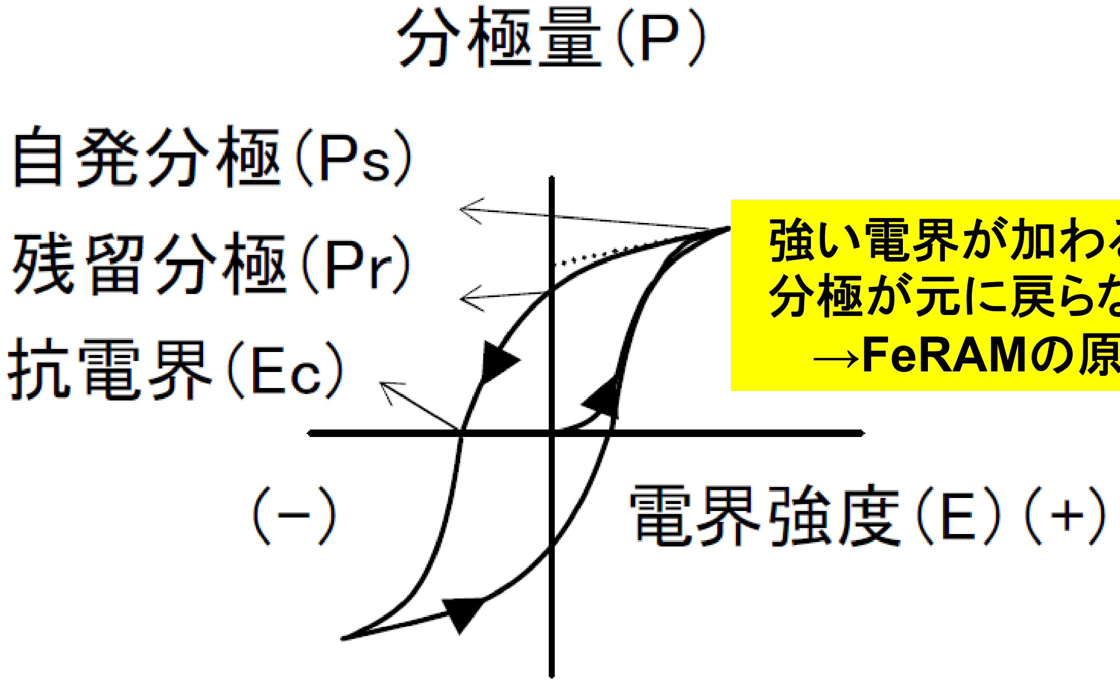
立方晶　　　正方晶

分極なし　　**分極あり**

正方晶と立方晶の相転移温度



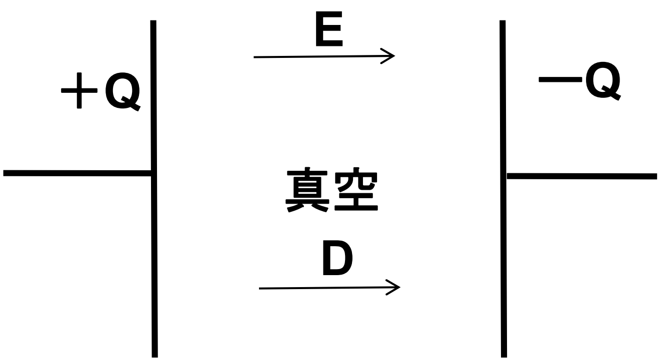
強誘電体材料の特徴



強い電界が加わると、
分極が元に戻らない。
→FeRAMの原理

典型的な強誘電体材料の分極量Pの電界強度E依存性

誘電体による電界ベクトルと電束密度ベクトルの変化



真空中の電界ベクトル

$$\vec{E}$$

真空中の電束密度ベクトル

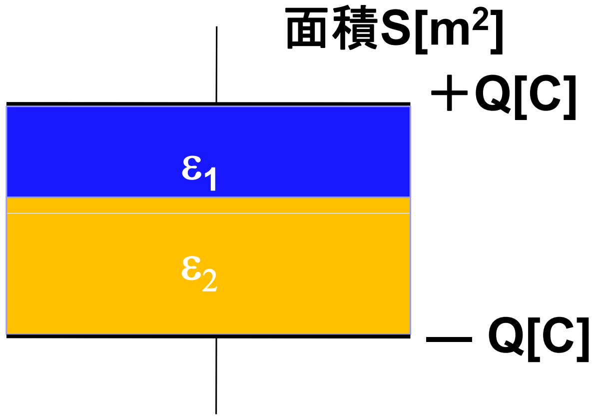
$$\vec{D}$$

誘電体中の電界ベクトル

誘電体中の電束密度ベクトル

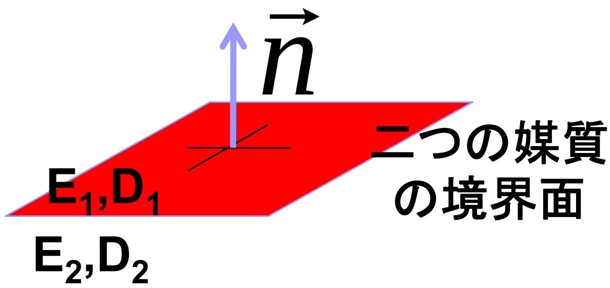
誘電体には、電界を弱める作用がある。

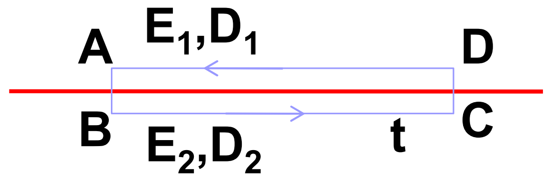
前回の復習
異なる誘電体材料が接している場合は、どのように考えればよいか？



コンデンサの断面図

異なる誘電体が接している場合の電界の考え方





境界面に垂直に極めて薄い長方形ABCDを考える

電界を周回積分したらゼロのはず $\oint_{ABCD} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$

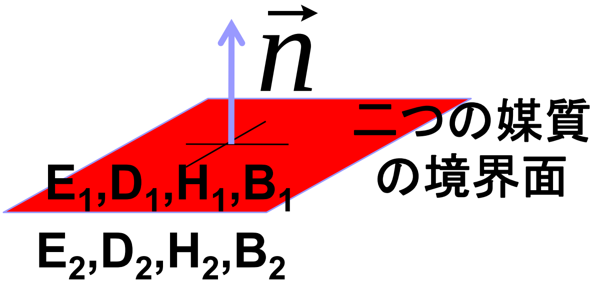
ABCDは極めて薄いので、ABの積分およびCDの積分は無視する。
単位接線ベクトルをtとする。

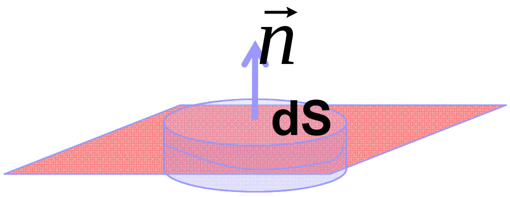
$$\oint_{ABCD} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = BC \cdot \vec{t} \cdot \vec{E}_2 - DA \cdot \vec{t} \cdot \vec{E}_1 = 0$$

BC=DAなので $\vec{E}_1 \cdot \vec{t} = \vec{E}_2 \cdot \vec{t}$

すなわち、二つの誘電体の界面における電界E_1,E_2の<u>接線</u>成分は等しい。

異なる絶縁体が接している場合の電束密度の考え方





境界面に対して垂直に底面積dSの微小円筒で取り囲む。境界面での面電荷密度をωとする。

ガウスの法則より

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$$

$$= \vec{D}_1\cdot\vec{n}dS - \vec{D}_2\cdot\vec{n}dS$$

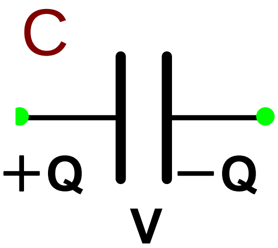
$$= \omega\cdot dS$$

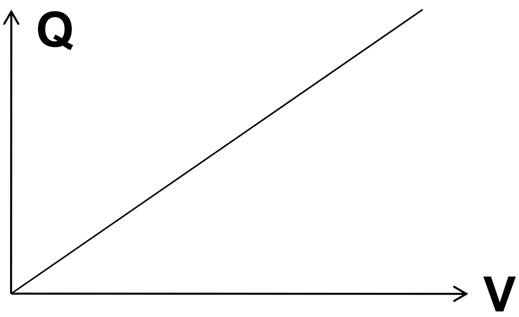
$$\therefore (\vec{D}_2-\vec{D}_1)\cdot\vec{n} = -\omega$$

境界面に電荷がない場合 $(\vec{D}_2-\vec{D}_1)\cdot\vec{n} = 0$

誘電体境界面上における電束密度D_2,D_1の法線成分は等しい。

コンデンサに蓄えられるエネルギー



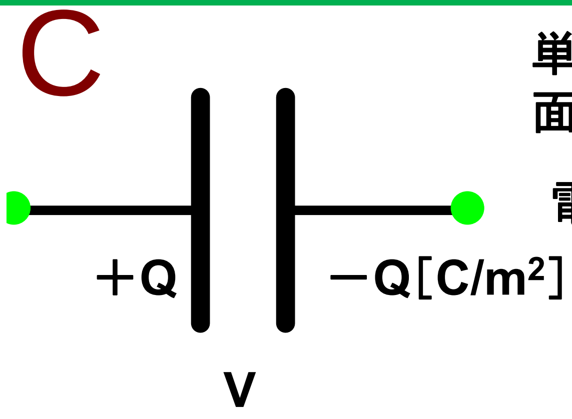


- 平行平板コンデンサの場合、コンデンサに溜まる電荷Qと平板間の電圧Vは、コンデンサの静電容量をCとするとQ=CV
- 電圧がゼロの状態からVまで充電したとすると、dVだけ電圧が変化したときQ×dVだけエネルギーが増えるので、エネルギーの増加分は

$$\int_0^V Q\cdot dV = C\int_0^V V\cdot dV = \frac{1}{2}CV^2\,[J]$$

静電エネルギー

同じことを電界で考える場合



単位面積当たりの電荷＋Q、－Q[C/m²]、面積S[m²]、電極間距離d[m]とする。

電極間の電界E[V/m]は、

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow V = E \cdot d$$

静電容量C[F]は、 $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

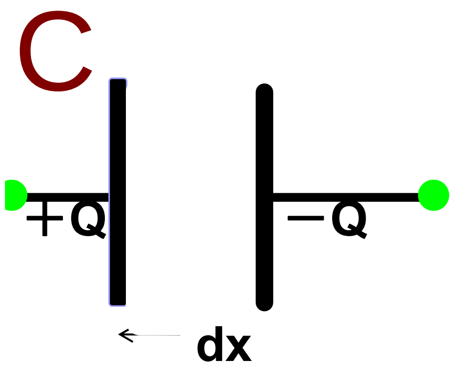
従って、静電エネルギーは

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{S}{d}(E \cdot d)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \times Sd$$

単位体積当たりの静電エネルギーとすると $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 [J/m^3]$

平行平板間に働く力

電荷Qが一定のとき



静電エネルギーは $W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}[J]$

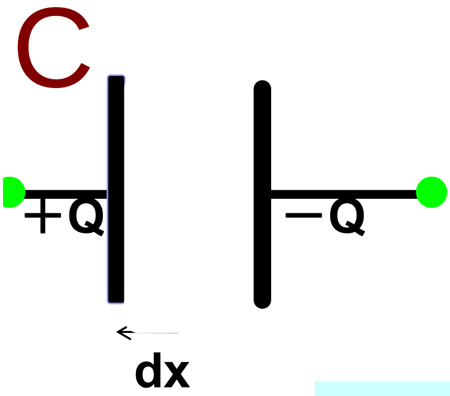
もともと平板間には、引力が働いており
その力をFとする。

＊Fに逆らって片方の平板をdxだけ動かすと、F･dxだけ仕事をしたことになる。
＊静電エネルギーはdWだけ変化する。
＊外部からのエネルギー供給がないので、変化分の総和はゼロ

$$F \cdot dx + dW = 0 \Rightarrow F = -\frac{dW}{dx}[N]$$ **引力**

平行平板間に働く力

電圧Vが一定のとき



静電エネルギー$W = \frac{1}{2}CV^2[J]$

•電圧Vを維持するために電荷Qが変化する。→電源から電荷が供給される。

$$F \cdot dx + dW = V \cdot dQ$$

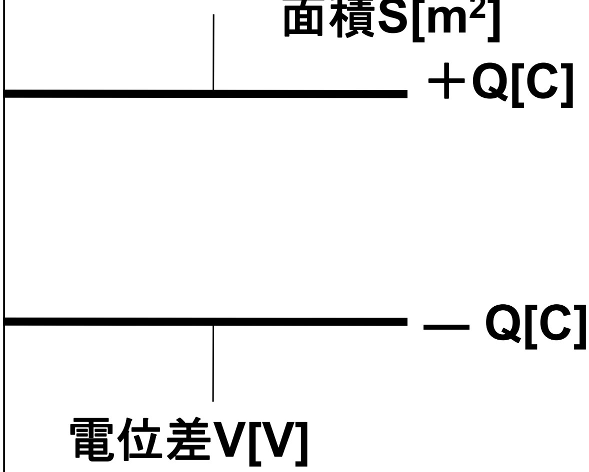
$$dW = \frac{1}{2}dC \cdot V^2$$

$$V \cdot dQ = dC \cdot V^2$$

$$\therefore F \cdot dx = dC \cdot V^2 - \frac{1}{2}dC \cdot V^2 = dW \Rightarrow F = \frac{dW}{dx}[N]$$

斥力

コンデンサに蓄えられる静電エネルギーのまとめ



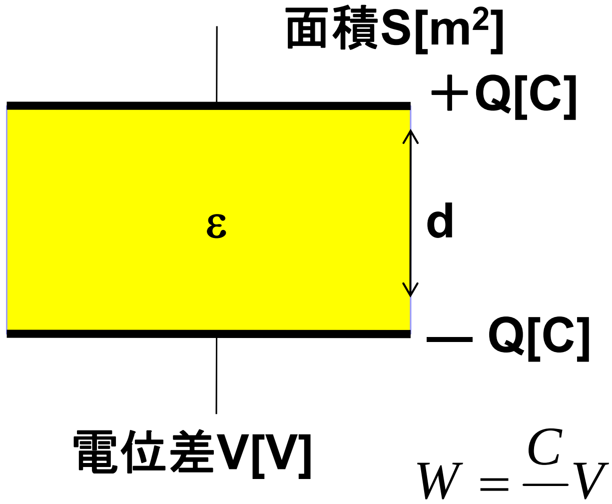
静電エネルギーWは $W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{C}{2}V^2[J]$

誘電体にかかる力Fは、

$F = -\frac{dW}{dx}[N]$ 電荷Qが一定(引力)

$F = \frac{dW}{dx}[N]$ 電圧Vが一定(斥力)

コンデンサに蓄えられる静電エネルギーと誘電体



電界ベクトルと電束密度ベクトルで書きなおすと

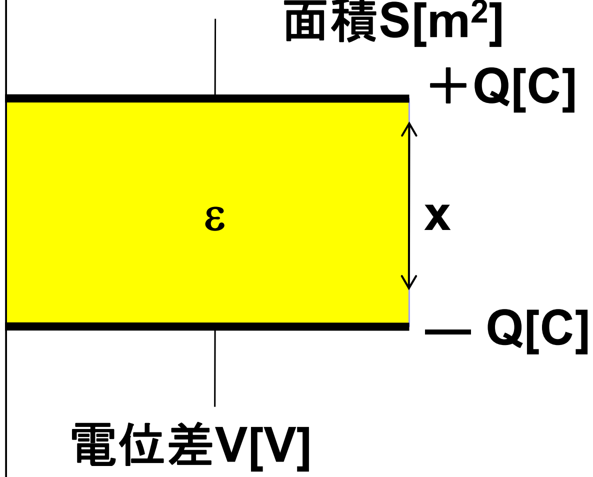
Wを書きなおすと

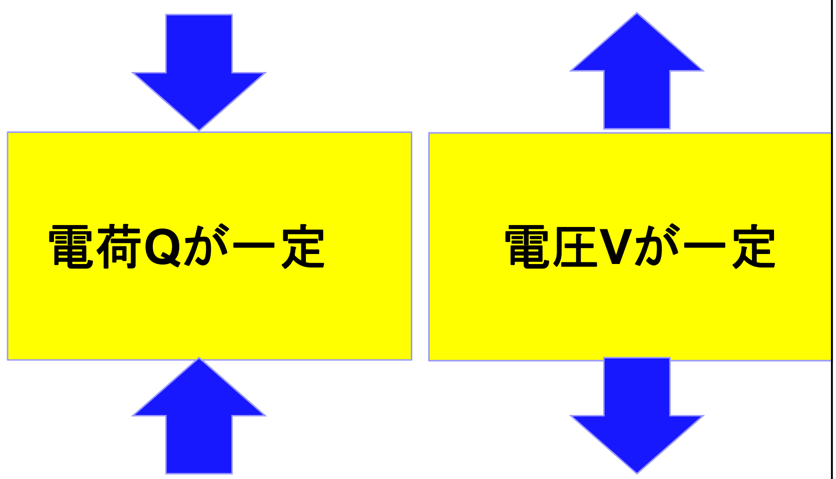
$$W=\frac{C}{2}V^2=\frac{QV}{2}=\frac{(D\cdot S)(E\cdot d)}{2}=\frac{ED}{2}Sd[J]$$

$$\therefore w=\frac{ED}{2}[J/m^3]$$

誘電体表面に働く力

誘電体には力が加わる！





(電極を離す方向を＋)

$$W=\frac{ED}{2}Sx[J]$$

電荷Qが一定(引力) $F=-\frac{dW}{dx}=-\frac{ED}{2}S[N]$

電圧Vが一定(斥力) $F=\frac{dW}{dx}=\frac{ED}{2}S[N]$

Q10-3　極板面積S[m²]、極板間隔d[m]の平行板コンデンサの極板間を誘電率εの誘電体で満たし、それぞれの極板に+σ[C/m²], －σ[C/m²]の面積密度の電荷を与えた。この平行板コンデンサの静電容量Cを下記の静電エネルギーの関係式から求めなさい。

$$W = \frac{D \cdot E}{2}(S \cdot d) = \frac{Q^2}{2C}[J]$$

Q10-4　内球の半径がa[m]、外球の半径がb[m]の同心球導体がある。内球に+Q[C]、外球に－Q[C]の電荷を与えたとき、内外球間に蓄えられる静電エネルギーを求めなさい。(電荷一定)

Q10-5　面積S[m^2] の同じ大きさの二枚の平行導体板が距離　d[m]で配置されている。次の各場合について、両導体間に働く力を求めなさい。
(1) 各導体板に＋Q[C]、－Q[C]の電荷が与えられた時。(電荷一定)
(2) 導体板間に一定電圧V[V]が印加された時。(電圧一定)

本日のまとめ

- 5問中、何問正解したか？
- 静電エネルギーを電荷と静電容量、および電圧と静電容量で表しなさい。
- 空気の絶縁破壊電界はどれくらいか。
- 誘電体内の分極を、電界と真空の誘電率および比誘電率で表しなさい。
- 二つの誘電体界面での電界の連続条件および電束密度の連続条件を説明しなさい。
- 強誘電体材料の特徴を書きなさい。
- 強誘電体材料は，どのような応用が考えられるか？