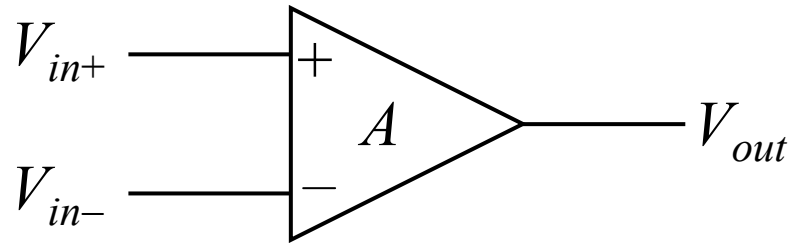


情報デバイス工学特論

第10回

CMOSアナログ集積回路 (1)

オペアンプ op amp

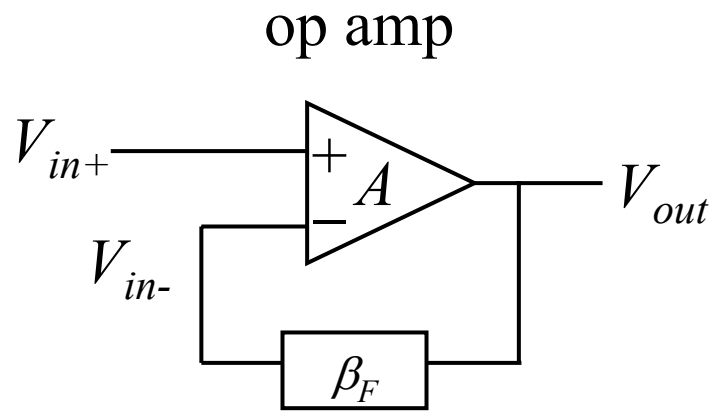


$$V_{out} = A (V_{in+} - V_{in-}) \quad A > 10^3$$

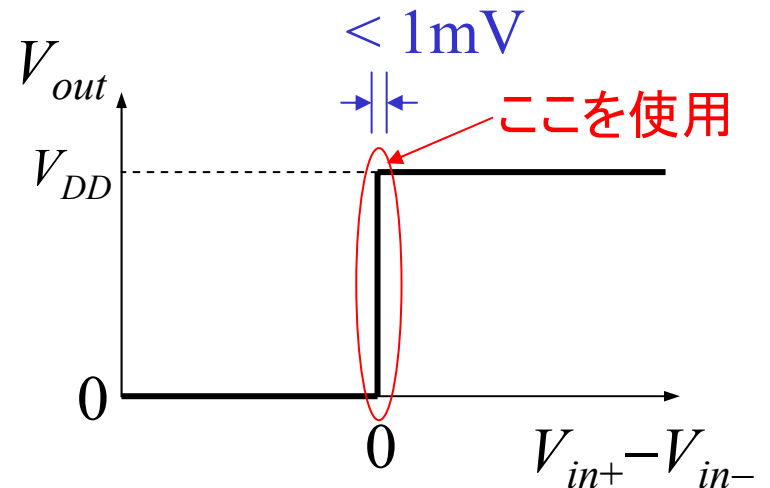
op amp を用いた電子回路の例

- ・電流－電圧変換回路
- ・四則演算回路
- ・微分/積分回路
- ・対数変換回路
- ・シュミット回路
- ・サンプル&ホールド回路
- ・マルチバイブレータ回路
- ・AM/FM変調回路
- ・フィルタ回路

フィードバック



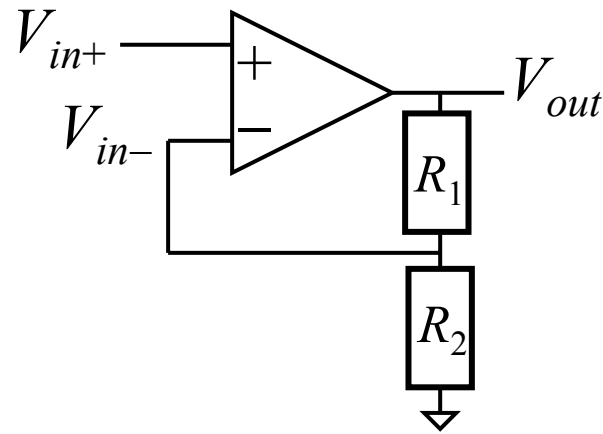
フィードバック回路



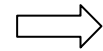
$$\begin{array}{l}
 V_{out} = A (V_{in+} - V_{in-}) \\
 V_{in-} = \beta_F V_{out}
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 V_{out} = \frac{A}{1 + A\beta_F} V_{in+} \\
 V_{in-} = \frac{A\beta_F}{1 + A\beta_F} V_{in+}
 \end{array}
 \xrightarrow{A \gg 1}
 \begin{array}{l}
 V_{out} = \frac{V_{in+}}{\beta_F} \\
 V_{in-} = V_{in+}
 \end{array}$$

- どんな形であれ、適切なフィードバックがかかれば $V_{in+} = V_{in-}$ となる
- A のばらつきの影響を受けない

アナログ増幅器



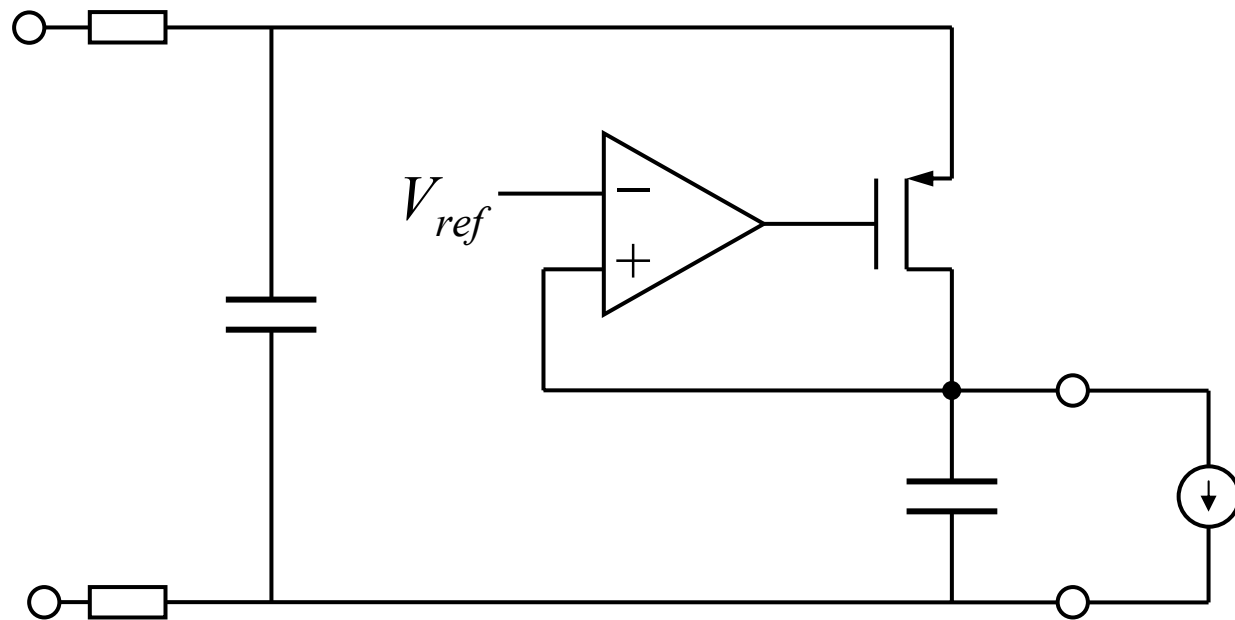
$$V_{in-} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{out}$$



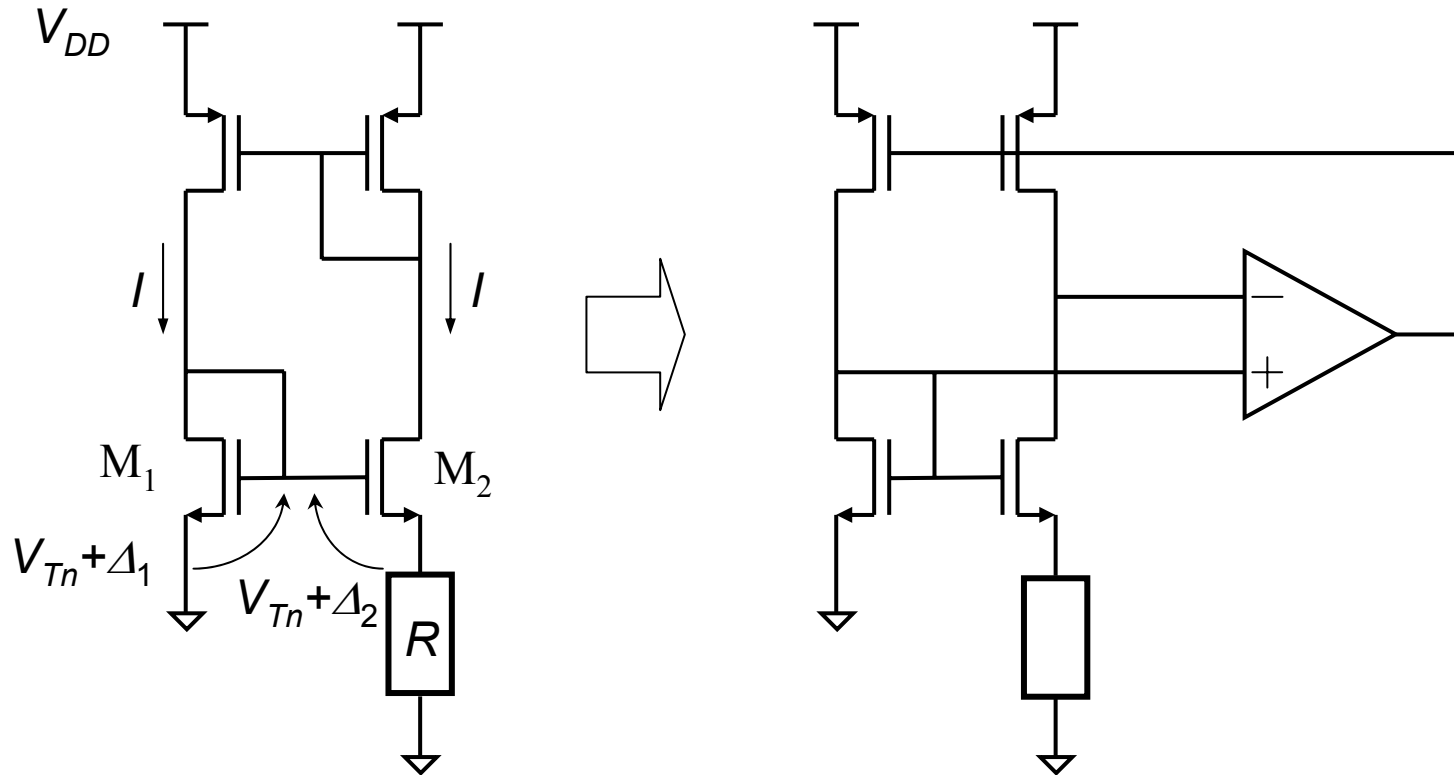
$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) V_{in+}$$

$$V_{in+} = V_{in-}$$

リニア・レギュレータ



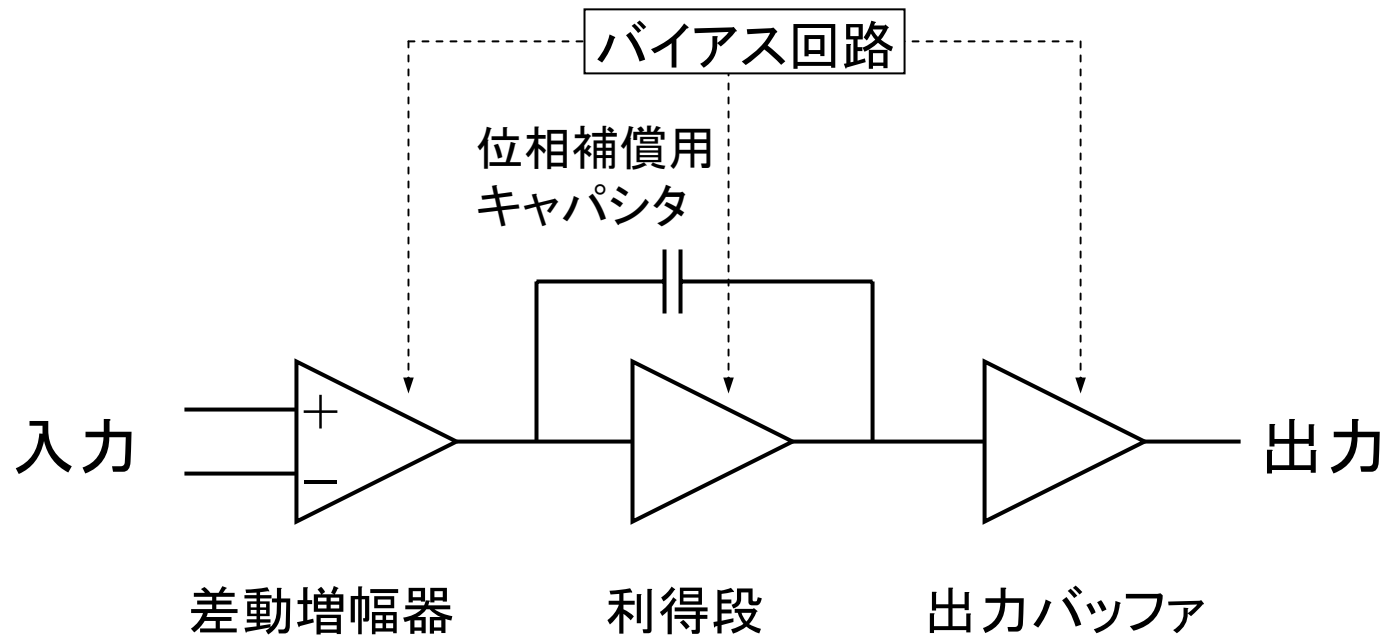
電源電圧に依らない電流源



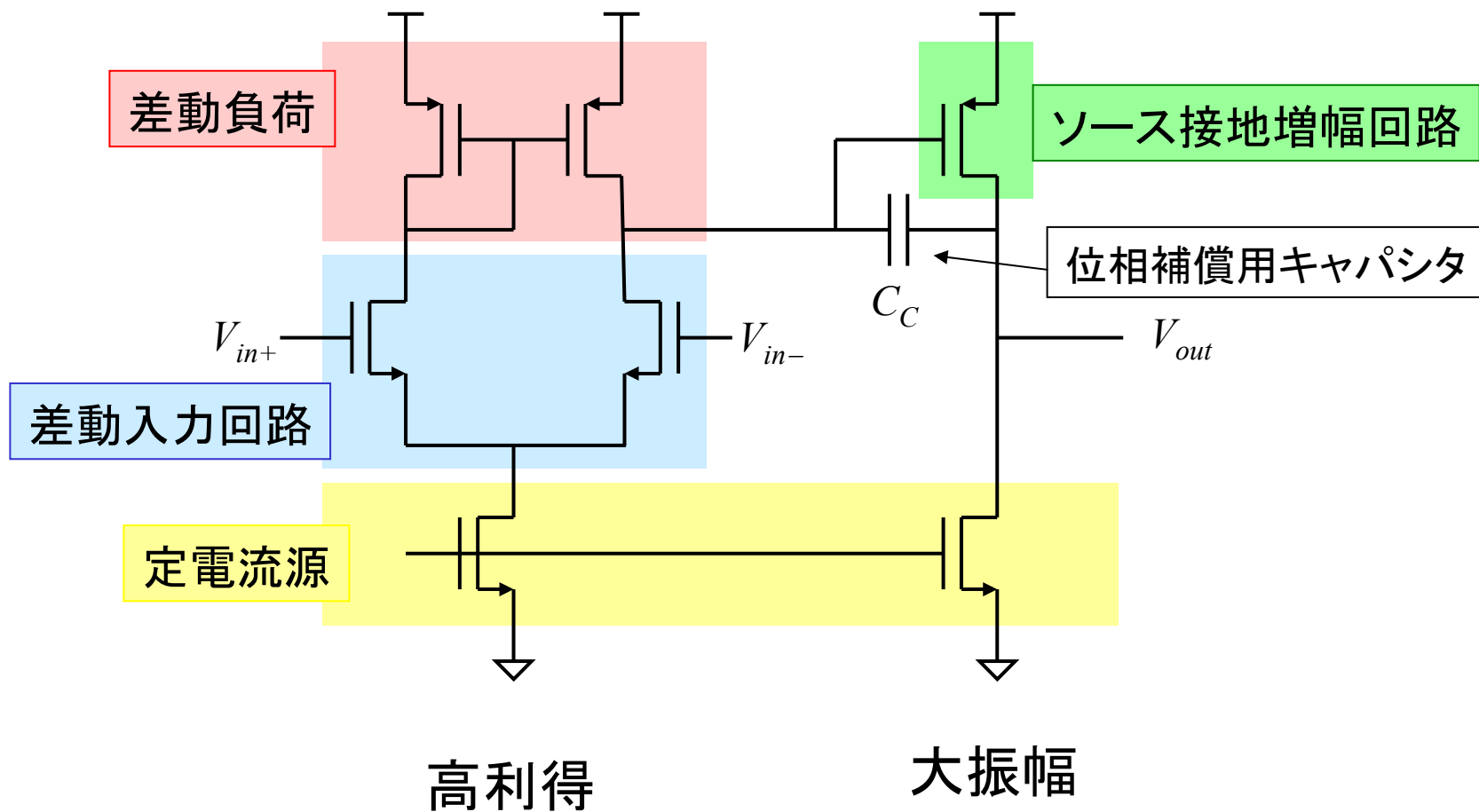
$$\Delta_1 - \Delta_2 = IR$$

$$I = \frac{1}{R^2} \left(\sqrt{\frac{2}{\beta_1}} - \sqrt{\frac{2}{\beta_2}} \right)^2$$

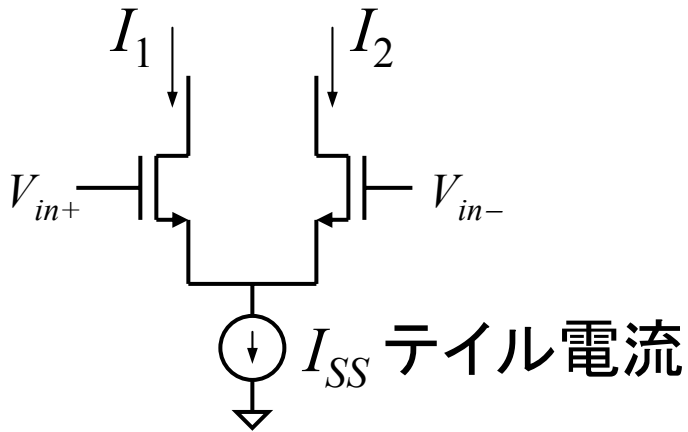
op amp の内部の要素回路例



op amp の回路例



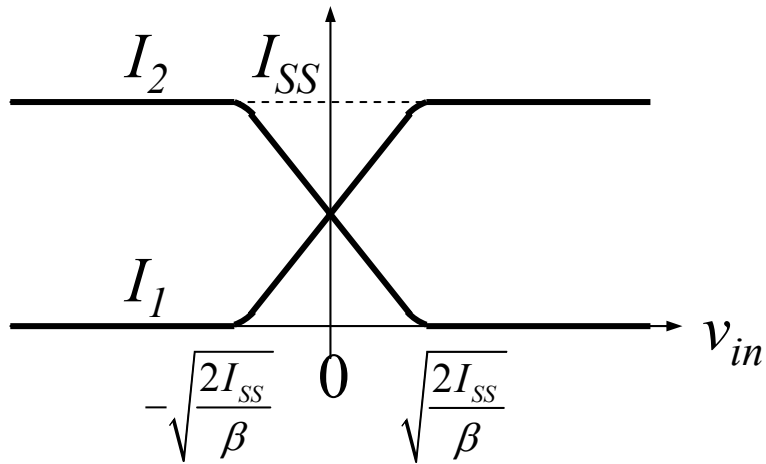
差動入力回路



$$I_{SS} = I_1 + I_2$$

$$V_{in+} = V_T + \sqrt{\frac{2I_1}{\beta}} \quad V_{in-} = V_T + \sqrt{\frac{2I_2}{\beta}}$$

$$v_{in} = V_{in+} - V_{in-}$$

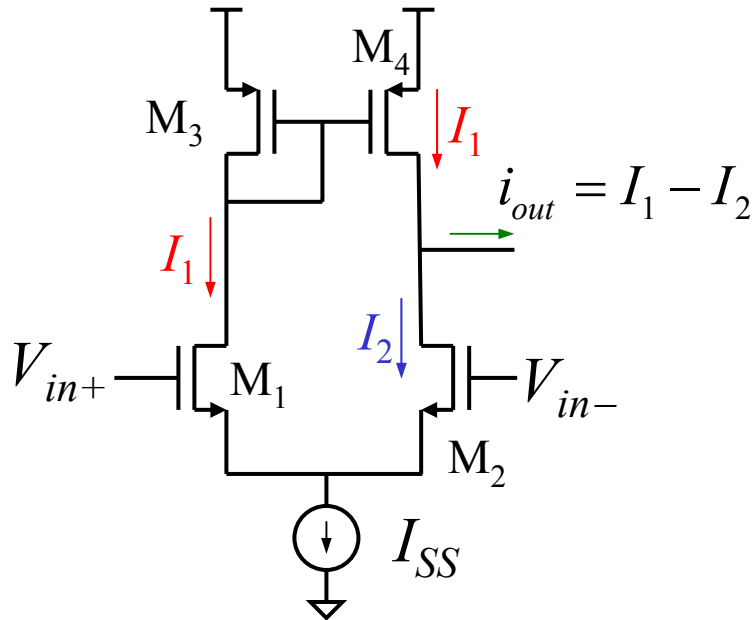


$$I_{1,2} = \frac{I_{SS}}{2} \pm \frac{I_{SS}}{2} \sqrt{\frac{\beta v_{in}^2}{I_{SS}} - \frac{\beta^2 v_{in}^4}{4I_{SS}^2}}$$

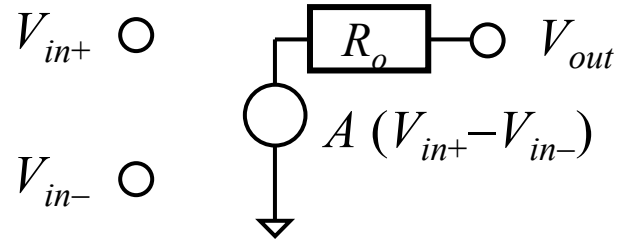
相互コンダクタンス

$$g_{md} = \left. \frac{\partial(I_1 - I_2)}{\partial v_{in}} \right|_{v_{in}=0} = \sqrt{\beta I_{SS}}$$

負荷にカレント・ミラー回路を用いた差動入力回路



小信号等価回路

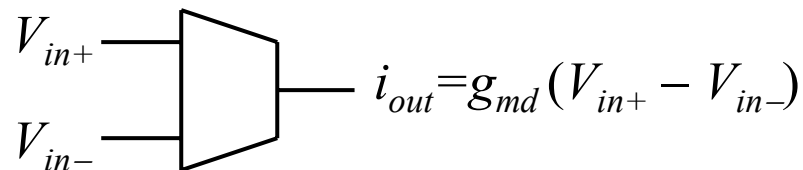


出力抵抗 $R_O = r_{o4} // r_{o2}$

電圧利得 $A = g_{md} (r_{o4} // r_{o2})$

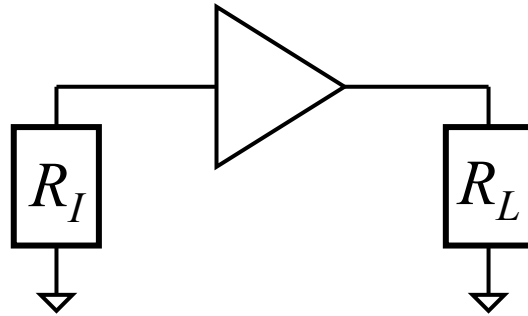
$$V_{out} = -(r_{o4} // r_{o2}) i_{out} + g_{md} (r_{o4} // r_{o2}) (V_{in+} - V_{out-})$$

$V_{out} / (r_{o4} // r_{o2})$ が $g_{md} (V_{in+} - V_{out-})$ に対して無視できるとき



OTA (Operational Transconductance Amplifier)

増幅器をどう見るか



R_I : 小
 R_L : 大

R_I : 小
 R_L : 小

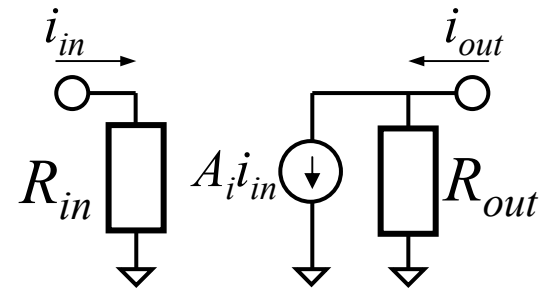
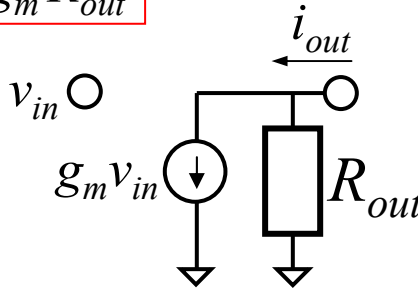
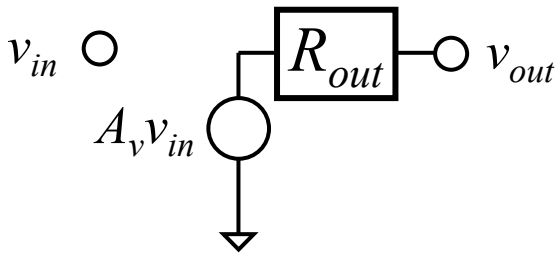
R_I : 大
 R_L : 小

電圧増幅器

OTA

電流増幅器

$$A_v = -g_m R_{out}$$



$R_{in} \gg R_I$
 $R_{out} \ll R_L$

$R_{in} \gg R_I$
 $R_{out} \gg R_L$

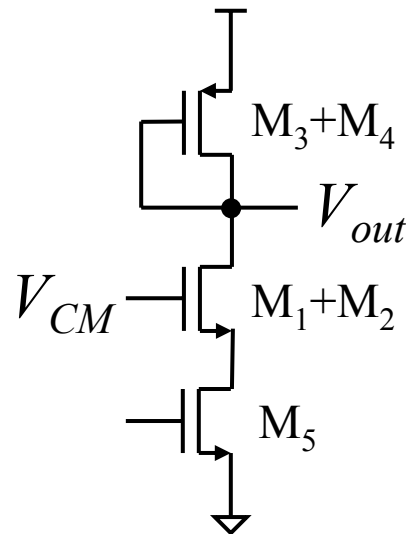
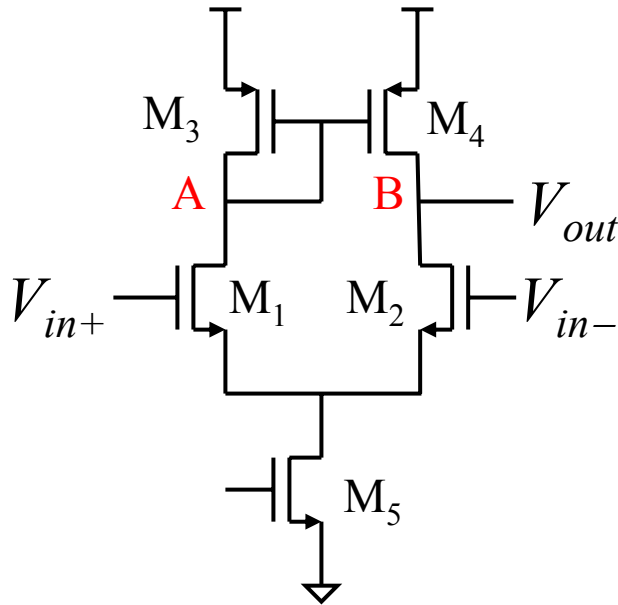
$R_{in} \ll R_I$
 $R_{out} \gg R_L$

同相分除去比 CMRR

出力がコモン・モード電圧 $V_{CM} = (V_{in+} + V_{in-})/2$ の影響を受ける

コモン・モードの影響を計算する場合、 $V_{in+} = V_{in-}$ としてよい

A と B の電圧は同じ → A と B を短絡しても同じ



出力抵抗 $R_o = \frac{1}{2g_{m3,4}}$

電圧利得 $A = -\frac{1}{2r_{o5}g_{m3,4}}$

$$v_{out} = A_{DM} v_{in} + A_{CM} v_{CM}$$

$$A_{DM} = g_{md} (r_{o4} // r_{o2})$$

$$A_{CM} = \frac{1}{2r_{o5}g_{m3,4}}$$

同相分除去比 CMRR =

$$\frac{A_{DM}}{A_{CM}} \approx 2r_{o5}g_{m3,4}g_{md} (r_{o4} // r_{o2})$$

典型的な例 CMRR $\sim 10^3$ (60dB)
同相の信号の影響は 0.1%

周波数特性

復習

Laplace 変換

逆Laplace 変換

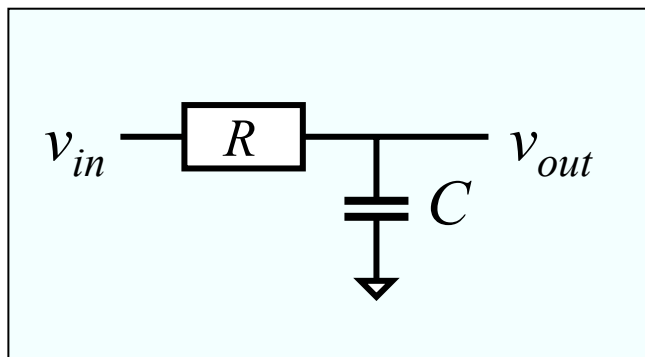
$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad \Longleftrightarrow \quad f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} F(s) e^{st} ds$$

Fourier変換に比べ初期値 $f(0)$ を考慮した時間発展が
取り扱いやすい。

周波数特性は

$$F(j\omega), \quad \omega = 2\pi f \quad f: \text{周波数}$$

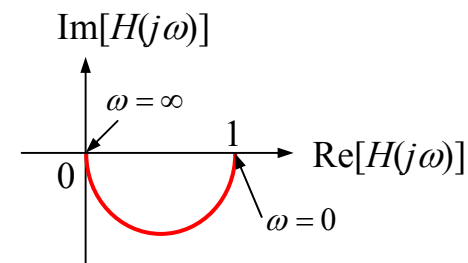
RC ローパス・フィルタ



$$H(s) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

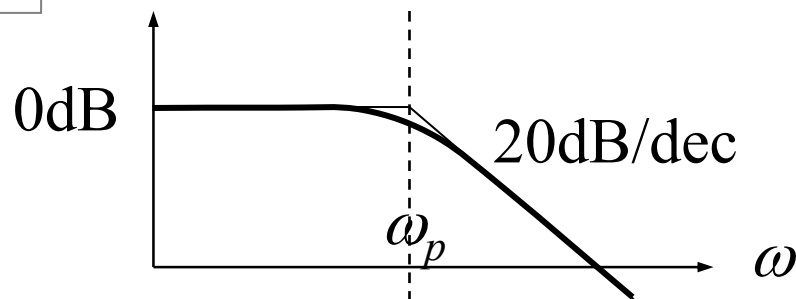
$$\omega_p = \frac{1}{RC}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_p}}$$

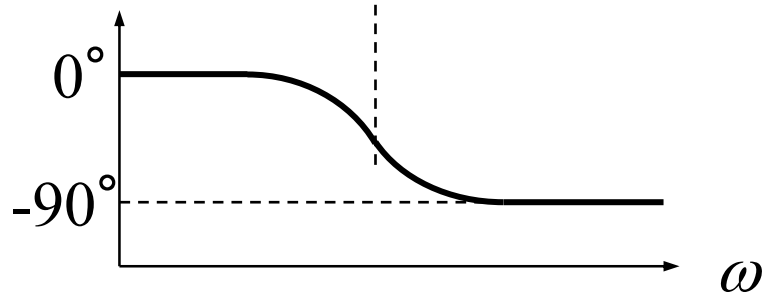


Bode図

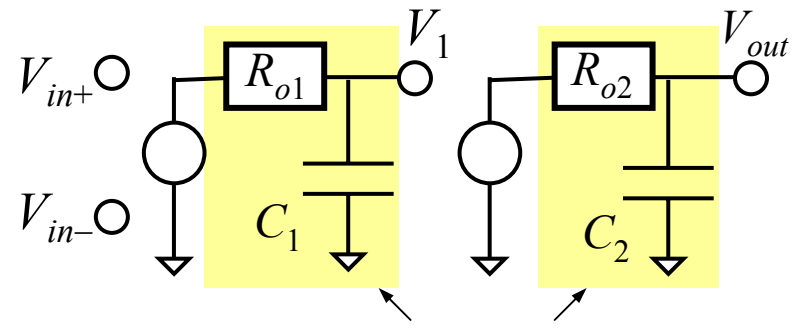
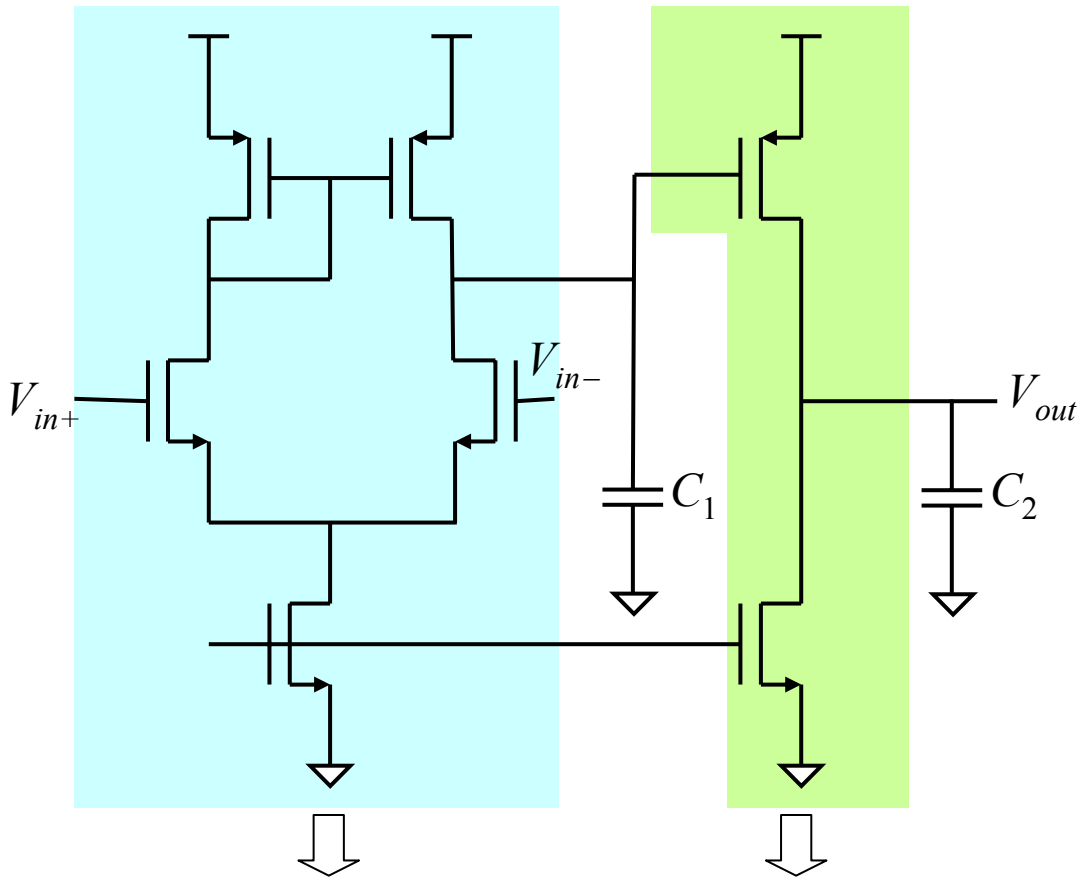
利得



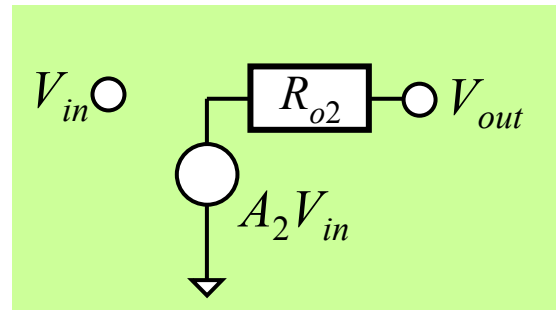
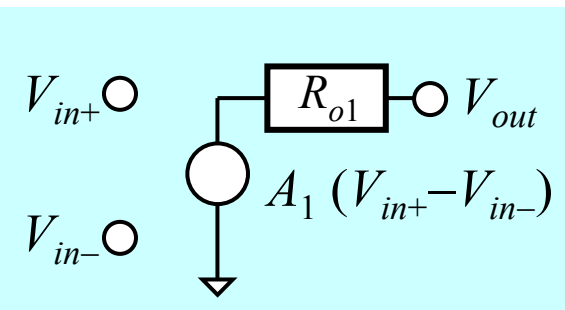
位相



$$\text{dB} = 20 \log_{10} (|H(j\omega)|)$$



ローパス・フィルタ

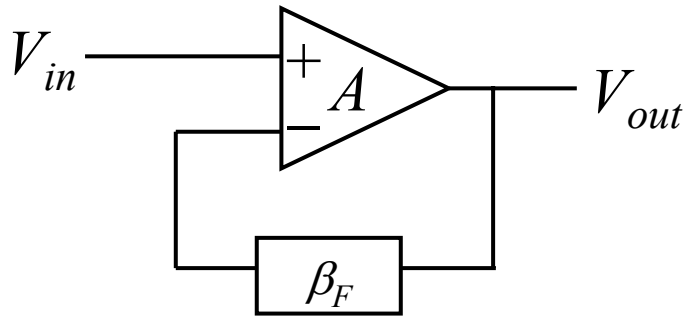


$$V_{out} = A(s)(V_{in+} - V_{in-})$$

$$A(s) = A_1 \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}} A_2 \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_2}}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{R_{o1}C_1} \quad \omega_2 = \frac{1}{R_{o2}C_2}$$

オペアンプ：フィードバックをかけて使うのが普通



$$V_{out} = \frac{A(s)}{1 + L(s)} V_{in}$$

$$L(s) = A(s) \beta_F(s)$$

$L(s)$ が分かっているとき、フィードバック回路の安定性は？
 - 制御工学

$$1 + L(s) = \frac{(s - r_1)(s - r_2) \cdots (s - r_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)}$$

← closed loop pole
 ← open loop pole

安定条件

すべての closed loop pole で $\text{Re}(r_i) < 0$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{A(s)}{1+L(s)} \quad 1+L(s) = \frac{(s-r_1)(s-r_2)\cdots(s-r_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

$$1+L(j\omega)\Big|_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} = \pi(n_l - n_r - d_l + d_r)$$

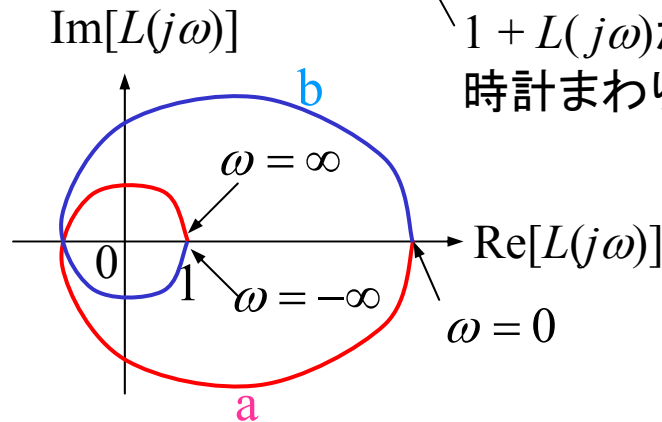
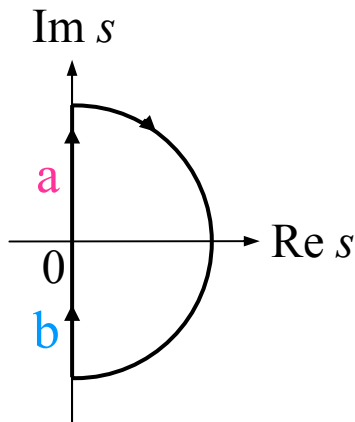
複素面上で

$n_l : r_1, \dots, r_m$ のうち左半面にある数
 $n_r : r_1, \dots, r_m$ のうち右半面にある数
 $d_l : p_1, \dots, p_m$ のうち左半面にある数
 $d_r : p_1, \dots, p_m$ のうち右半面にある数

一般に $L(s \rightarrow \infty) = 0$ であるから $n_l + n_r = d_l + d_r$

$$1+L(j\omega)\Big|_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} = -2\pi(n_r - d_r)$$

open loop で安定 : $d_r = 0$
 close loop で安定 : $n_r = 0$



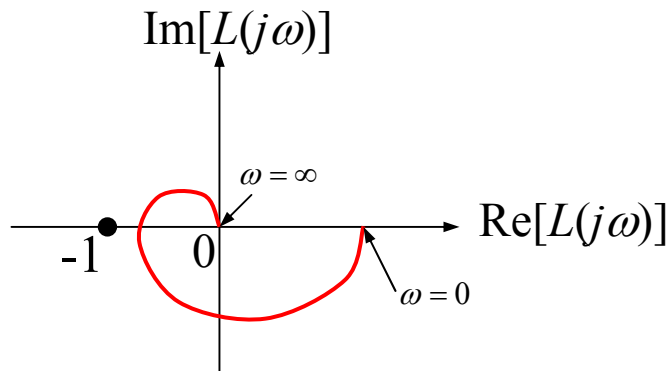
$1+L(j\omega)$ が原点のまわりに
 時計まわりにまわる数

一般に

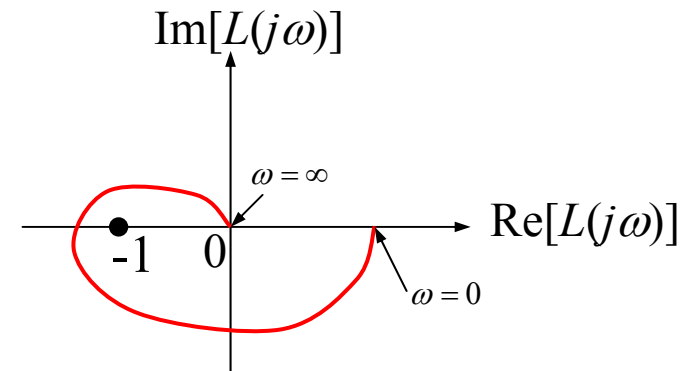
$$[1+L(s)]^* = 1+L(s^*)$$

ナイキストの安定判別法

$L(j\omega)$ の $\omega = [0, \infty]$ における複素面上の軌跡が -1 の点を回らないこと



安定



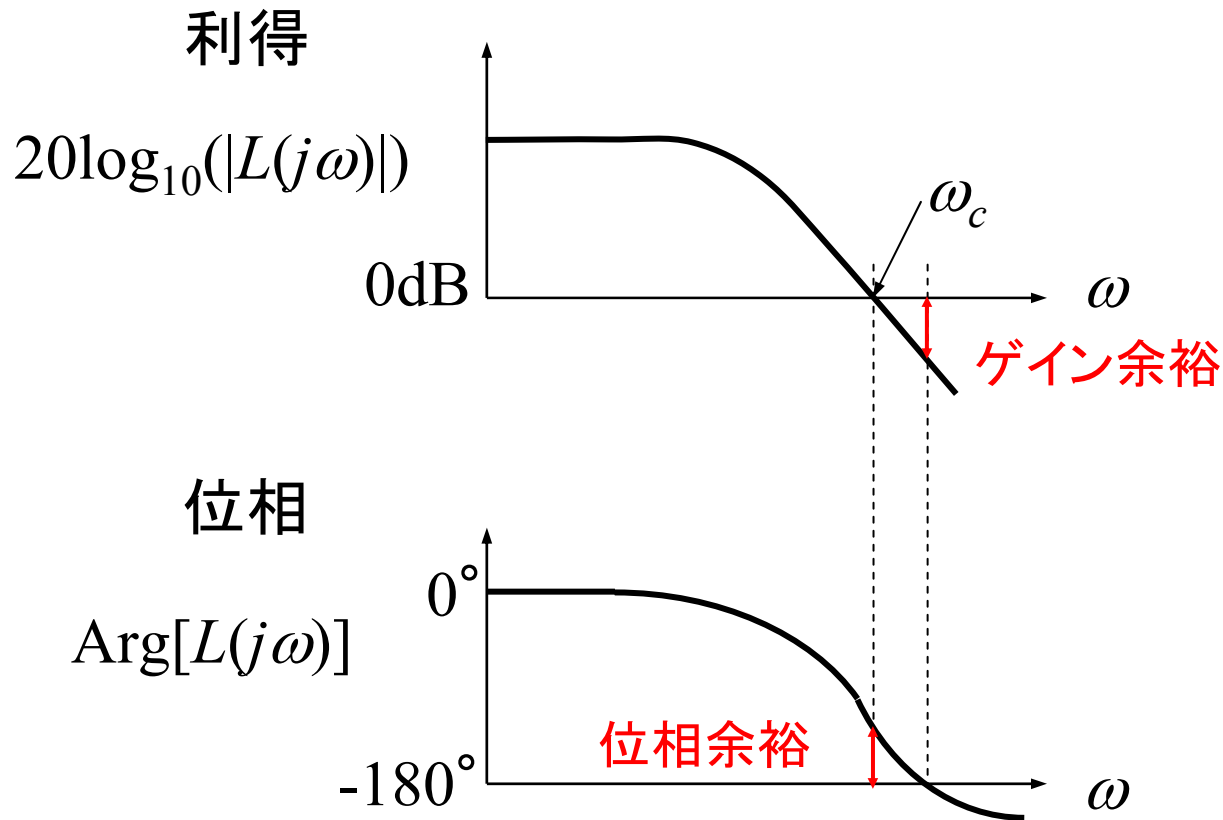
不安定

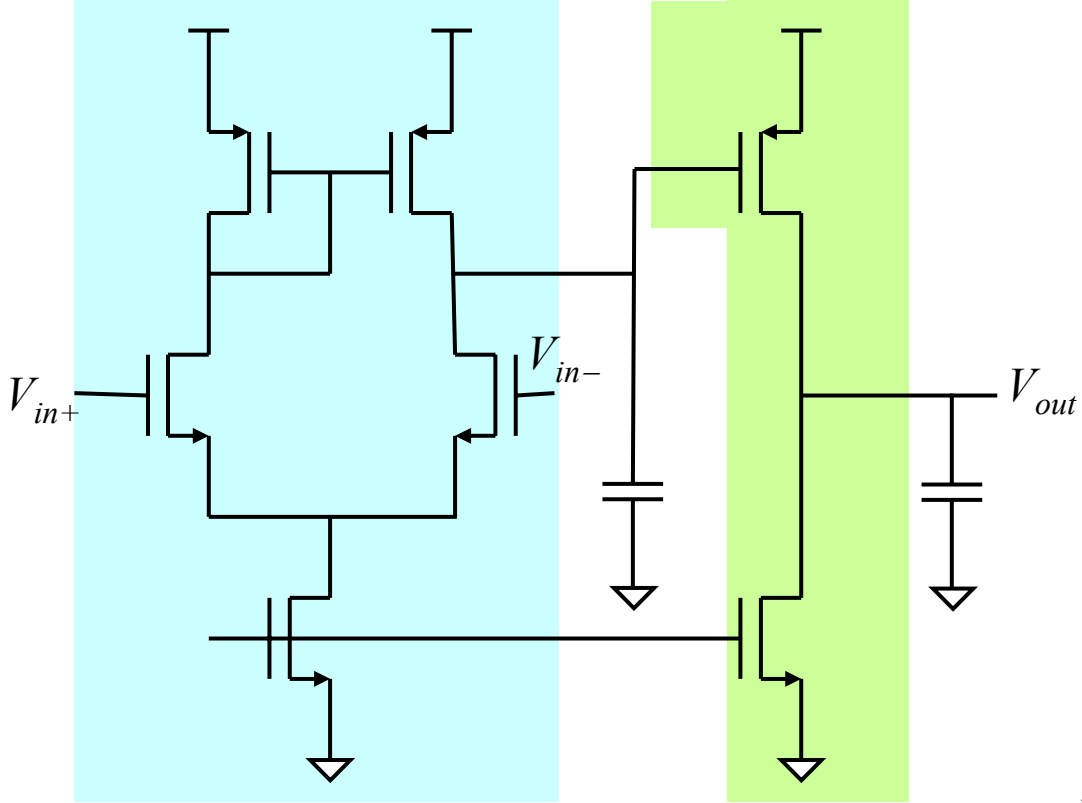
変形1 $\text{Arg}[L(j\omega)] = -180^\circ$ となる ω で $|L(j\omega)| < 1 \Rightarrow$ **ゲイン余裕**

変形2 $|L(j\omega)| = 1$ となる ω で $\text{Arg}[L(j\omega)] > -180^\circ \Rightarrow$ **位相余裕**

ナイキストの安定判別法を $L(s)$ のBode図で示すと

Bode図





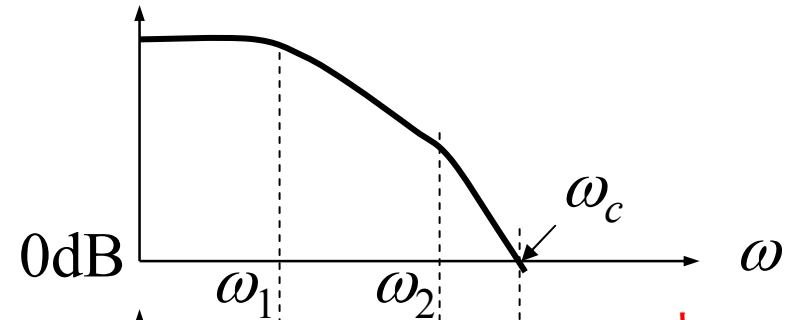
$$A(s) = \frac{A_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)}$$

$$\omega_c = \sqrt{A_0 \omega_1 \omega_2}$$

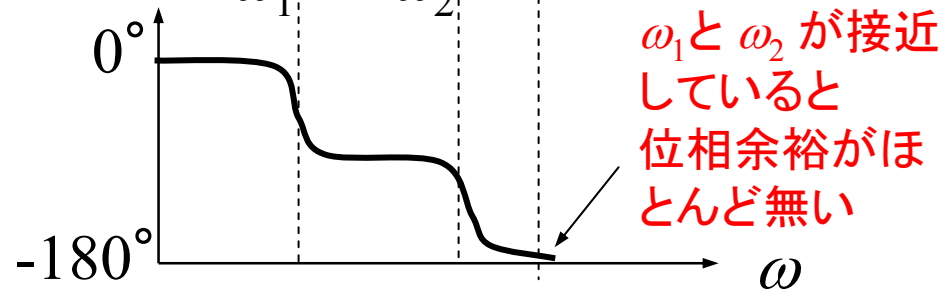
$\omega_1 \sim \omega_2$ のとき $\omega_c \gg \omega_1, \omega_2$

Bode図

利得



位相

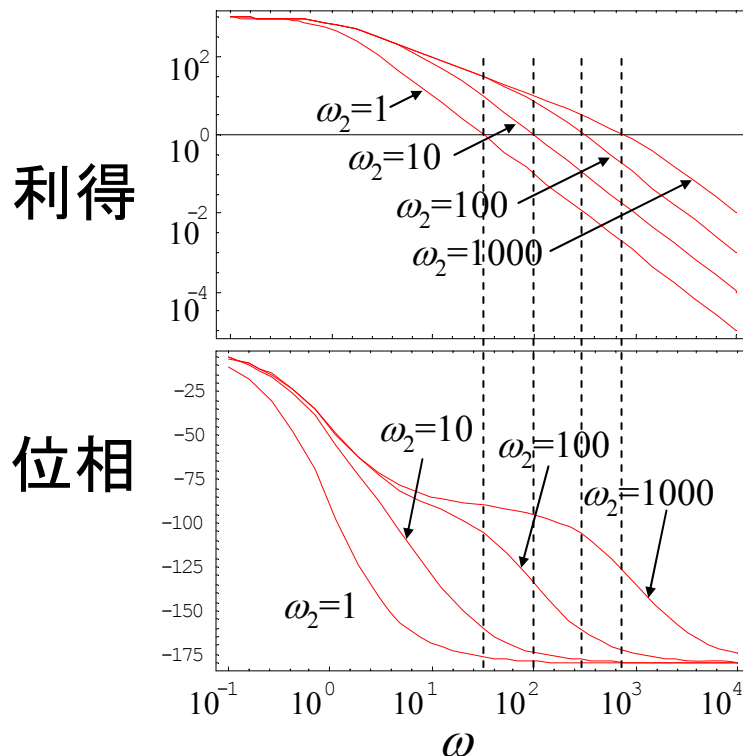


位相余裕が無い：不安定(発振)

では、位相余裕が小さいと、どのようなことが起こるのだろうか？

例)
$$A(s) = \frac{A_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)}$$

$A_0=1000$, $\omega_1=1$ で計算してみる

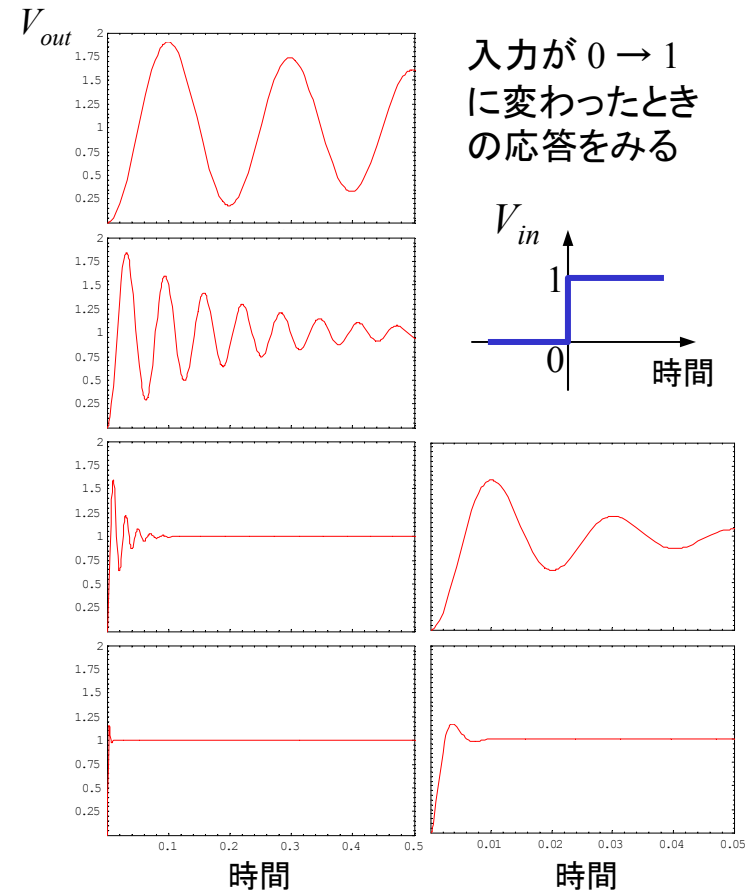


$\omega_2=1$
位相余裕
= 3.6°

$\omega_2=10$
位相余裕
= 6.3°

$\omega_2=100$
位相余裕
= 18°

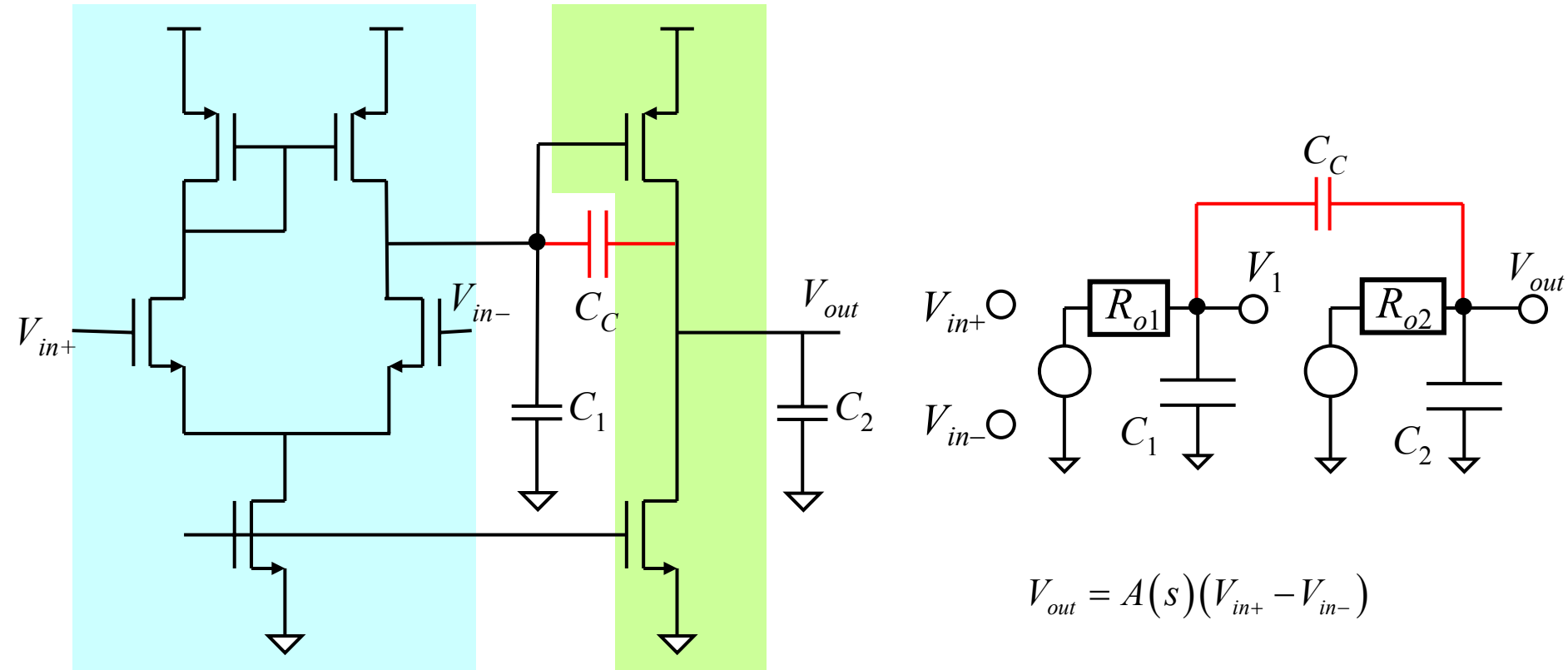
$\omega_2=1000$
位相余裕
= 52°



位相余裕 60° くらいは必要

(左の図で時間を10倍に拡大)

位相補償用キャパシタ



$$A(s) = A_1 \frac{A_2 + C_C R_{o2} s}{1 + \left[(C_C + C_2) R_{o2} + \{ C_1 + (1 - A_2) C_C \} R_{o1} \right] s + \{ C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_C \} R_{o1} R_{o2} s^2}$$

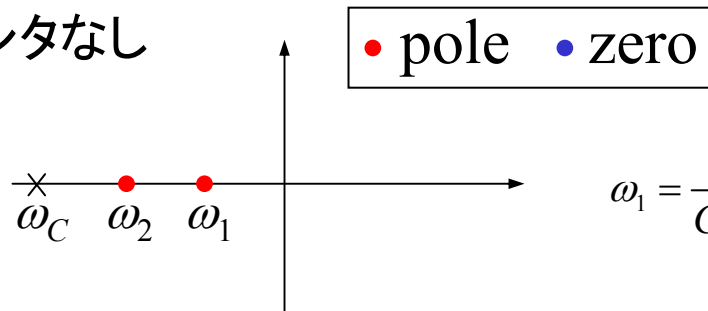
$$= A_0 \frac{1 - \frac{s}{\omega_z}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1} \right) \left(1 + \frac{s}{\omega_2} \right)}$$

$$\omega_z = \frac{-A_2}{C_C R_{o2}}$$

$$\omega_1 \cong \frac{1}{-A_2 C_C R_{o1}}$$

$$\omega_2 \cong \frac{-A_2}{\left(C_1 + C_2 + \frac{C_1 C_2}{C_C} \right) R_{o2}}$$

位相補償キャパシタなし

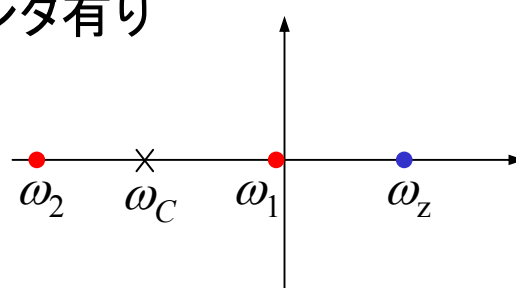


$$\omega_1 = \frac{1}{C_1 R_{O1}}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{C_2 R_{O2}}$$



位相補償キャパシタ有り



$$\omega_1 \cong \frac{1}{-A_2 C_C R_{O1}}$$

$$\omega_2 \cong \frac{-A_2}{\left(C_1 + C_2 + \frac{C_1 C_2}{C_C} \right) R_{O2}}$$

$$\omega_z = \frac{-A_2}{C_C R_{O2}}$$

2つの極が別れることにより、位相余裕をとることができる
ただし、ゼロ点は位相余裕を減らす

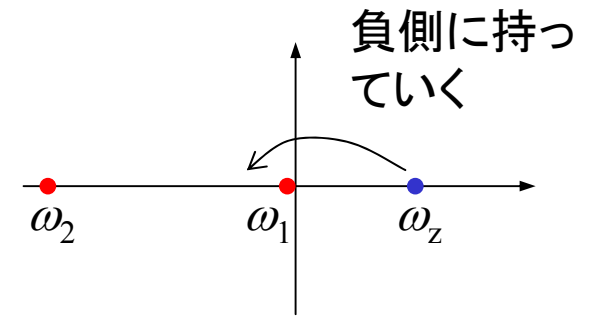
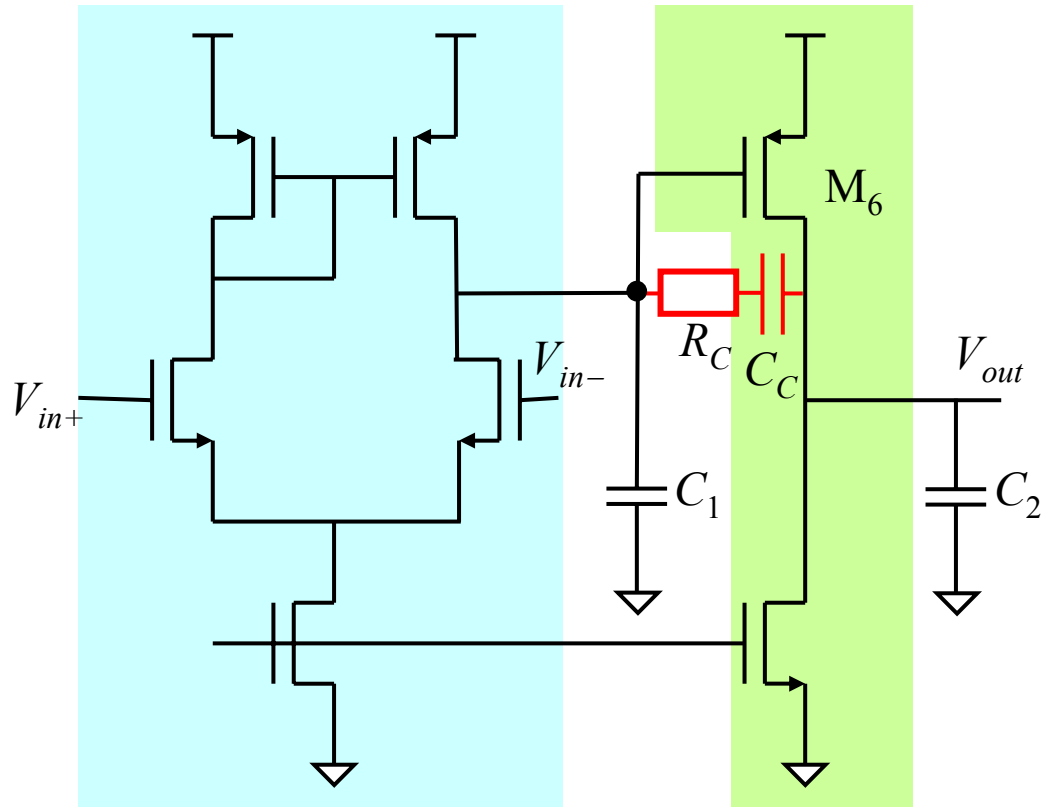
$\omega_1 \ll \omega_C \ll \omega_2, \omega_z$ とすると

$$\omega_C \cong A_0 \omega_1 \quad \text{位相余裕} \cong 90^\circ - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_C}{\omega_2} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_C}{\omega_z} \right)$$

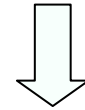
位相余裕を 60° 以上とるには、例えば

$$\omega_z = 10\omega_C, \quad \omega_2 > 2.2\omega_C$$

nulling resistance



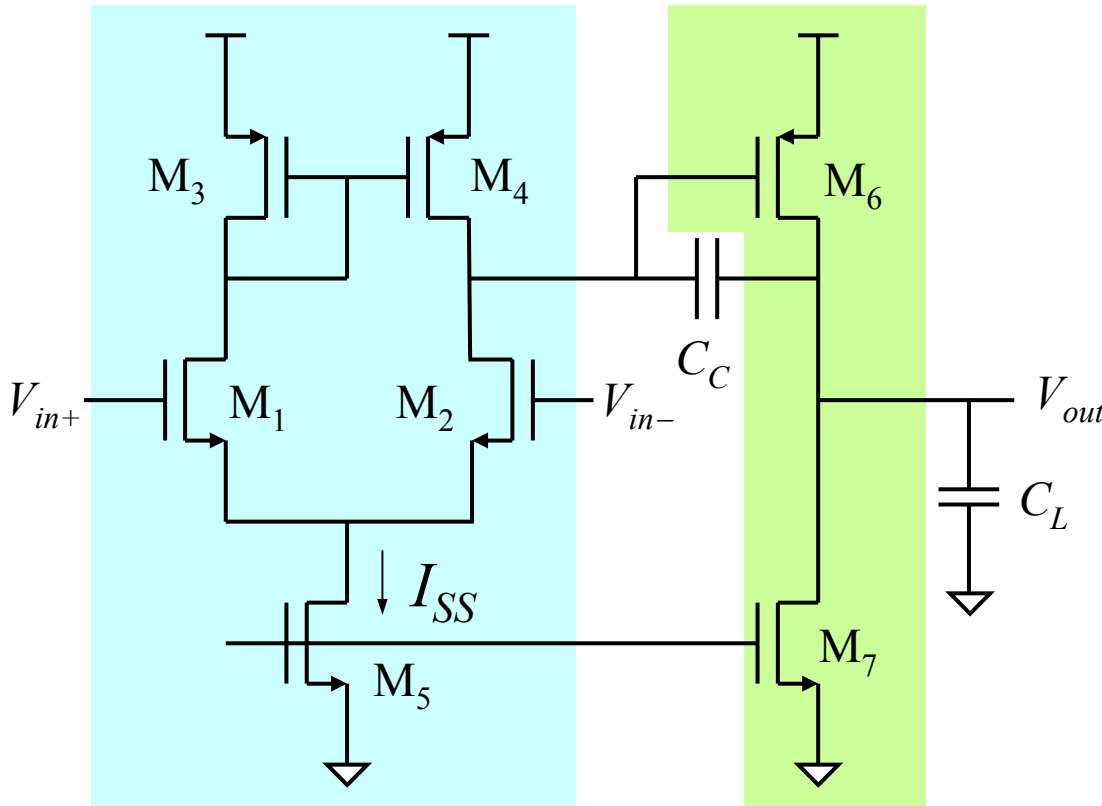
$$\omega_z = \frac{-A_2}{C_C R_{O2}}$$



$$\omega_z = \frac{-A_2}{C_C (R_{O2} + A_2 R_C)}$$

$A_2 < 0$ に注意

$$R_C > \frac{R_{O2}}{-A_2} = \frac{1}{g_{m6}} \quad \text{にとる}$$



安定動作条件

$C_2 = C_L, C_C \gg C_1$ の時、

① $g_{m6} = 10g_{md}$

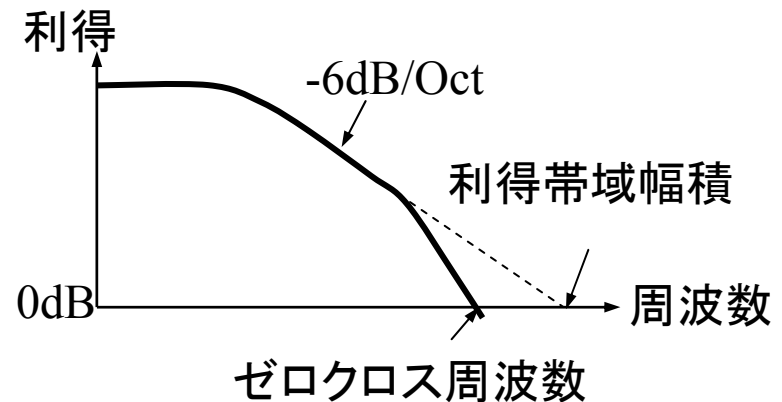
② $C_C > 0.22C_L$

$$g_{m6} = \sqrt{2\beta_6 I_6}$$

$$g_{md} = \sqrt{\beta_{1,2} I_{SS}}$$

電圧利得	$A_V = g_{md} R_{O1} g_{m6} R_{O2}$
利得帯域幅積	$GBW = g_{md} / 2\pi C_C$
同相分除去比	$CMRR = 2r_{o5} g_{m3,4} g_{md} R_{O1}$
出力抵抗	$R_O = R_{O2}$

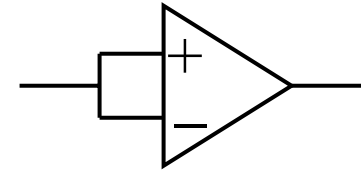
$$R_{O1} = r_{o4} // r_{o2} \quad R_{O2} = r_{o6} // r_{o7}$$



op amp のその他の特性

■ オフセット電圧 (offset voltage)

$V_{in+} = V_{in-}$ の時の出力電圧

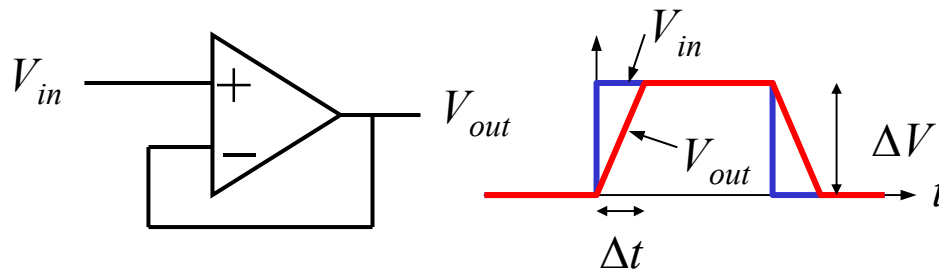


■ 電源変動除去比 (power-supply rejection ratio)

電源電圧変動による出力電圧の変動

$$PSRR = \frac{\Delta V_{DD}}{\Delta V_{OUT}} A_V$$

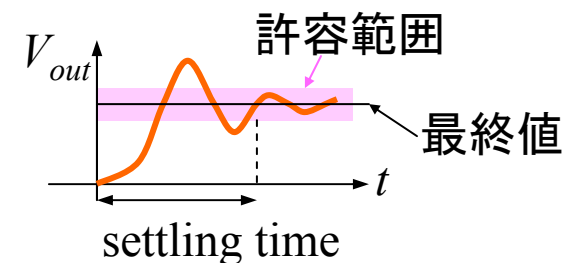
■ スルー・レート (slew rate)



$$SR = \Delta V / \Delta t$$

■ セtringタイム (settling time)

出力電圧が許容範囲に入るまでの時間



■ 許容入力範囲 (common-mode input range)