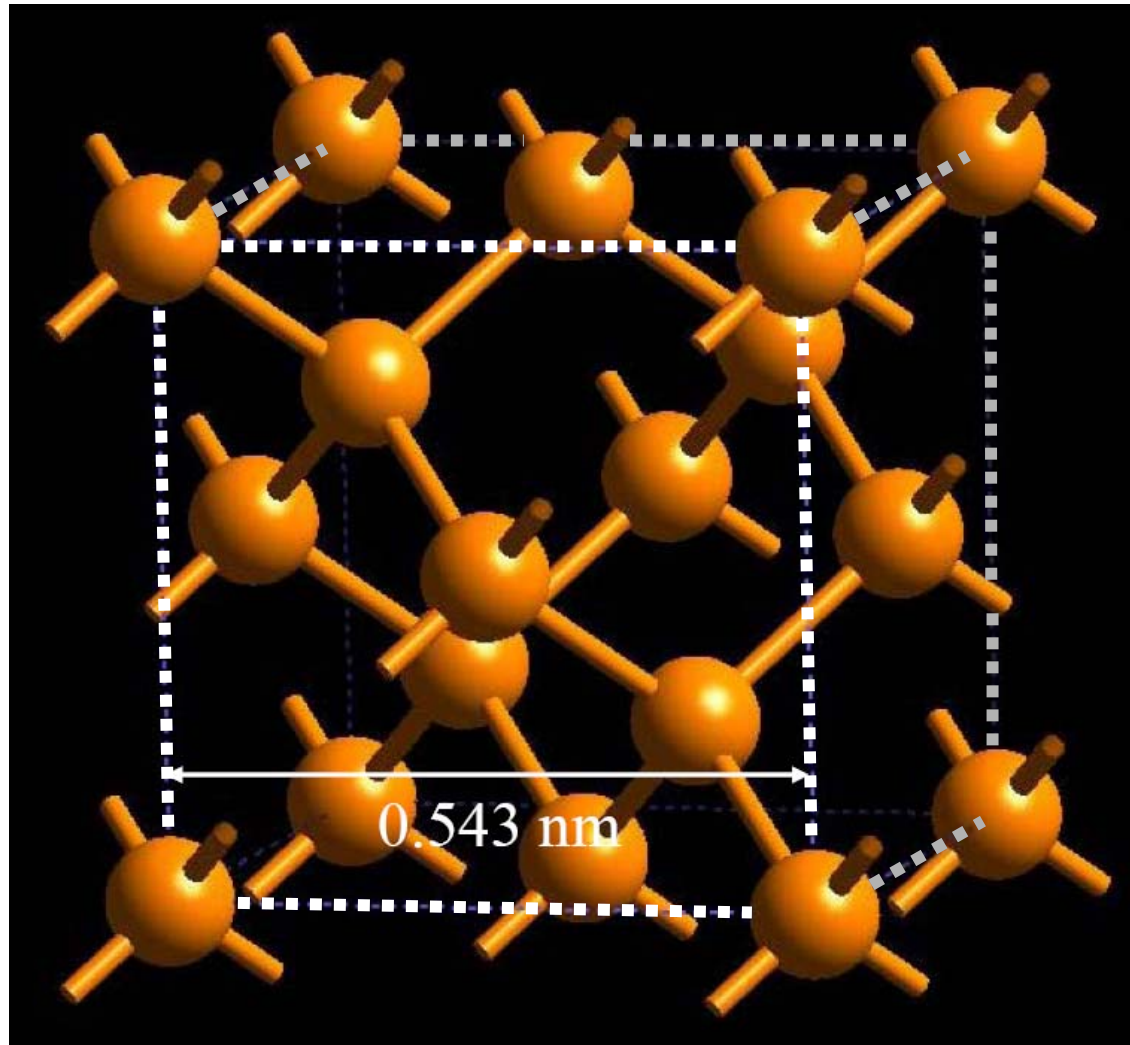


情報デバイス工学特論

第2回

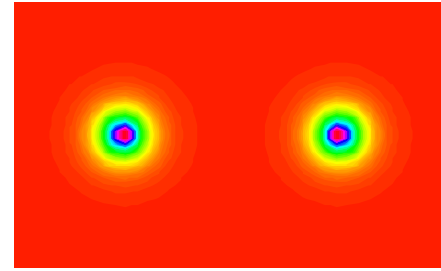
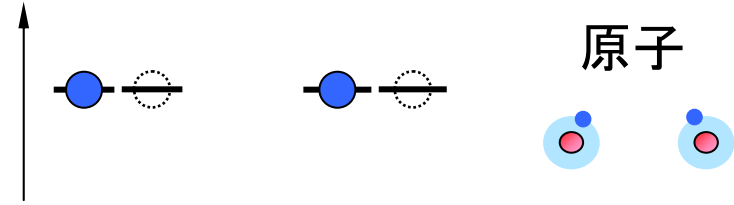
CMOSFETの基本特性

Si 結晶



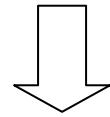
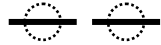
分子の形成

エネルギー



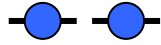
エネルギー

反結合状態

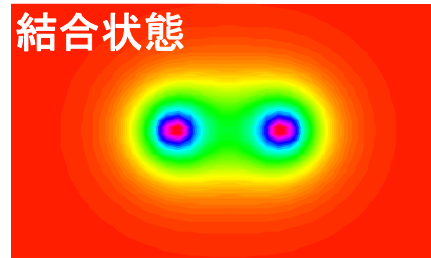


分子

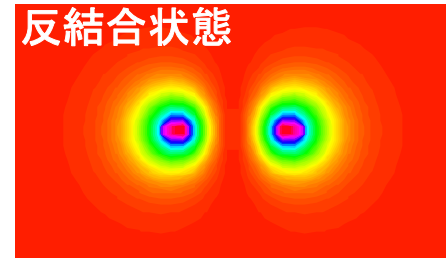
結合状態



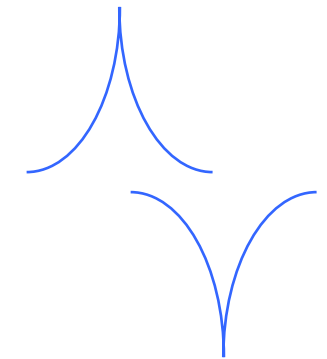
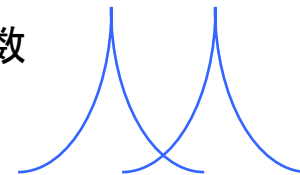
結合状態



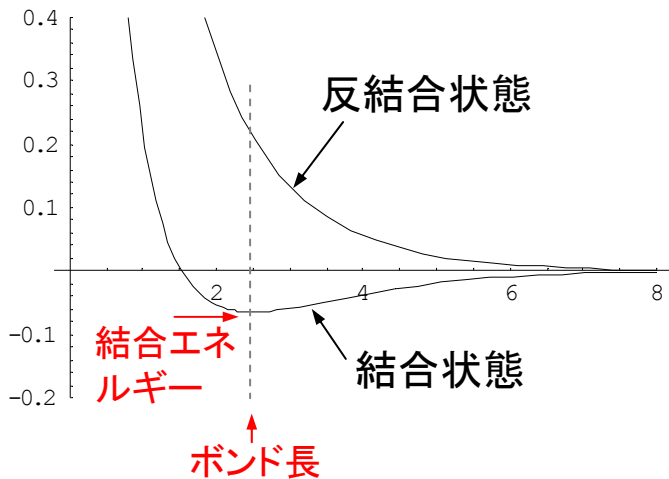
反結合状態



波動関数



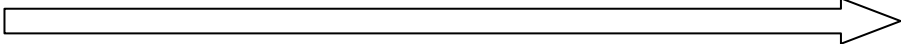
電子のエネルギー

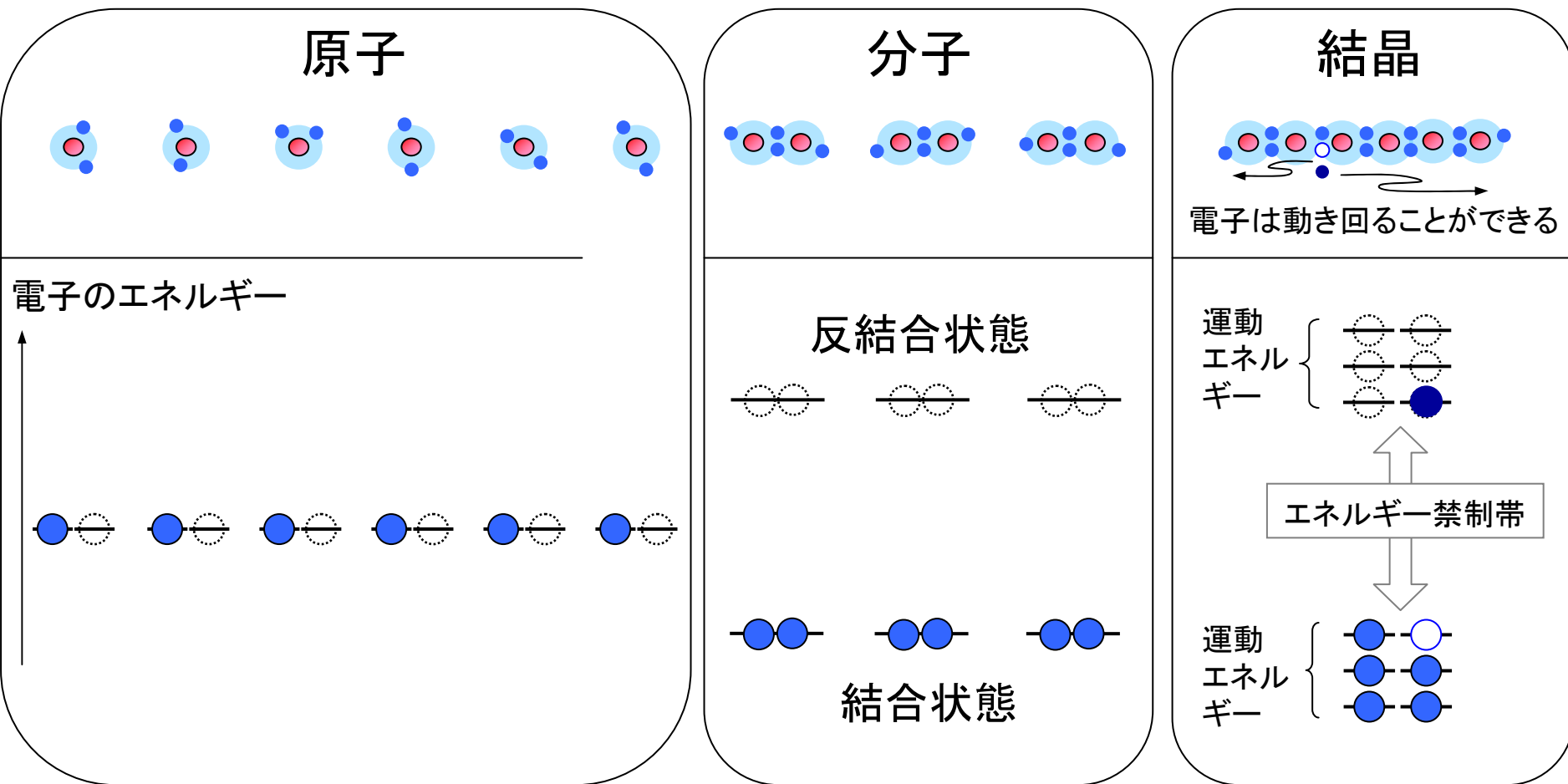


原子間の距離

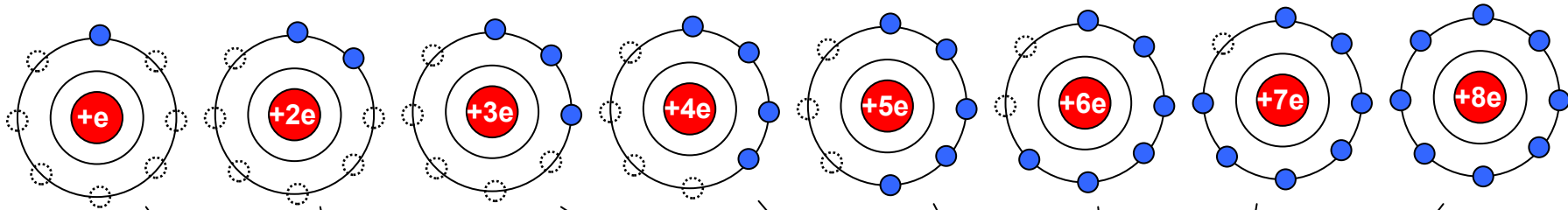
結晶における電子のエネルギー

2-4

原子間距離 大  小



周期律表と原子の外殻電子配置

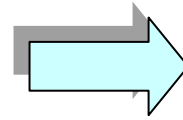
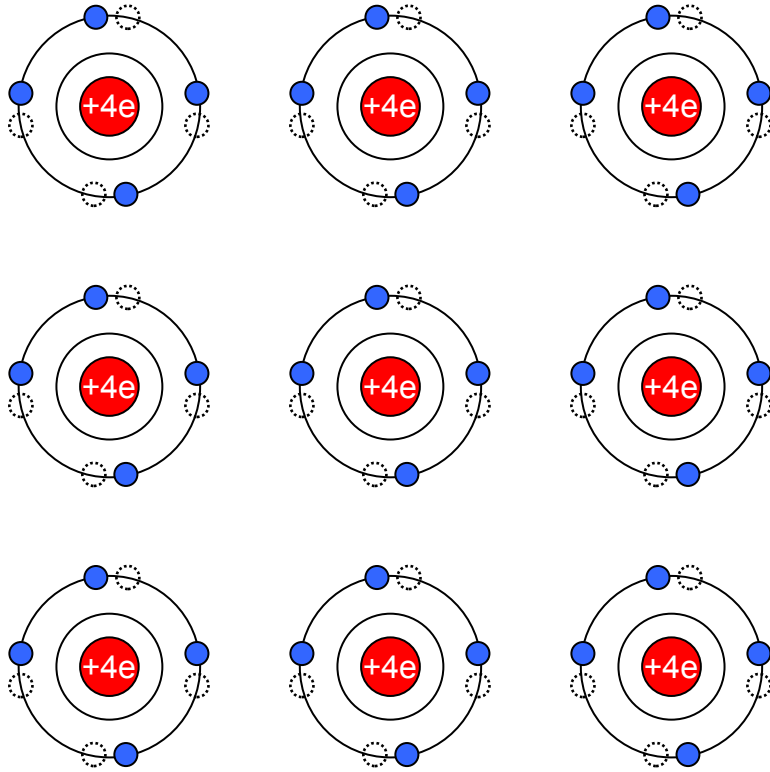


I	II		III	IV	V	VI	VII	VIII
H	He							
Li	Be		B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg		Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	遷移金属	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
Rb	Sr		In	Sn	Sb	Te	I	Xe
Cs	Ba	希土類	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

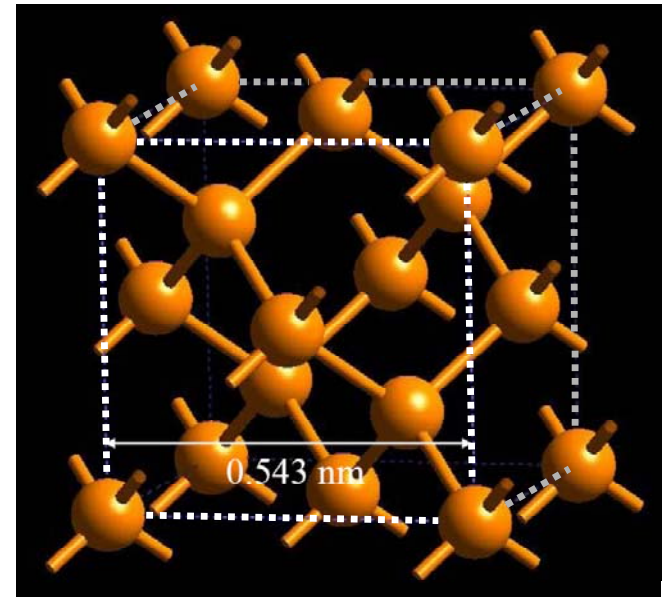
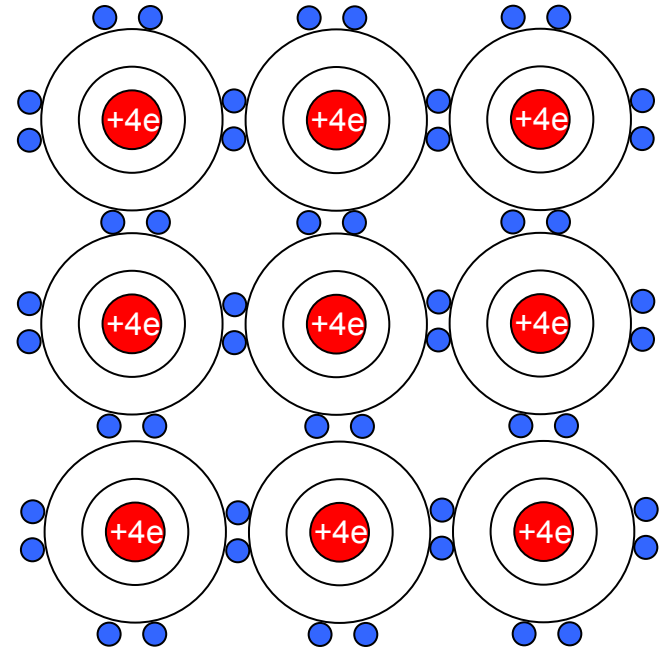


半導体

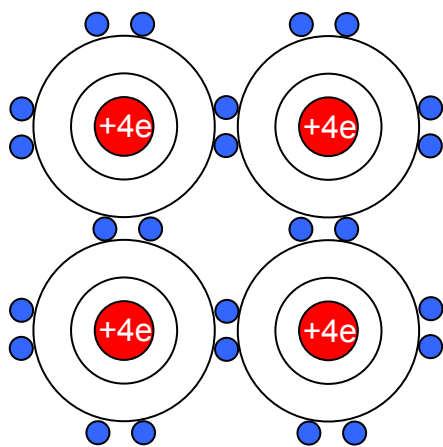
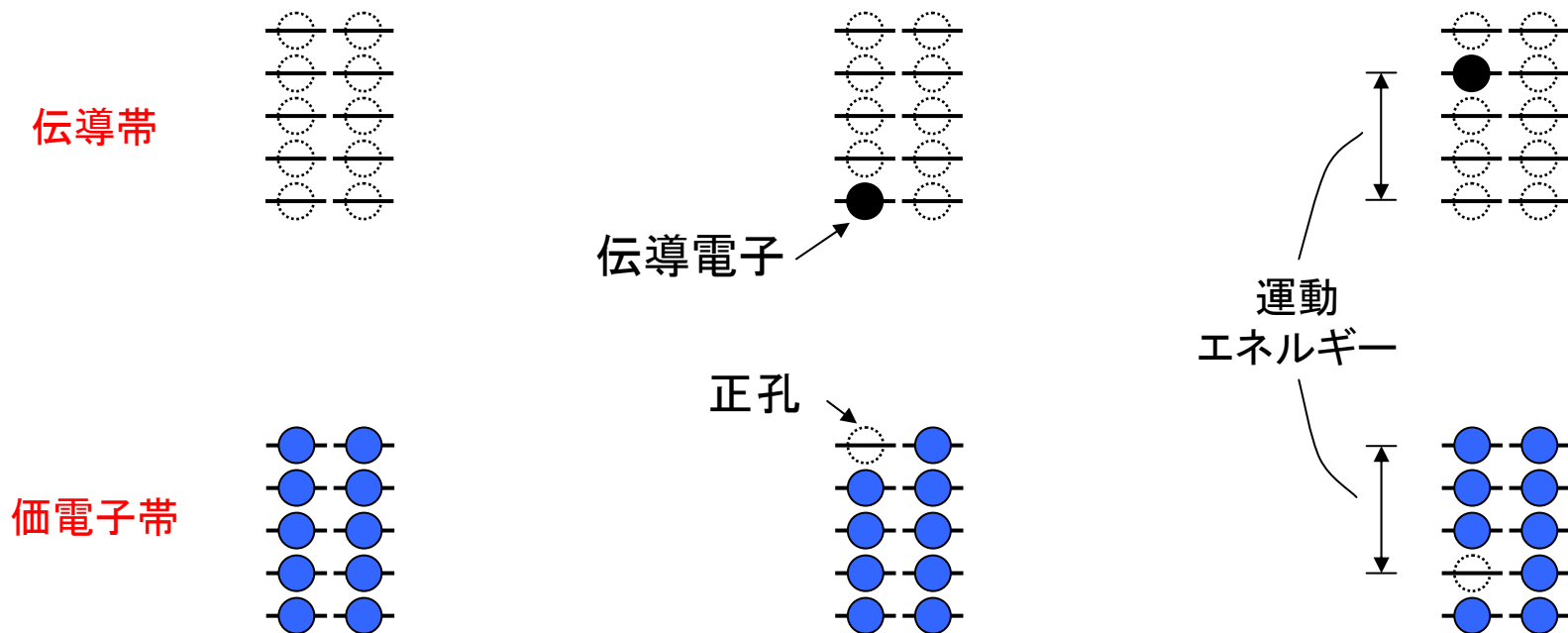
原子



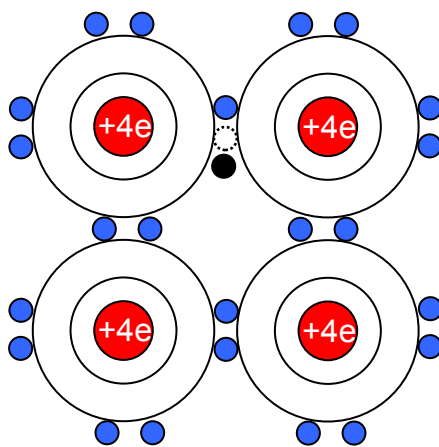
結晶



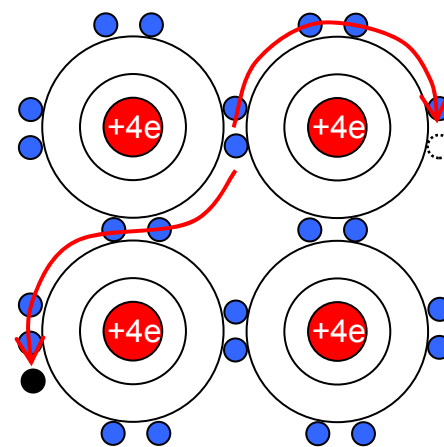
結晶における電子のエネルギー



基底状態では電子は価電子帯をすべて埋め、身動きできない



電子が励起されると伝導電子と正孔が形成される



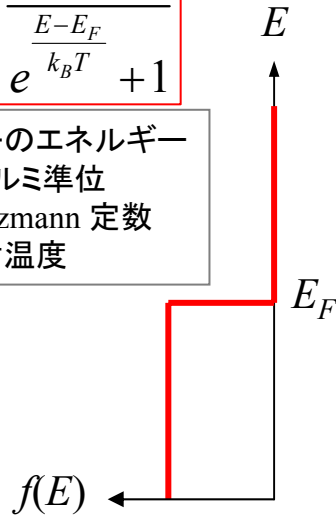
伝導電子と正孔は結晶中を動くことができる

電子と正孔の熱的な形成

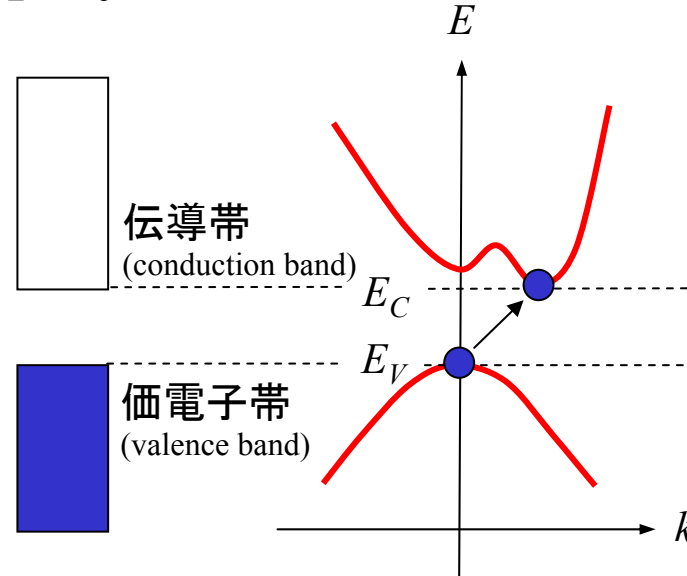
Fermi-Dirac 分布関数

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$

E : 電子のエネルギー
 E_F : フェルミ準位
 k_B : Boltzmann 定数
 T : 絶対温度

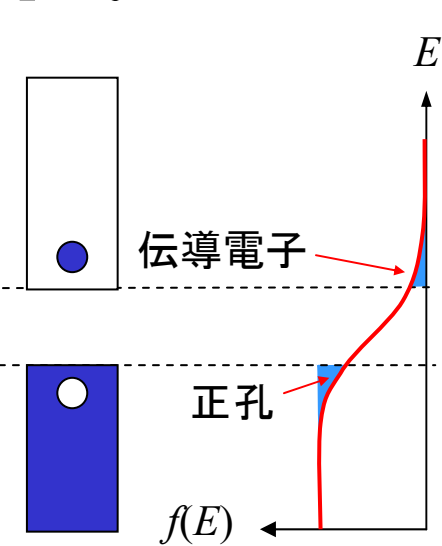


$T = 0$



価電子帯を電子が完全に満たしている

$T > 0$



価電子帯の電子が伝導帯に**熱的に**遷移

状態密度

伝導電子濃度

$$n = \int_{E_C}^{\infty} D_C(E) f(E) dE$$

$$D_C(E) = \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E - E_C}$$

正孔濃度

$$p = \int_{-\infty}^{E_V} D_V(E) [1 - f(E)] dE$$

$$D_V(E) = \frac{(2m_h^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E_V - E}$$

m_e^* : 電子の有効質量
 m_h^* : 正孔の有効質量

有効状態密度

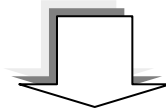
$$n = \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{E}}{e^{\frac{E+E_C-E_F}{k_B T}} + 1} dE \cong 2 \left(\frac{m_e^* k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_B T} \right)$$

$$E_C - E_F \gg k_B T$$

$$p = \frac{(2m_h^*)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{E}}{e^{\frac{E-E_V+E_F}{k_B T}} + 1} dE \cong 2 \left(\frac{m_h^* k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T} \right)$$

$$E_F - E_V \gg k_B T$$

$$\int_0^\infty e^{-ax} \sqrt{x} dx = \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$



$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_B T} \right)$$

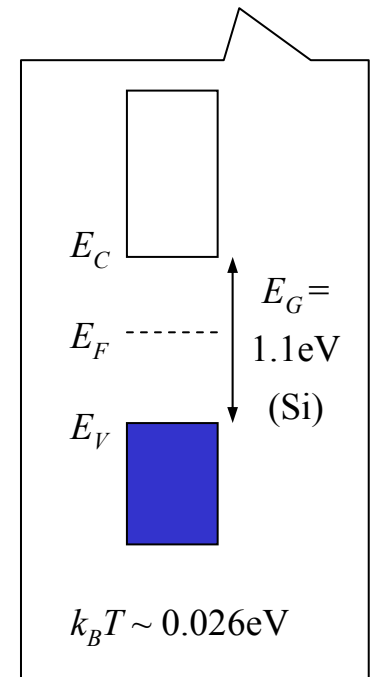
伝導帯の有効状態密度

$$N_C = 2 \left(\frac{m_e^* k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T} \right)$$

価電子帯の有効状態密度

$$N_V = 2 \left(\frac{m_h^* k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$$

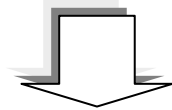


$$E_G = E_C - E_V$$

真性キャリア密度

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_B T}\right)$$

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T}\right)$$



$$np = n_i^2$$

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(-\frac{E_G}{2k_B T}\right)$$

真性半導体(不純物を含まない半導体)では
伝導電子・正孔は熱的に励起される

$$n = p = n_i$$

真性フェルミ準位

$$E_{Fi} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right)$$

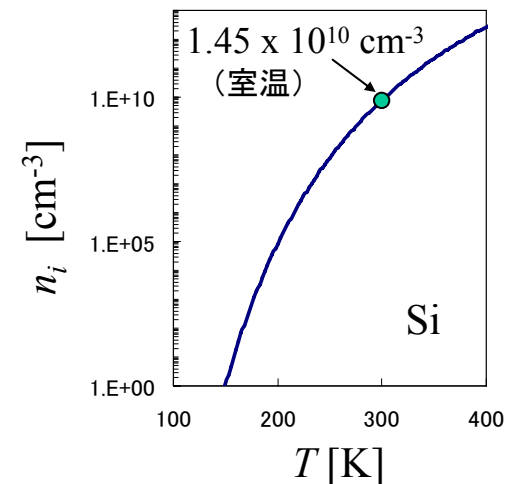
Si 300K

$$N_C = 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

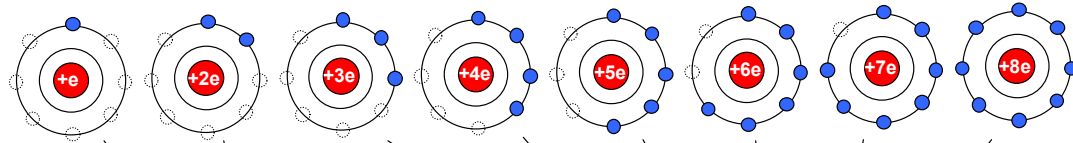
$$N_V = 1.04 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_i = 1.45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$E_G = 1.08 \text{ eV}$$



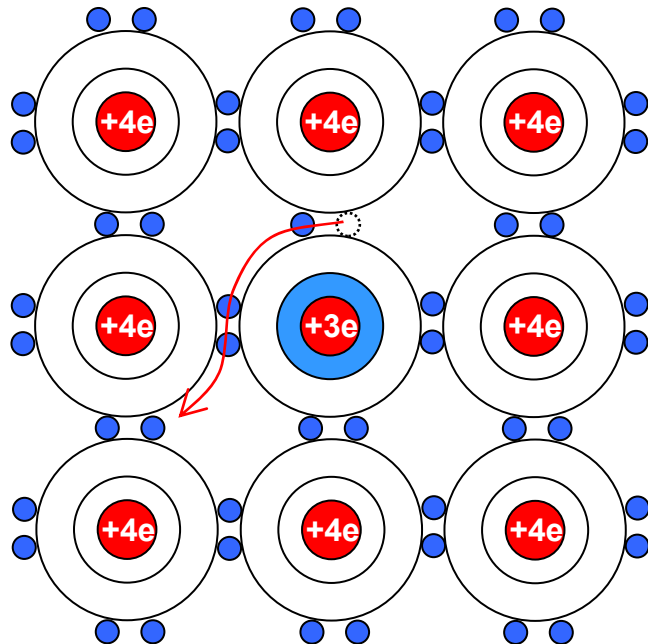
不純物の添加により
結晶の中を自由に
動き回れる伝導電子
と正孔を作り出すこと
ができる



I	II		III	IV	V	VI	VII	VIII
H	He							
Li	Be		B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg		Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	遷移金属	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
Rb	Sr		In	Sn	Sb	Te	I	Xe
Cs	Ba	希土類	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

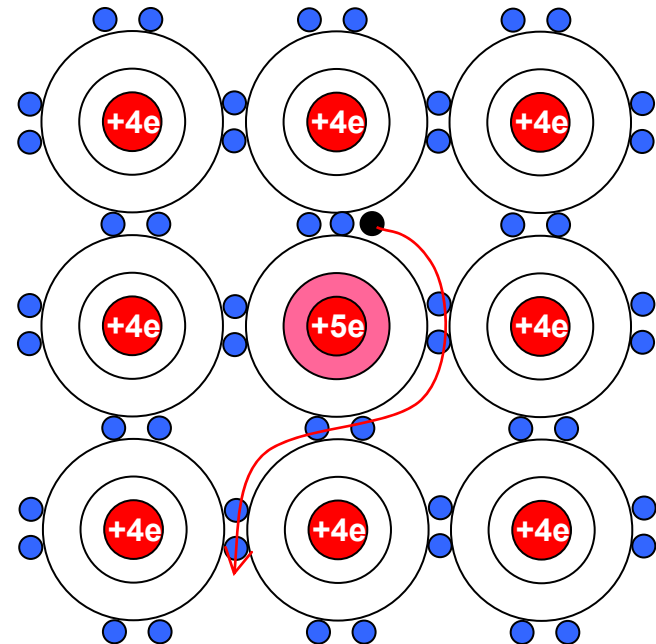
III族の原子(アクセプタ)を入れる

p型半導体

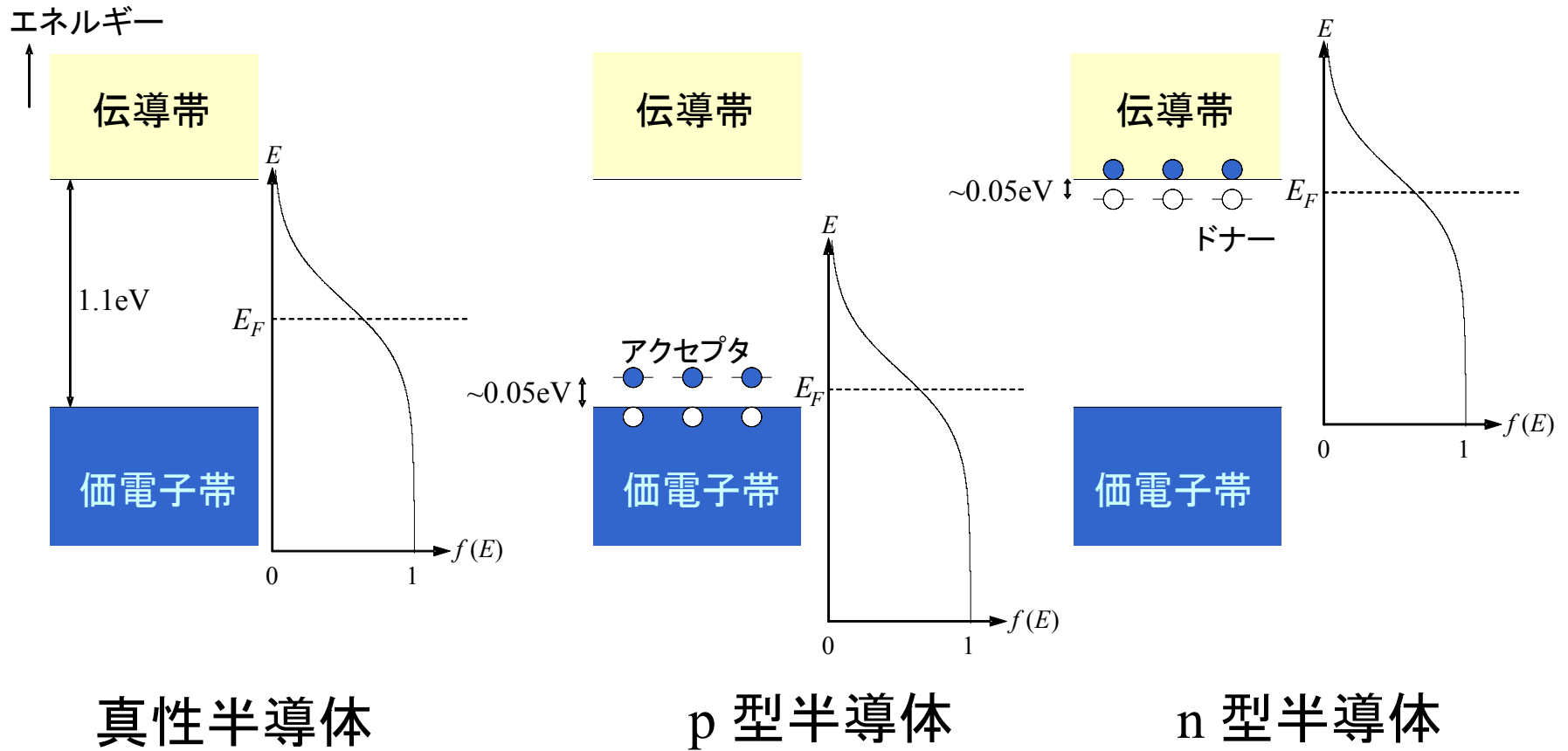


V族の原子(ドナー)を入れる

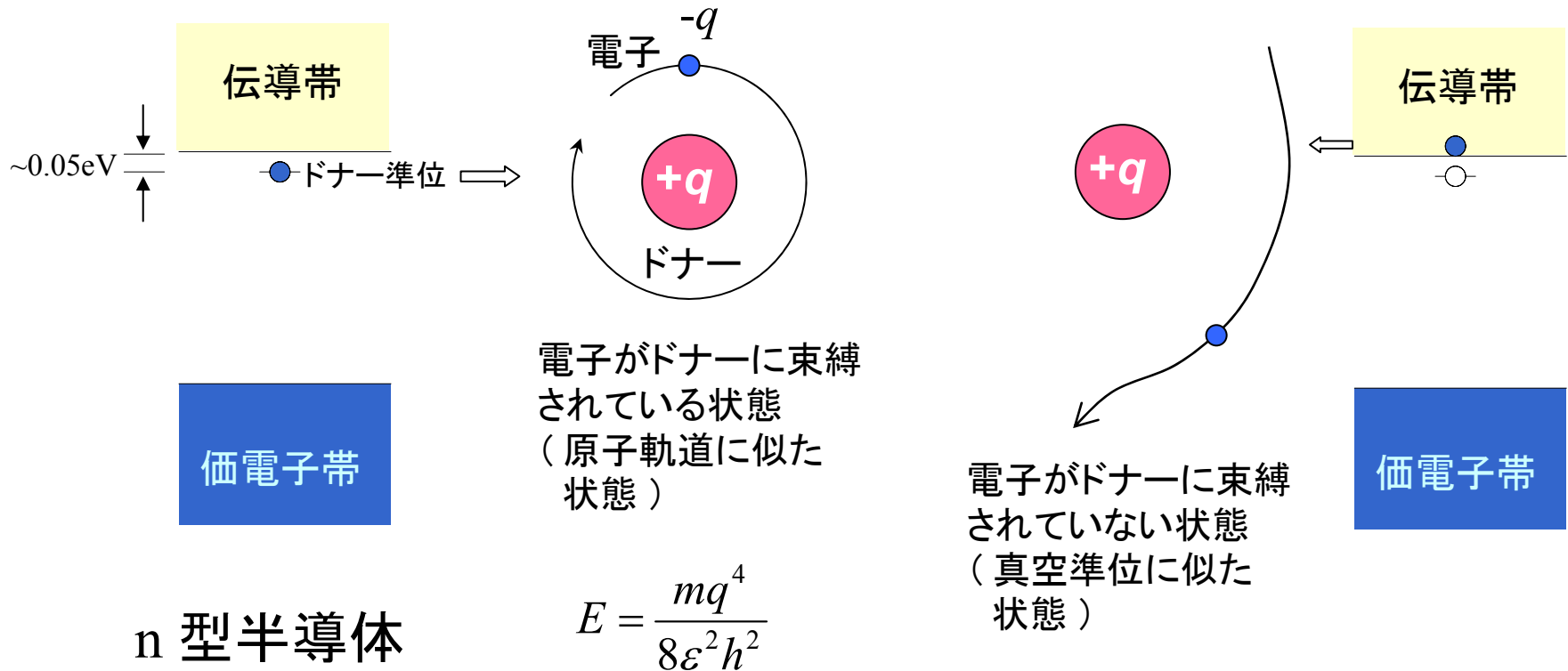
n型半導体



不純物の添加はフェルミ準位で表される



アクセプタ準位、ドナー準位



原子: Rydberg = 13.6 eV

Si: $\epsilon = 11.9 \epsilon_0$

$$\frac{13.6}{11.9^2} \sim 0.1 \text{ eV}$$

$$\begin{aligned}
 n &= N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} \\
 p &= N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}
 \end{aligned}
 \rightarrow
 \begin{aligned}
 n &= n_i e^{\frac{E_F - E_{Fi}}{k_B T}} \\
 p &= n_i e^{-\frac{E_F - E_{Fi}}{k_B T}}
 \end{aligned}
 \xrightarrow{E_F - E_{Fi} = -q\phi_F}
 \begin{aligned}
 n &= n_i e^{\frac{q\phi_F}{k_B T}} \\
 p &= n_i e^{-\frac{q\phi_F}{k_B T}}
 \end{aligned}$$

ϕ_F : フェルミポテンシャル

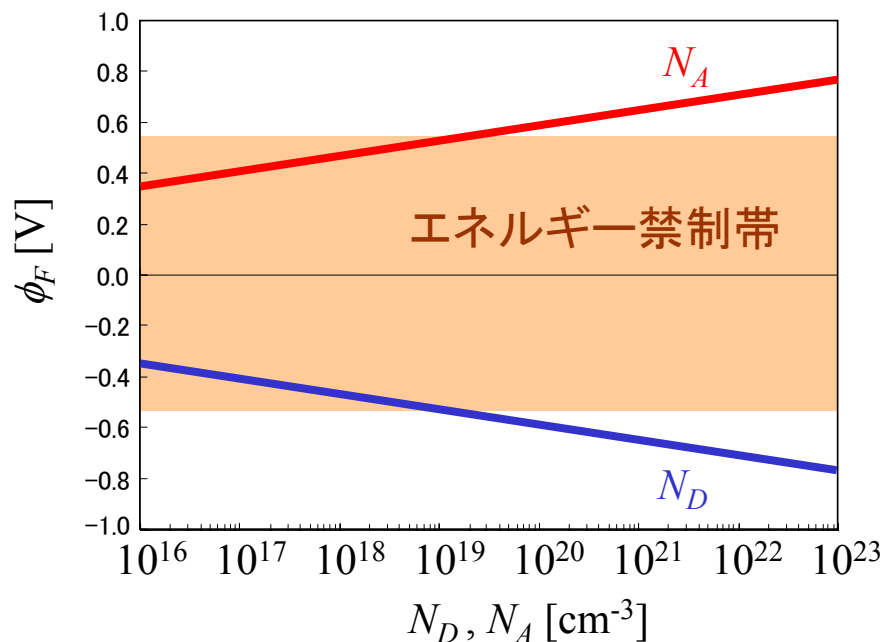
電気的中性条件

$$N_D - N_A = n - p$$

N_D : ドナー濃度
 N_A : アクセプタ濃度

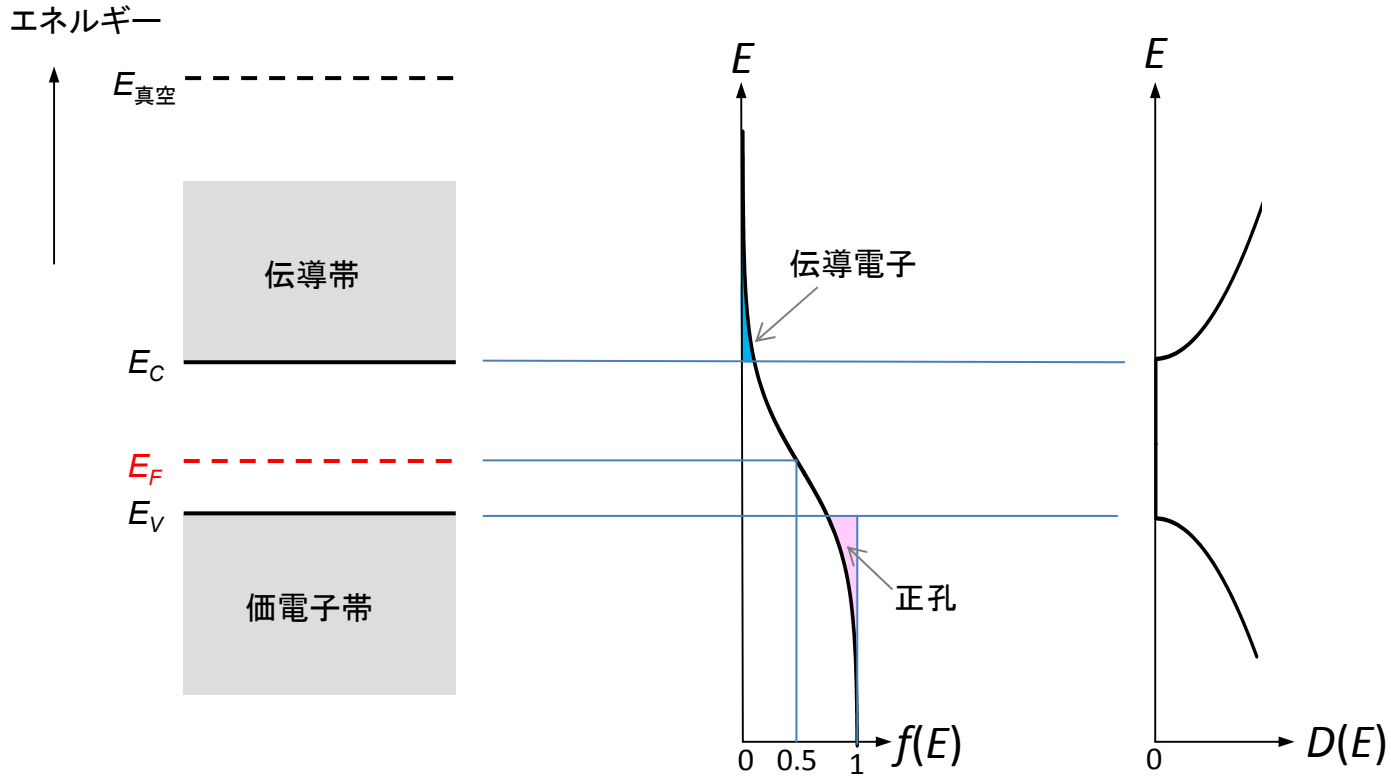
$$\phi_F = -\frac{k_B T}{q} \sinh^{-1} \left(\frac{N_D - N_A}{2n_i} \right)$$

$$\begin{aligned}
 \sinh^{-1}(x) &= \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right) \\
 &\cong \ln(2x) & x \gg 1 \\
 &\cong -\ln(-2x) & x \ll -1
 \end{aligned}$$



バンド図

バンド図



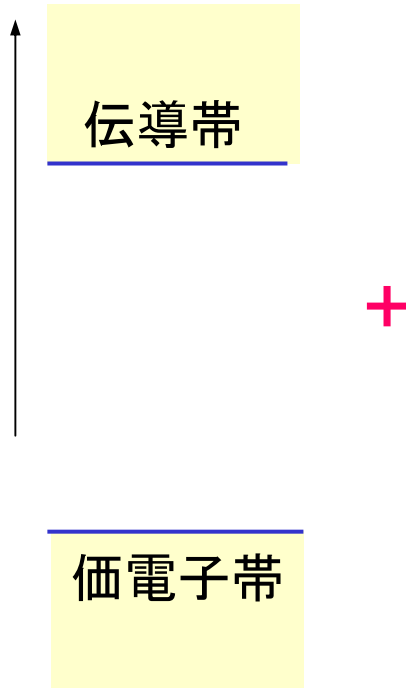
E_F は電子のエネルギー分布を
 E_C, E_V は電子の状態密度を代表

電子の
 エネルギー分布

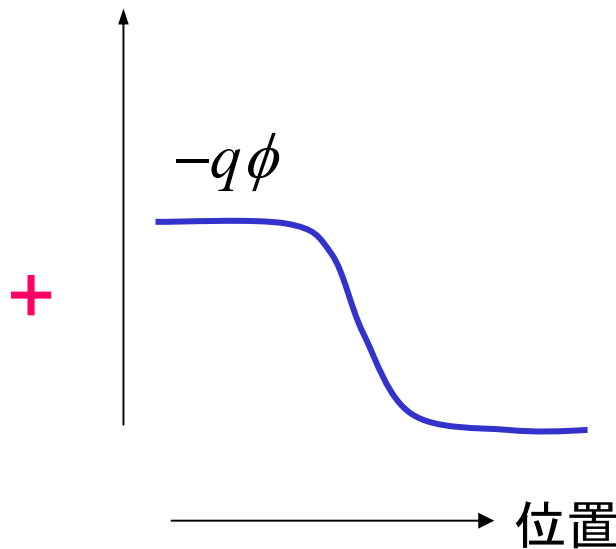
電子の状態密度
 (量子準位の数)

バンド図を見たらこのような図が
 すぐ思い浮かぶようにしよう

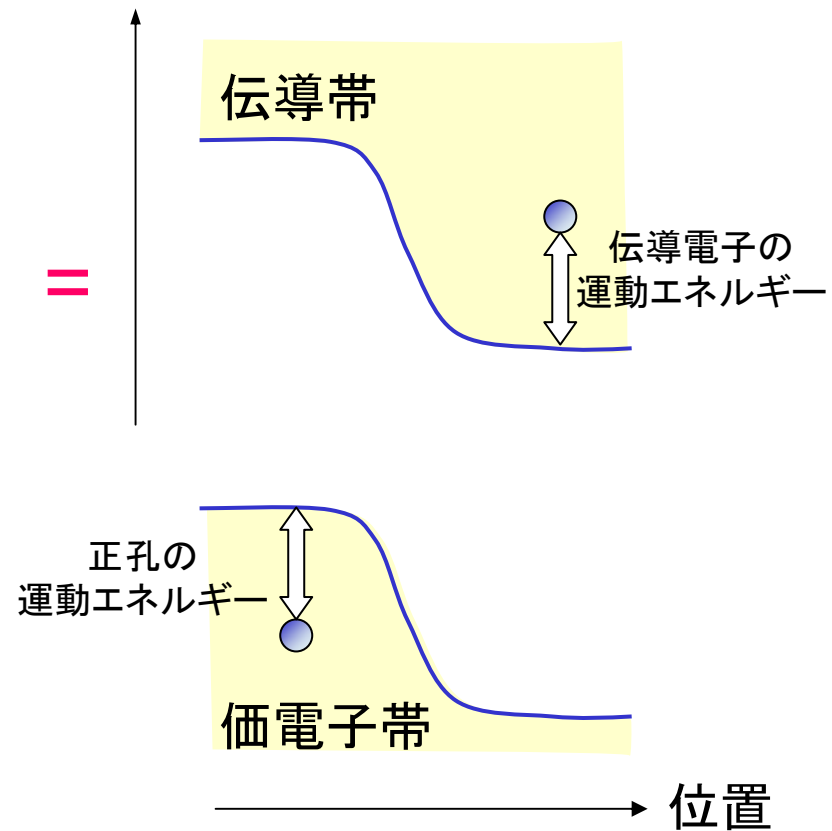
電界がある場合のバンド図

結晶内電子状態
のエネルギー

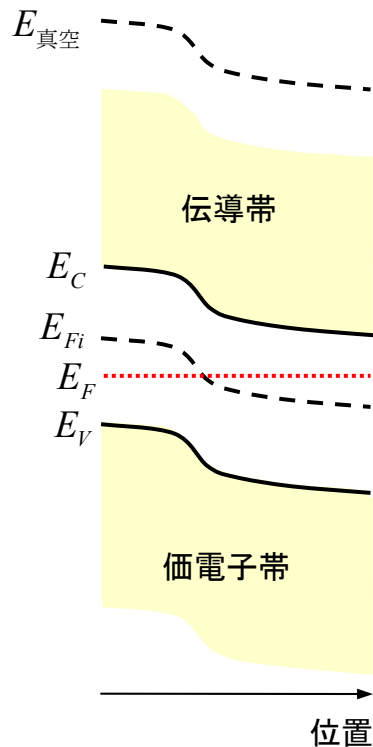
静電エネルギー



トータル・エネルギー



電界がある場合（静電ポテンシャルが変化している場合） のフェルミポテンシャル



$$E_{\text{真空}} = E_{\text{真空}}^0 - q\phi$$

$$E_C = E_C^0 - q\phi$$

$$E_V = E_V^0 - q\phi$$

$$E_{Fi} = E_{Fi}^0 - q\phi$$

- 上添え字0は $\phi = 0$ のときの値を表す

フェルミポテンシャル

$$E_F - E_{Fi} = -q\phi_F$$

- 静電ポテンシャル ϕ には直接依存しない
- 平衡状態では場所に依らない一定値

$$\Rightarrow E_F - E_{Fi} = -q(\phi_F - \phi)$$

$$n = n_i e^{\frac{E_F - E_{Fi}}{k_B T}}$$

$$p = n_i e^{-\frac{E_F - E_{Fi}}{k_B T}}$$

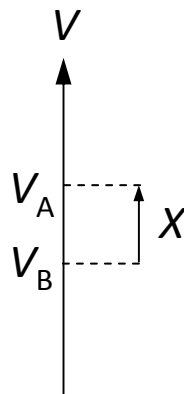


$$n = n_i e^{-\frac{q}{k_B T}(\phi_F - \phi)}$$

$$p = n_i e^{\frac{q}{k_B T}(\phi_F - \phi)}$$

矢印による物理量の表し方について

ここでは、物理量を矢印で表したとき、矢印の先の座標値から矢印の元の座標値を差し引いた値で定義することにする。



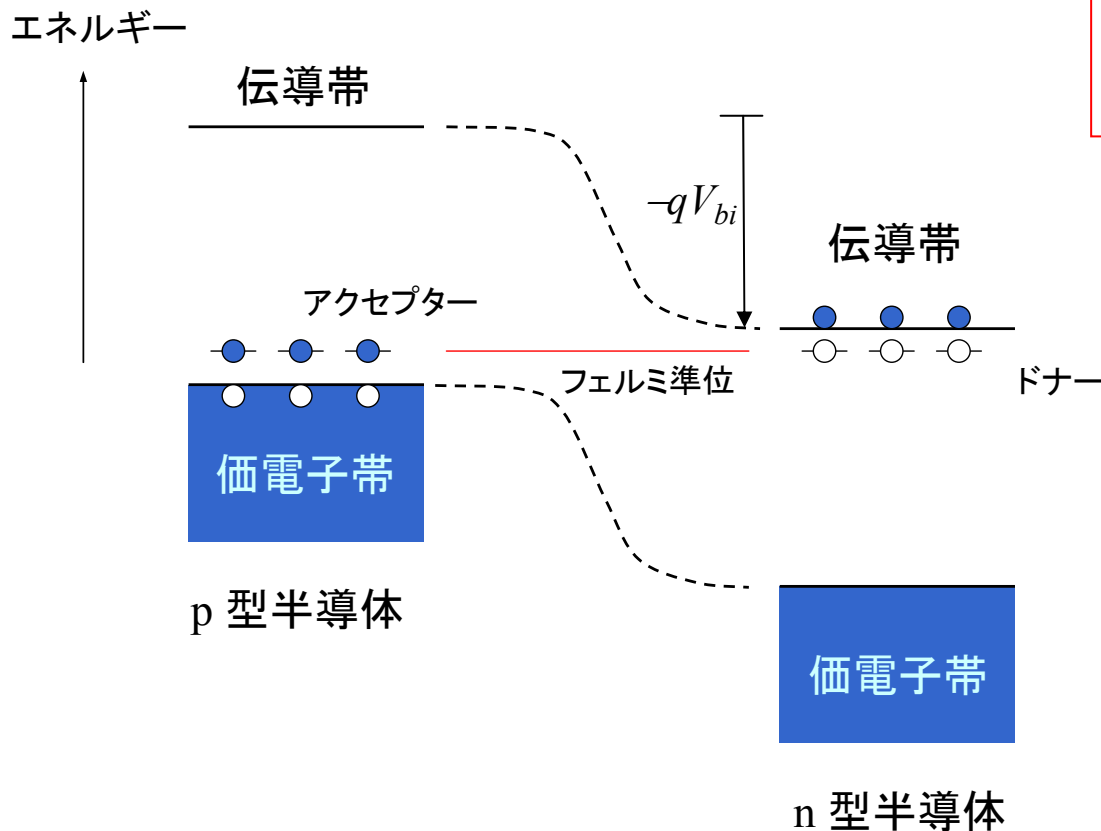
$$X = V_A - V_B$$

座標軸の方向に矢印が向いている場合には物理量は正 ($X > 0$)

座標軸と反対に矢印が向いている場合には物理量は負 ($X < 0$)

また、 $V_A - V_B$ を V_{AB} で表す

p 型半導体と n 型半導体をつなげると



平衡状態では
フェルミ準位(フェルミポテンシャル)
はどこでも同じ値でなければならない

フェルミ準位: 電子を1個付け加える
のに必要なエネルギー

フェルミ準位が場所に依って異なると
フェルミ準位の低いところに電子が移動

⇒ pn接合部で静電ポテンシャルが
空間的に変化
(電気2重層による電界の発生)

$$\phi = \phi_p$$

$$N_A = n_i e^{\frac{q}{k_B T} (\phi_F - \phi_p)}$$

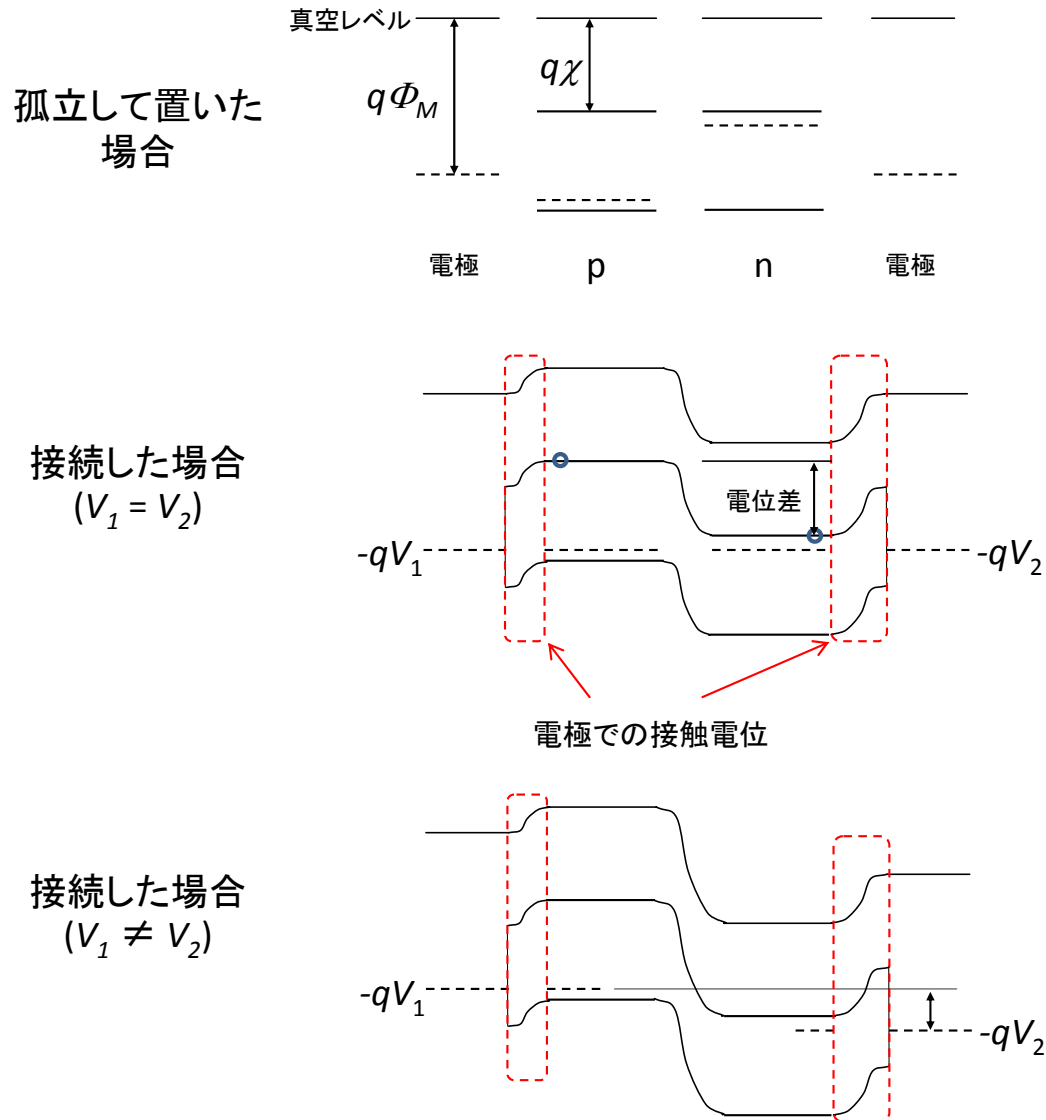
$$\phi = \phi_n$$

$$N_D = n_i e^{-\frac{q}{k_B T} (\phi_F - \phi_n)}$$

ビルトインポテンシャル

$$\Rightarrow V_{bi} = \phi_n - \phi_p = \frac{k_B T}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$

外部印可電圧は静電ポテンシャルでは無く、 フェルミポテンシャルを与える



非平衡状態への拡張

熱平衡状態

電子の流れが無い状態

$$n = n_i e^{-\frac{q}{k_B T}(\phi_F - \phi)}$$

$$p = n_i e^{\frac{q}{k_B T}(\phi_F - \phi)}$$

ϕ_F : フェルミポテンシャル

非平衡状態

電流 $\neq 0$

$$n = n_i e^{-\frac{q}{k_B T}(\phi_{Fn} - \phi)}$$

$$p = n_i e^{\frac{q}{k_B T}(\phi_{Fp} - \phi)}$$

ϕ_{Fn} : 電子擬フェルミポテンシャル
 ϕ_{Fp} : 正孔擬フェルミポテンシャル

擬フェルミポテンシャルは imref とも呼ばれる。imref は Fermi を逆に書いたもの

電流密度

$$\vec{j}_n = q\mu_n n \vec{E} + qD_n \vec{\nabla} n$$

$$\vec{j}_p = q\mu_p p \vec{E} - qD_p \vec{\nabla} p$$

$$\vec{j}_n = -q\mu_n n \vec{\nabla} \phi_{Fn}$$

$$\vec{j}_p = -q\mu_p p \vec{\nabla} \phi_{Fp}$$

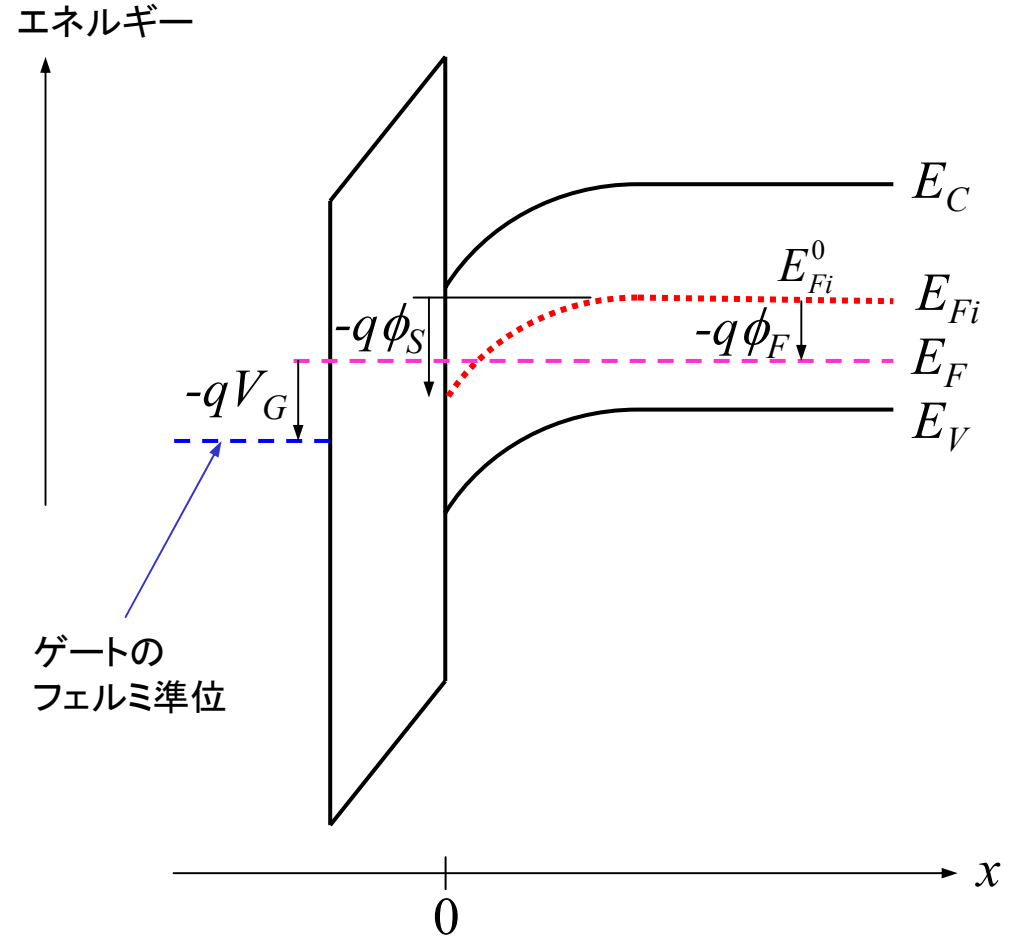
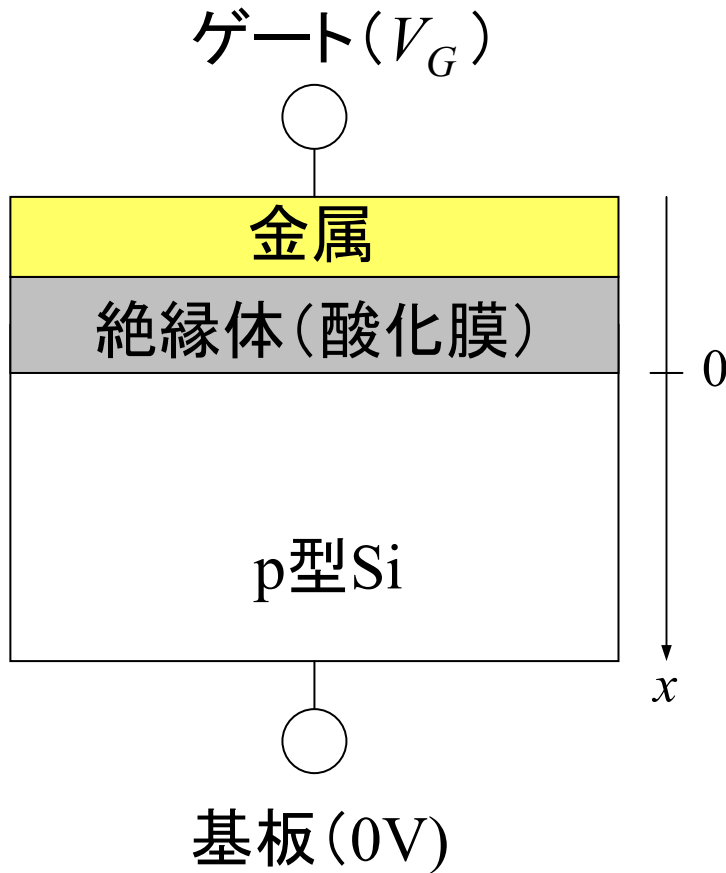
平衡状態(電流 = 0)は擬フェルミポテンシャルが場所に依らず一定ということで表される

外部の電源(電圧 V)とオーミック・コンタクトで接続している場合

接続点で外部電源と熱平衡にあるとして

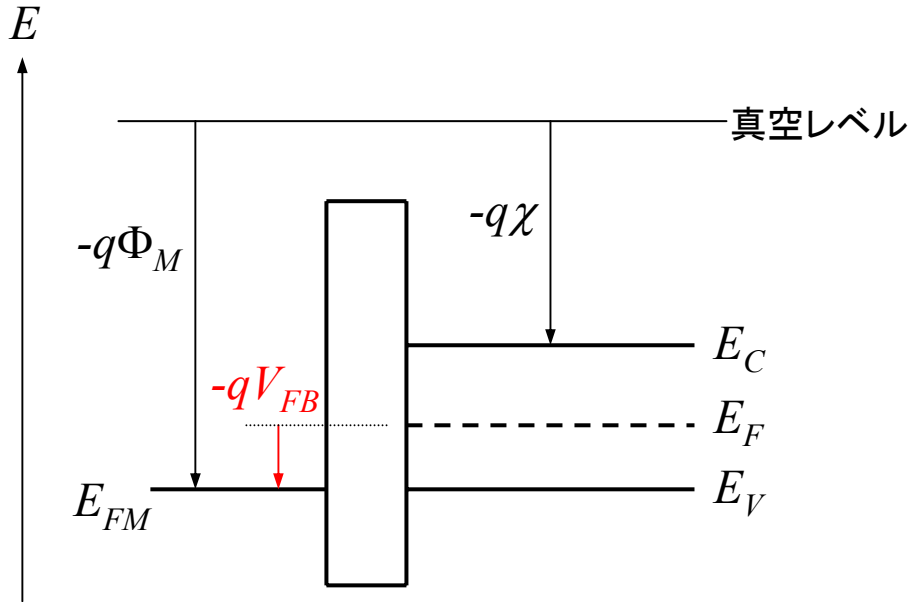
$$\phi_{Fn} = \phi_{Fp} = V$$

MOSキャパシタ

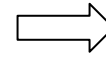


コンタクトでのフェルミ準位 = 外部印加電圧

Flat-band 電圧



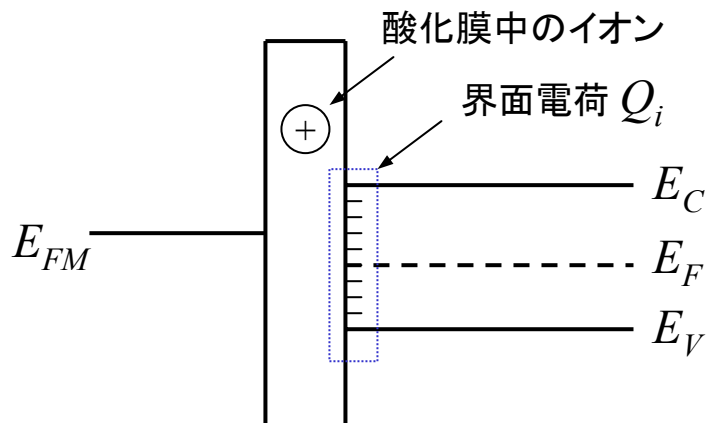
$$-q\Phi_M = -qV_{FB} + E_F - E_C - q\chi$$



$$V_{FB} = \Phi_M - \chi - \phi_F - \frac{E_C - E_{Fi}}{q}$$

数値例
(300K)

Φ_M	Al	4.1 eV
	n ⁺ -polySi	4.0 eV
	p ⁺ -polySi	5.2 eV
χ		4.05 eV
$(E_C - E_{Fi})/q$		0.55 eV



酸化膜中の電荷や界面電荷が存在すると、それによる電位も補わなければならない

$$V_{FB} = V_{FB}^0 - \frac{Q_i}{C_{ox}} - \frac{1}{C_{ox}} \int_0^{t_{ox}} \rho(x) x dx$$

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}}$$

酸化膜中の電荷密度

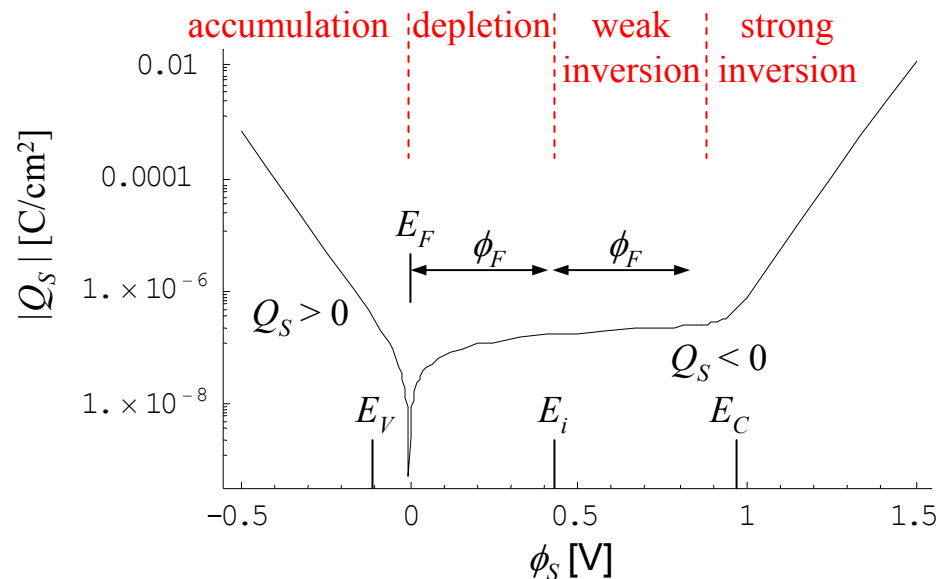
電界 $E_x = -\frac{d\phi}{dx}$

$$E_x = \frac{\sqrt{2}k_B T}{qL_D} F\left(\frac{q\phi}{k_B T}, e^{\frac{2q\phi_F}{k_B T}}\right) \quad L_D = \sqrt{\frac{k_B T \epsilon_S}{q^2 N_A}} \quad : \text{extrinsic Debye length}$$

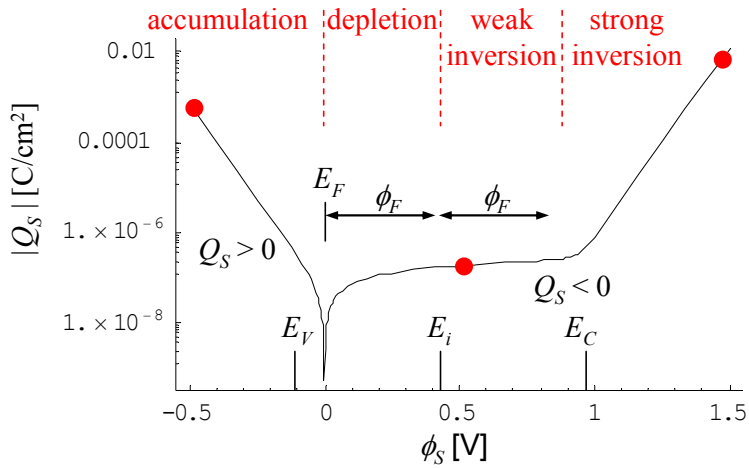
$$F(x, y) = \text{sign}(x) \sqrt{e^{-x} + x - 1 + y(e^x - x - 1)}$$

半導体基板中の電荷量(単位面積あたり)

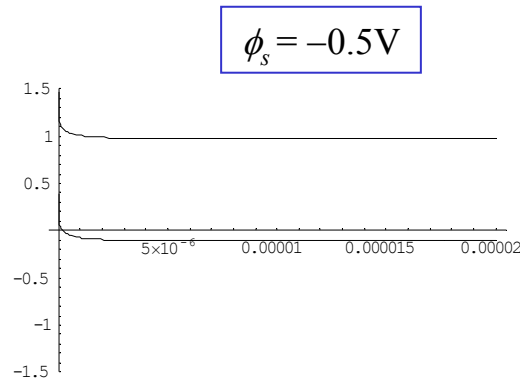
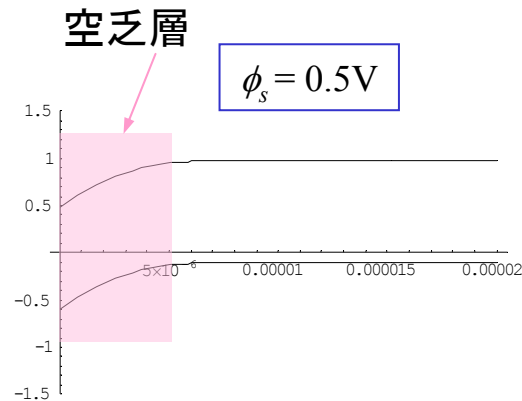
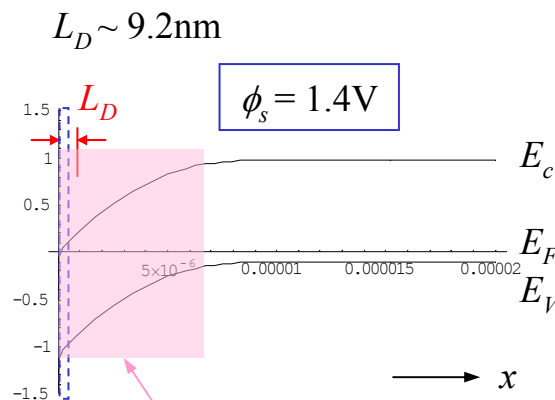
$$Q_S = \int_0^\infty \rho dx = -\epsilon_S E_x(x=0) = -\frac{\sqrt{2}\epsilon_S k_B T}{qL_D} F\left(\frac{q\phi_S}{k_B T}, e^{\frac{2q\phi_F}{k_B T}}\right)$$



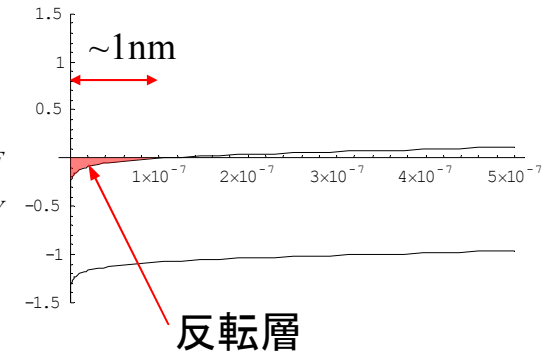
$$N_A = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$



- 空乏層の幅は L_D の5~10倍
- 反転層、蓄積層の厚さは L_D よりもはるかに小さい

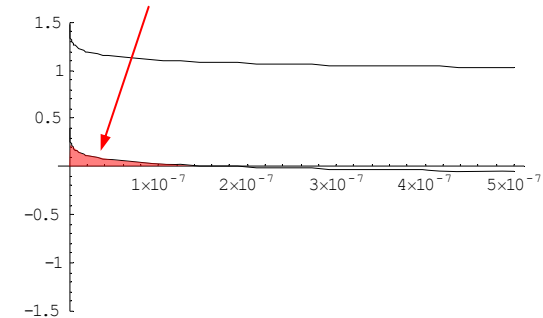


$x = 0$ 付近 (青鎖点領域) を拡大

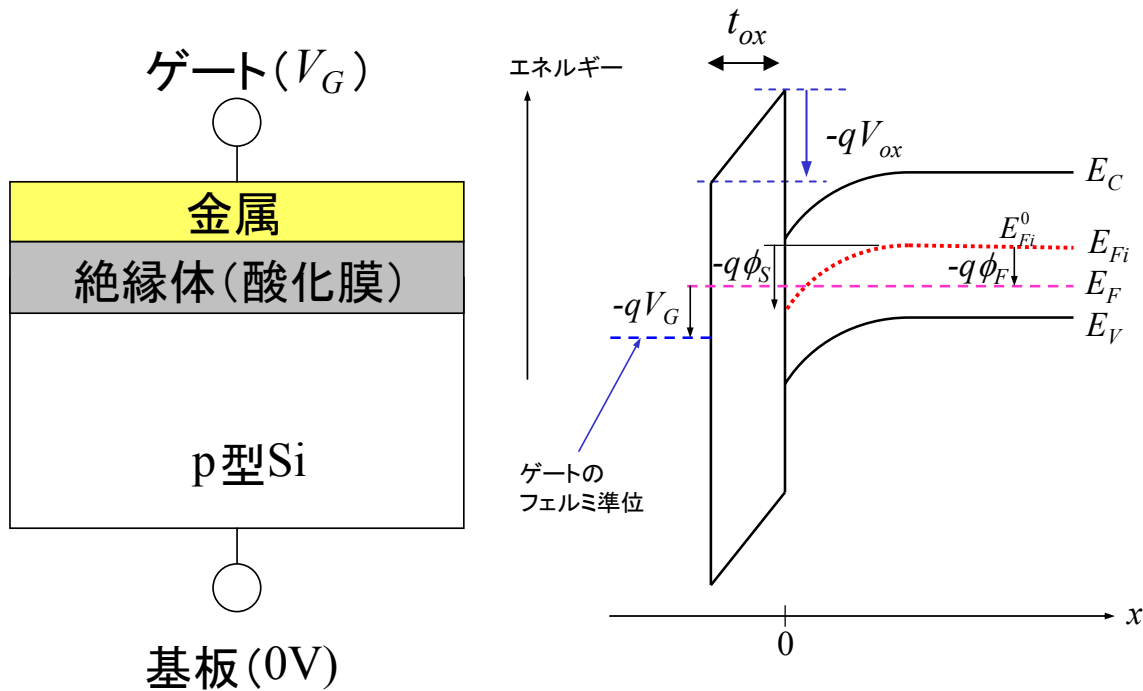


伝導電子が界面に誘起

正孔が界面に誘起
蓄積層



ゲート電圧との関係

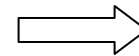


$$V_G - V_{FB} = V_{ox} + \phi_S$$

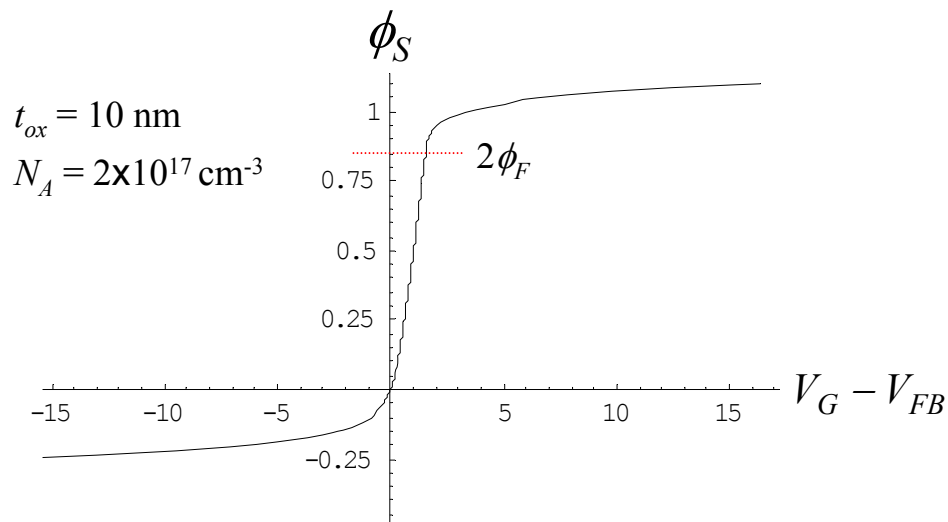
ゲート絶縁膜での電圧降下

$$V_{ox} = -\frac{Q_S}{C_{ox}}$$

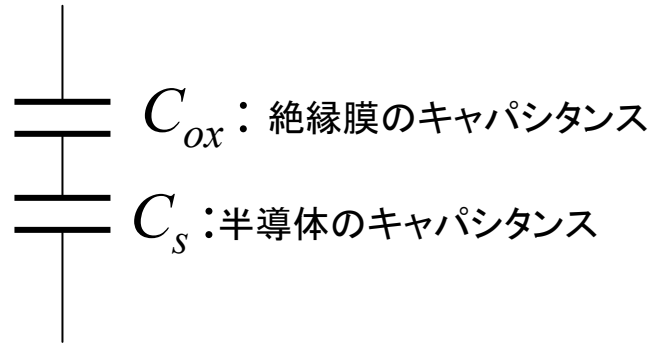
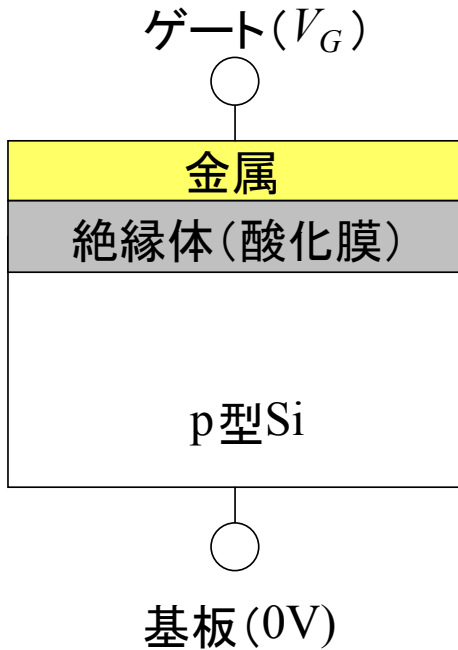
$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}}$$



$$V_G - V_{FB} = -\frac{Q_S}{C_{ox}} + \phi_S$$



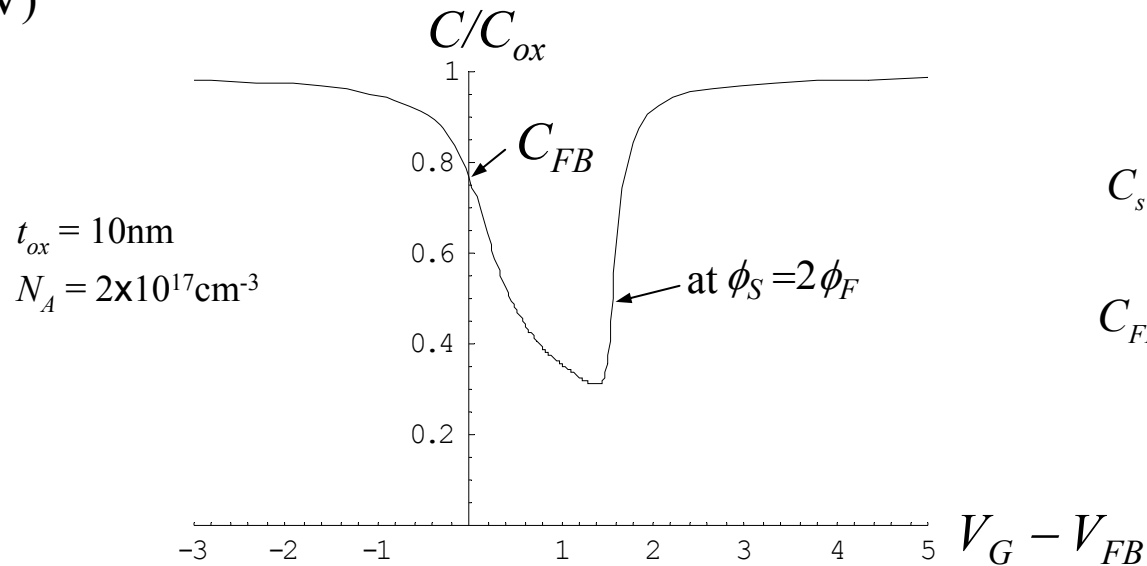
MOS キャパシタ



キャパシタンス
(単位面積あたり)

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_s}$$

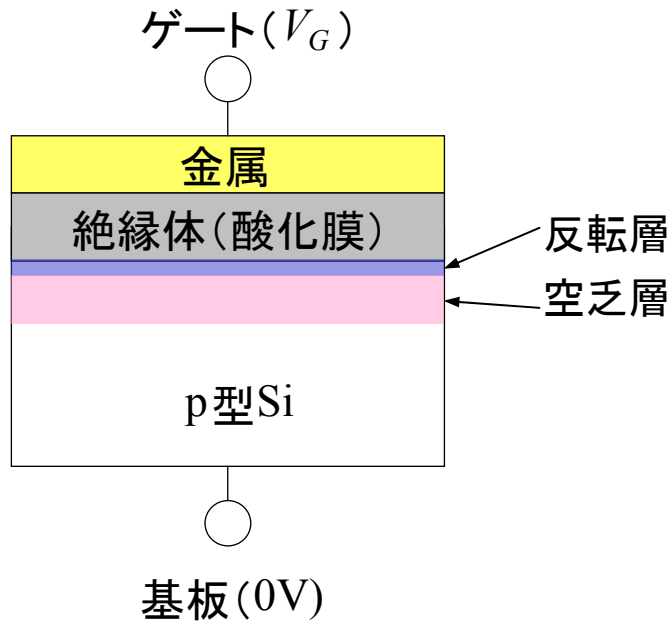
$$C_s = -\frac{dQ_s}{d\phi_s}$$



$$C_s(\phi_s = 0) \cong \frac{\epsilon_s}{L_D}$$

$$C_{FB} = \frac{1}{\frac{t_{ox}}{\epsilon_{ox}} + \frac{L_D}{\epsilon_s}}$$

MOS キャパシタ ー高周波



反転層の電子は端子に接続されてなく、孤立している

反転層の電子密度が変わるには電子・正孔対の形成が必要

電子・正孔対形成のレートは小さく、反転層の電子が平衡に達するには時間が必要

高周波でのキャパシタンス

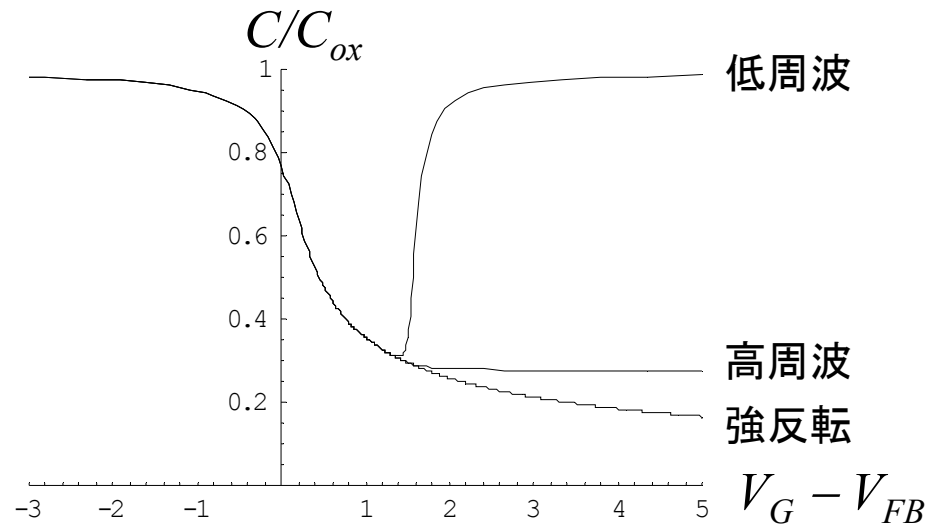
反転層の電子は追従できず電子密度は凍結される

$$Q_s = -\frac{\sqrt{2\epsilon_s k_B T}}{qL_D} F\left(\frac{q\phi_s}{k_B T}, y\right) \quad \text{電子密度の項}$$

計算式	低周波	高周波	強反転
$C_s = -\frac{dQ_s}{d\phi_s}$	$y = e^{-\frac{2q\phi_F}{k_B T}}$	$y = 0$	$y = 0$
$V_G - V_{fb} = -\frac{Q_s}{C_{ox}} + \phi_s$	$y = e^{-\frac{2q\phi_F}{k_B T}}$	$y = e^{-\frac{2q\phi_F}{k_B T}}$	$y = 0$

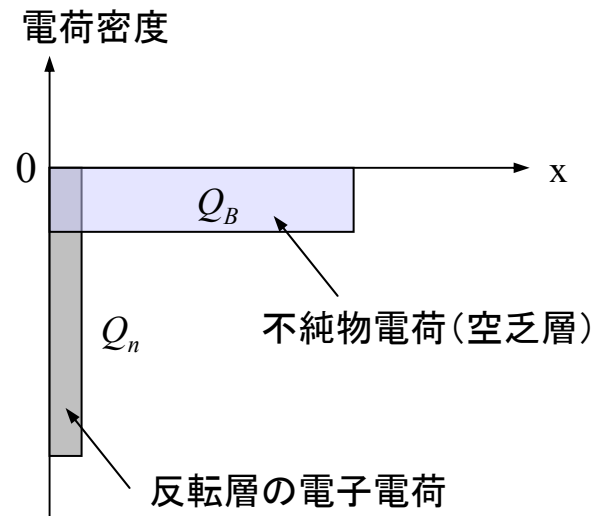
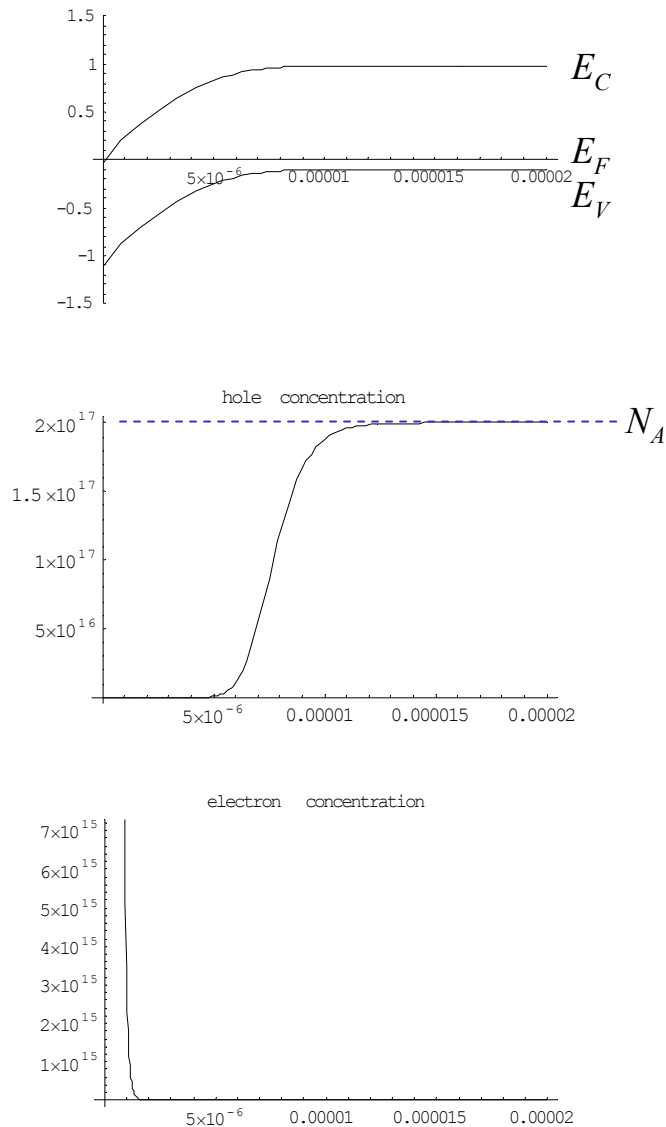
高周波: 直流ゲート電圧 + 高周波小信号

強反転: ゲート電圧を高速に変化



強反転領域でのキャリア分布

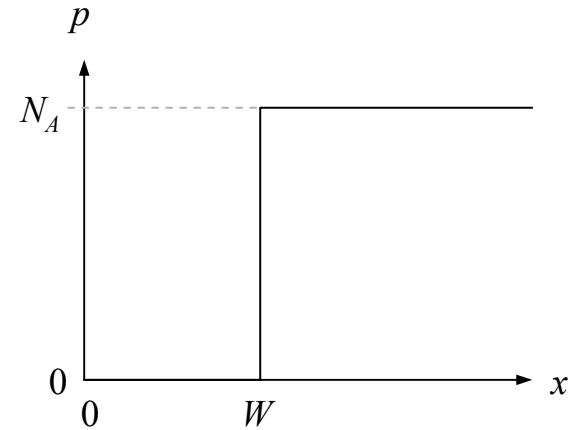
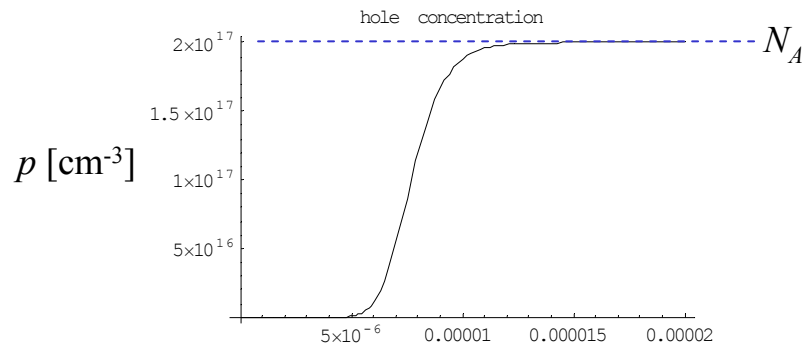
$$\phi_s = 1V$$



$$Q_S = \int_0^{\infty} \rho dx = Q_n + Q_B$$

$$Q_B = -q \int_0^{\infty} (N_A - N_D - p) dx$$

$$Q_n = -q \int_0^{\infty} n dx$$

空乏層近似で Q_B を評価

$$\frac{d^2}{dx^2} \phi = \frac{qN_A}{\epsilon_S} \quad (0 < x < W) \quad \Rightarrow \quad \phi = \frac{qN_A}{2\epsilon_S} (W - x)^2$$

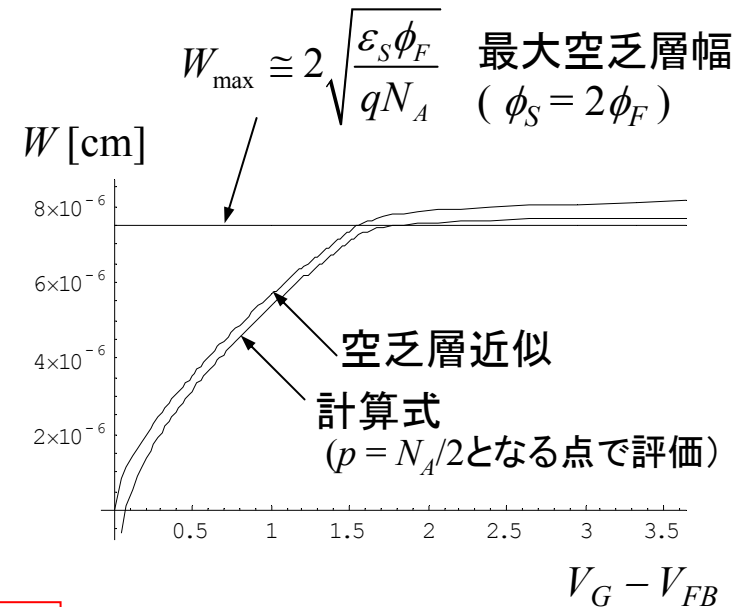
$$\frac{d^2}{dx^2} \phi = 0 \quad (W < x)$$

$$\phi = \frac{d\phi}{dx} = 0 \quad (x = W)$$

$$\phi_S = \frac{qN_A}{2\epsilon_S} W^2$$

$$Q_B = -qN_A W$$

$$Q_B = -\sqrt{2qN_A \epsilon_S \phi_S}$$



閾値

反転層が形成されるゲート電圧

$$V_G - V_{FB} = -\frac{Q_S}{C_{ox}} + \phi_S$$

$$Q_S = Q_n + Q_B$$



反転層の電荷 $Q_n = -C_{ox} \left(V_G - V_{FB} - \phi_S + \frac{Q_B}{C_{ox}} \right)$

$$= -C_{ox} (V_G - V_T)$$

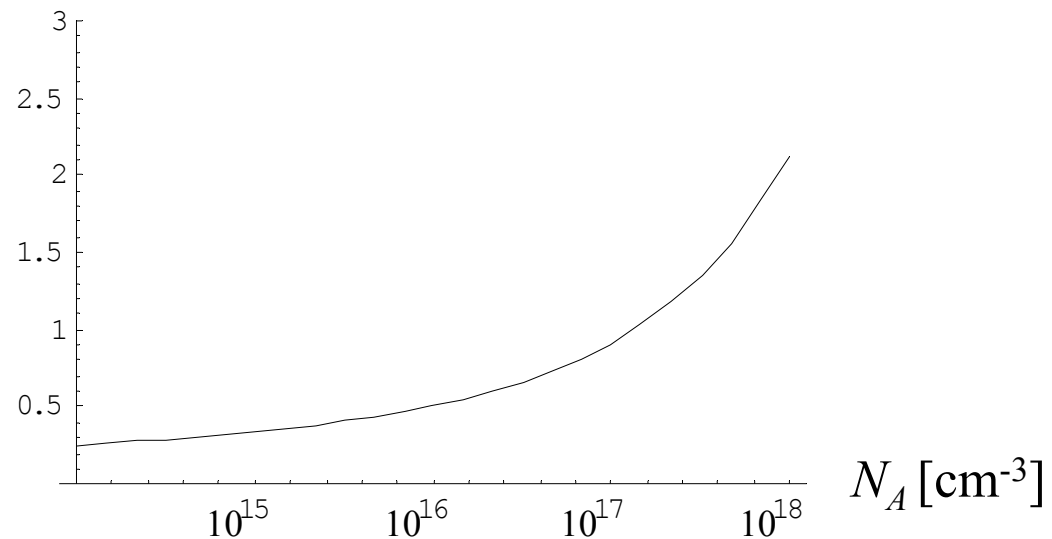
閾値 $V_T = V_{FB} + \phi_S - \frac{Q_B}{C_{ox}} \cong V_{FB} + 2\phi_F + \frac{\sqrt{2qN_A\epsilon_S(2\phi_F)}}{C_{ox}}$

$$\phi_S \cong 2\phi_F \text{ (反転層の伝導電子濃度 = 基板濃度)}$$

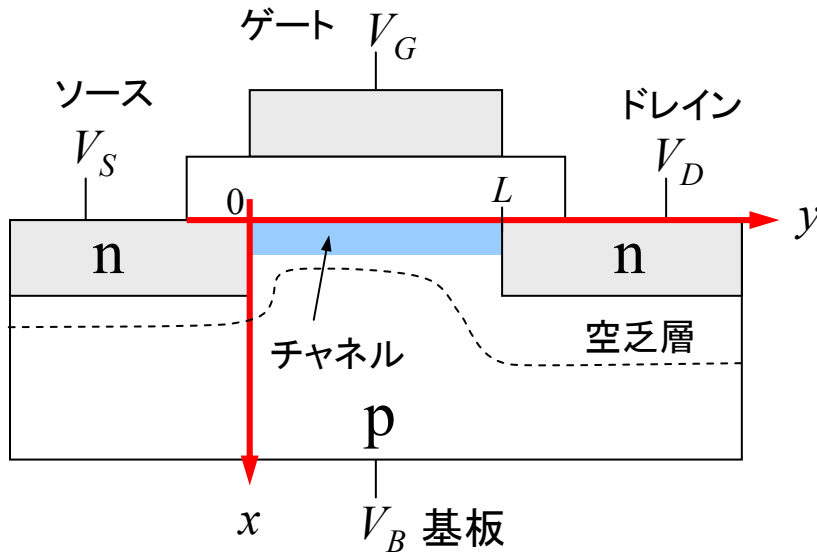
$$V_T \cong V_T(\phi_F = 0) + \phi_F + \frac{\sqrt{2qN_A\epsilon_S(2\phi_F)}}{C_{ox}}$$

基板濃度により閾値
の調整が可能

$V_T - V_T(\phi_F = 0)$ [V]



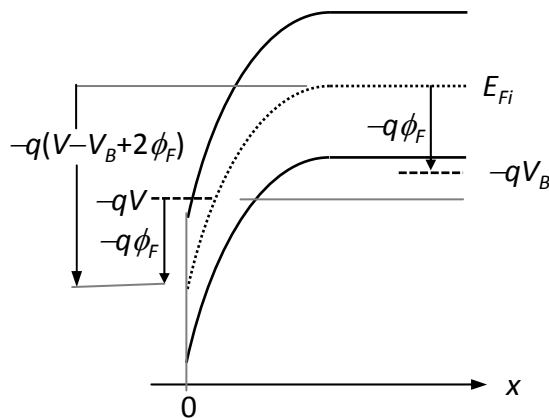
MOSFETの特性解析



MOSFETではソース、ドレインが加わり、電位関係が複雑

gradual channel 近似

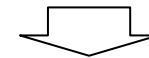
- y 方向の電界は x 方向の電界に比べ小さいと仮定
- チャンネルが形成されているとする
- チャンネルの電位(電子の擬フェルミポテンシャル)はソース・ドレインの電圧で決められる



チャンネルは強反転しており、電子の擬フェルミポテンシャルは E_{Fi} の $q\phi_F$ 上にある

$$Q_n = -C_{ox} \left(V_{GB} - V_{FB} - [2\phi_F + V - V_B] + \frac{Q_B}{C_{ox}} \right)$$

$$Q_B = -\sqrt{2qN_A\epsilon_S [2\phi_F + V - V_B]}$$



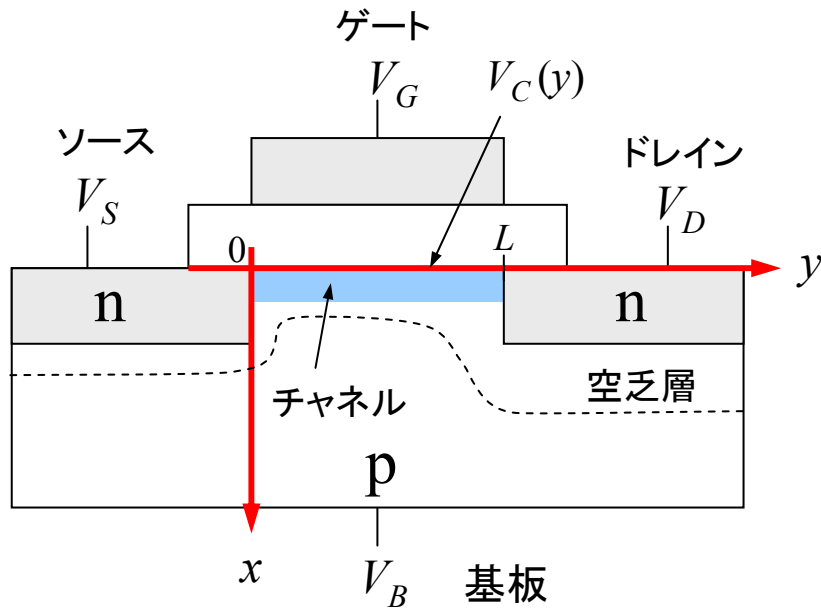
$$Q_n = -C_{ox} (V_G - V_T - V(y))$$

$$V(0) = V_S$$

$$V(L) = V_D$$

$$V_T \cong V_{FB} + 2\phi_F + \frac{\sqrt{2qN_A\epsilon_S (2\phi_F - V_{BS})}}{C_{ox}}$$

$$V_{GS} - V_T > V_{DS} > 0$$



ゲート直下、ソースからドレインまで
反転層が形成される

$$Q_n = -C_{ox} (V_G - V_T - V(y))$$

$$V(0) = V_S$$

$$V(L) = V_D$$

$$I_n = W \mu_n Q_n E_y$$

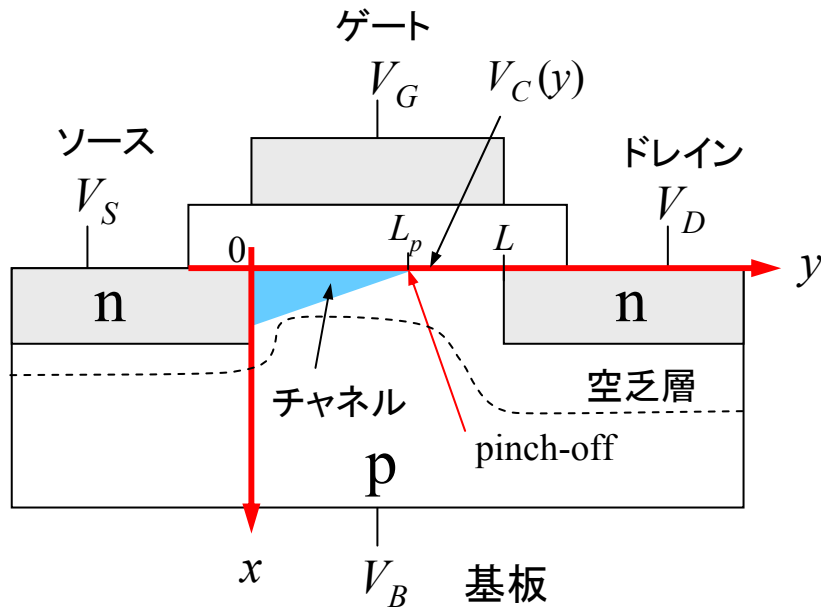
$$E_y = -\frac{dV}{dy}$$

$$\Rightarrow I_n = W \mu_n C_{ox} (V_G - V_T - V) \frac{dV}{dy}$$

$$\Rightarrow I_D = \frac{1}{L} \int_0^L I_n dy = \frac{W \mu_n C_{ox}}{L} \int_{V_S}^{V_D} (V_G - V_T - V) dV$$

$$\Rightarrow I_D = \frac{W \mu_n C_{ox}}{L} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right]$$

$$V_{DS} > V_{GS} - V_T > 0$$



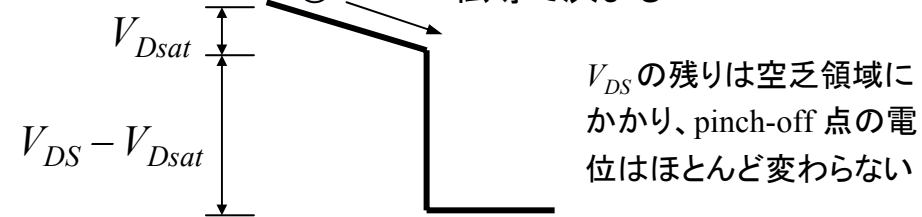
$$Q_n = -C_{ox} (V_G - V_T - V(y))$$

$$Q_n < 0 \quad \text{反転}$$

$$Q_n > 0 \quad \text{空乏}$$

pinch-off 点 ($Q_n = 0$) が存在

電流は反転層での
伝導で決まる



$$V_{Dsat} = V_{GS} - V_T$$

実行チャンネル長 L が減少

$$\frac{1}{L_p} = \frac{1}{L - \Delta L} \cong \frac{1}{L} \left(1 + \frac{\Delta L}{L} \right) \cong \frac{1}{L} (1 + \lambda V_{DS})$$

$$I_D = \frac{W \mu_n C_{ox}}{2L} (V_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{DS})$$