

2次元特徴空間上に9個の学習パターン x_1, x_2, \dots, x_9 が、以下の如く与えられているとする。

$$\begin{aligned}x_1 &= (2, 13)^t, & x_2 &= (3, 19)^t, & x_3 &= (7, 16)^t, \\x_4 &= (8, 6)^t, & x_5 &= (13, 10)^t, & x_6 &= (15, 2)^t, \\x_7 &= (8, 15)^t, & x_8 &= (12, 20)^t, & x_9 &= (16, 19)^t\end{aligned}$$

このうち、 x_1, x_2, x_3 はクラス ω_1 に、 x_4, x_5, x_6 はクラス ω_2 に、 x_7, x_8, x_9 はクラス ω_3 に、それぞれ属しているものとする。

1. 特徴空間上で、クラス毎に学習パターンの平均を求め、これらを各クラスのプロトタイプとする。プロトタイプを学習パターンとともにグラフ上にプロットせよ。
2. これらのプロトタイプを用いた最小距離識別法（教科書 14p）を実現する線形識別関数 $g_i(\mathbf{x})$ を、クラス毎に ($i = 1, 2, 3$) 求めよ（教科書 2.2 節）。
3. 決定境界 $g_{ij}(\mathbf{x}) \stackrel{\text{def}}{=} g_i(\mathbf{x}) - g_j(\mathbf{x}) = 0$ を全て求め ($i < j$)、グラフ上にプロットせよ。
4. 上記学習パターンにさらにクラス ω_4 の3パターン、

$$x_{10} = (2, 1)^t, \quad x_{11} = (1, 3)^t, \quad x_{12} = (3, 8)^t$$

を追加する。追加されたパターンをグラフ上にプロットし、さらにプロトタイプに基づく最小距離識別法を実現する線形識別関数 $g_4(\mathbf{x})$ を求めよ。

5. 決定境界 $g_{i4}(\mathbf{x}) = 0$ ($i = 1, 2, 3$) を図に追記せよ。
6. 上記決定境界に基づく多数決法により、パターン $\mathbf{x} = (2, 9)^t$ を識別するとどのような結果となるか。また、同様の方法でパターン $\mathbf{x} = (2, 11)^t$ を識別するとどのような結果となるか。