

Lect 4 資料: \mathbb{Q} の構成

有理数 (分数)

$$\frac{m}{n} = \frac{m'}{n'} \iff mn' = m'n$$

集合 \mathbb{Q} の構成

有理数全体の集合 \mathbb{Q} を整数全体の集合 \mathbb{Z} から以下のように構成する.

$$\begin{aligned} X &:= \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} - \{0\}) \\ &= \{(m, n) \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z} - \{0\}\} \end{aligned}$$

X において

$$(*) \quad (m, n) \sim (m', n') \iff mn' = m'n.$$

と定めると同値関係になる. (推移則のみ非自明 (Exercise))

このとき, 商集合

$$\mathbb{Q} := X/\sim$$

が有理数全体の集合に他ならない.

分数 $\frac{3}{2}$ は $\overline{(3, 2)}$ を表す.

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} \iff \overline{(3, 2)} = \overline{(6, 4)}$$