グラフ　（graph）

節点の有限集合　Ｖ　と，節点を結ぶ辺の有限集合　Ｅ　より作る
データ構造：　Ｇ　＝（Ｖ，Ｅ）

節点，頂点，点，vertex，node，point
辺，線，枝，弧，edge，line，branch，arc

隣接：　２つの節点が，辺で結ばれている．
隣接する節点ｘ，ｙに対し，辺を（ｘ，ｙ）と表す．

多重辺：　２節点を結ぶ辺が，複数存在するときの辺．

ループ：　１節点から，それ自身を結ぶ辺が存在する構造．

閉路：　ある節点ｘから，他の節点を経て，節点ｘに至る，
相異なる辺の，列．

単純グラフ：　多重辺，ループを含まないグラフ.

連結グラフ：　任意の２節点を結ぶ，辺の列が存在.

Ｇの部分グラフＧ１：　Ｇ に含まれる節点，辺を持つグラフ.

Ｇ ＝（Ｖ，Ｅ），Ｇ１ ＝（Ｖ１，Ｅ１）

Ｖ１は，Ｖ１⊆Ｖ.

Ｅ１は，Ｅ１⊆Ｅ であり，かつ，Ｖ１の節点を両端にもつ辺の，全て，もしくは，一部.

Ｇの真の部分グラフ：　Ｇ＝（Ｖ，Ｅ）

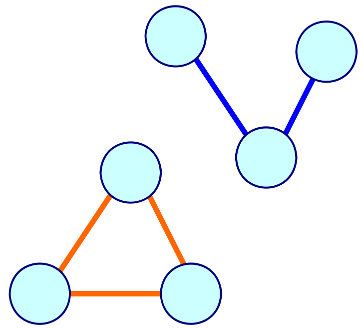
Ｖ１⊂Ｖ，もしくは，Ｅ１⊂Ｅ となる部分グラフ.

Ｇの誘導部分グラフ（Ｖ１，Ｅ１）：

Ｇの部分グラフであり，Ｅ１は，Ｅのうち，Ｖ１の節点を両端にもつ辺の全てを含む.

Ｇの連結成分：

他の連結グラフの真の部分グラフでない（＝ 極大となる），連結した誘導部分グラフ.　２つの連結成分　→



無向グラフ：　向きを持たない辺からなる.

辺（ｘ，ｙ）＝（ｙ，ｘ）.

有向グラフ：　向きを持つ辺からなる.

辺（ｘ，ｙ）≠（ｙ，ｘ）.　非対称な隣接関係.

ラベル：　辺に付けられた，特定の意味を持つ記号.

木（tree）

閉路を含まない，単純，連結，無向グラフ.

すべての節点対を１つの辺列のみで結ぶ.

木の性質：

・ｎ個の節点を持つ木には，ｎ－１本の辺が存在.

・辺を１つ加えると，ループまたは閉路が１つできる.

部分木

任意のグラフにおける，木としての部分グラフ

生成木（spanning tree），全域木，自由木

任意のグラフにおける，すべての節点を含む木.

無向グラフのコスト最小の生成木

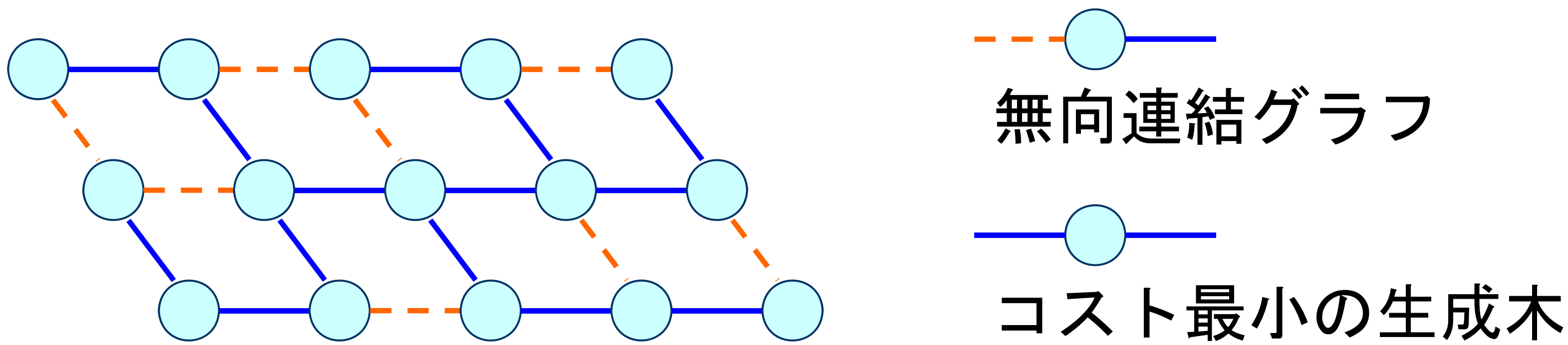
（ＭＳＴ： minimum-cost spanning tree）

無向連結グラフ Ｇ＝（Ｖ，Ｅ）．

辺に，ラベルとして，非負のコストが与えられている．

グラフＧから，コストの総和が最小の生成木を求める．

複数サイトを結ぶネットワーク経路の設計など．



コスト最小生成木（minimum-cost spanning tree）の性質

ＭＳＴ性

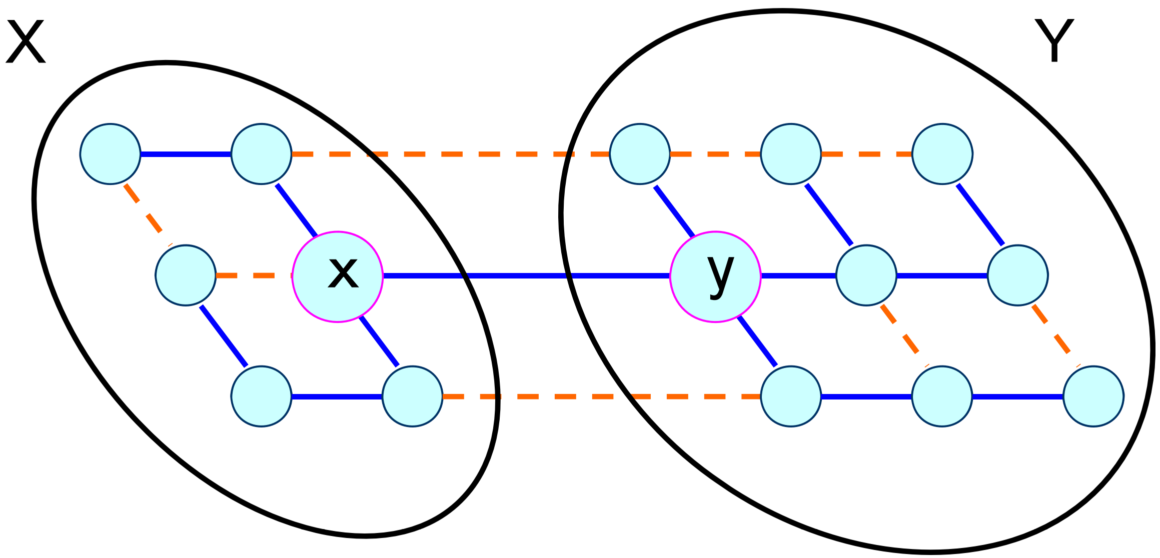
無向連結グラフ G＝（V， E）．

V＝X ∪ Y． X ∩ Y＝ϕ．

X， Y内では，部分木ができている．

x ∈ X， y ∈ Yである，コスト最小の辺（x， y）は，

G の，コスト最小の生成木の辺となる．



（証明）

(a)　ｘ，　ｘ1∈Ｘ，および，　ｙ，　ｙ1∈Ｙで，辺　（ｘ，　ｙ）より コストの高い辺（ｘ1，　ｙ1）があり，これが，コスト最小生成木　Ｔ1　を作るとする（背理法の仮定）．

(b)　辺（ｘ，　ｙ）を加えると閉路ができる（木の性質）．

(c)　辺（ｘ1，　ｙ1）を取ると，閉路が消え，辺（ｘ，　ｙ）を含む，生成木　Ｔ　となる．
ここで，Ｔ1　と　Ｔ　は，辺（ｘ1，　ｙ1）と辺（ｘ，　ｙ）を除き，同じ構造．

(d)　今，辺（ｘ，　ｙ）のコスト　＜　辺（ｘ1，　ｙ1）のコスト

(e)　生成木　Ｔ　のコストは，生成木　Ｔ１　のコスト未満．
→　「Ｔ1　がコスト最小生成木」と矛盾．